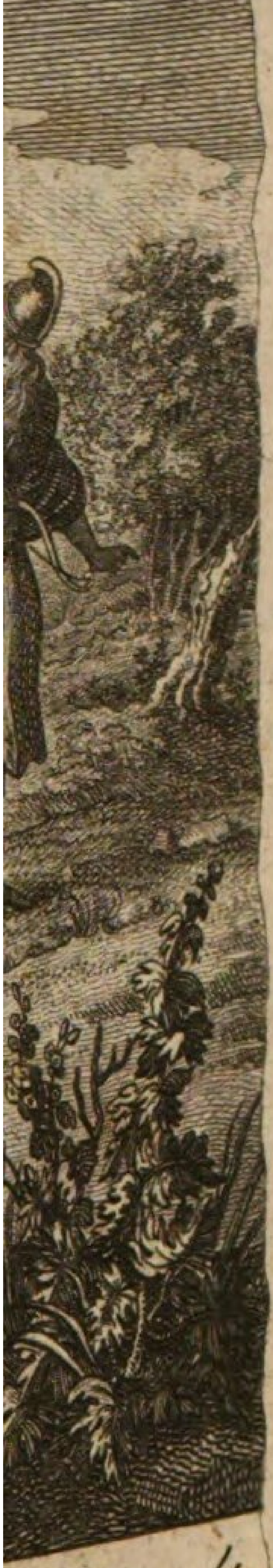
Jx 6038 4/=

R

R

Per maria ac terras sublimaque coeli
Multa modis multis varia ratione moveri
ernimus ante oculos.
Lucret. Lib. I.

Barbiez. del. G. sc.



...naque coeli
...one moveri
...t. Lib. I.
G. Jo.

der Mecha...

welcher

von den festen Körpern im ...
Bewegung handelt.

von

Abel Bürja,

Prediger, Professor der Mathematik, und Mitg...
Akademie der Wissenschaften.

Berlin, bei F. T. Lag...
1791.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

nimmt er sich vor, ebenfalls die Hydrod
handeln, uud damit den Inbegriff der ga
im weitläuftigsten Verstande zu schließe
Werke zusammen werden alsdann ein
Ganzes ausmachen, und unter folge
schaftlichen Titel vereiniget werden:
aller mechanischen Wissenschaften, i
von Abel Bürja, u. s. w. Jedoch we
wie bisher, einzeln zu bekommen sein.

Die Mathematik ist einem Reiche gle
beständig Eroberungen machet, und
zunimmt. Vor alten Zeiten war ei
schon ein großer Mathematikus, w
Rechenkunst, die gemeine Geometrie
von den Kegelschnitten, und etwas von
der Maschinen verstand. Wußte e
seine Erd- und Himmelskugel geschick
chen, so wurde er vollends als ein gr
meister betrachtet und bewundert. He
kostet es mehr Arbeit und Kopfbrechen,
den Ruhm eines guten, nicht einmal e
Mathematikers erlangen will. Die me
theile der Mathematik sind so angew

wichte, sowohl fester als flüssiger Körper, sehr
veitert worden, so daß daraus zwei besondere
Bissenschaften, die Statik und Hydrostatik, ent-
nden sind; sondern es sind noch zwei ganz neue
heile hinzugekommen, nämlich die Dynamik,
rin die Körper nicht im Zustande des bloßen
leichgewichts, sondern in ihren wirklichen Be-
gungen, betrachtet werden; und die Hydrody-
mik, worin ebenfalls die Bewegungen flüssiger
aterien untersuchet werden.

Mit der Dynamik allein beschäftigen wir uns
gegenwärtigen Werke. Galilei, Descartes,
Ballis, Newton, Huyghens, die Bernoulli,
Alambert, Leonhard Euler, sind die unsterb-
hen Namen der Männer, welche die Lehre von
den

meinsten Grundsätze zurück führet, solche analytische Formeln herleitet, die mögliche Fälle anwenden lassen.

Mein Zweck ist hier nicht, in diese Mannes Fußstapfen zu treten, und für arbeiten, sondern denen, die sich übe ersten Anfangsgründe erheben wollen, tung zu geben, wodurch sie hinlänglic und zu noch höheren Kenntnissen vorber Diese Dynamik ist demnach ein Mitteld solchen Werken, die nur die ersten A einer Wissenschaft enthalten, und angeh lern in die Hände gegeben werden, und schon viele Kenntnisse voraussetzen, u

l ich fand, daß die Lehren und Beweise, so wie hier auf einander folgen, sich am besten einander erstützen, und daß auf diese Art der Grund des genden am bequemsten im Vorhergehenden gele- werden konnte. Mehrmal habe ich in dieser icht ein ganzes Hauptstück umarbeiten, und an andere Stelle versetzen müssen. So, zum ispiel, hatte ich die Theorie der scheinbaren Be- gung ganz zuletzt abgehandelt; da ich aber fand, sie viel Licht auf den Stoß der Körper verbrei- so machte ich, nach den nöthigen Veränderun- , den Anfang des ganzen Werkes damit.

Viele Sätze habe ich, wie es nicht anders chehen konnte, sammt den Beweisen, aus den erken der oben benannten berühmten Männer, aus anderen entlehnet; hingegen, viel Beweise

und

...veise, ...
...sten einander
...r Grund des
...ehenden gele=
...ich in dieser
...eiten, und an
So, zum
...einbaren Be=
...ch aber fand,
...rper verbrei=
Veränderun=
...amit.

...nicht anders
...en, aus den
...ten Männer,
...viel Beweise
und

allgemeine Lehrsätze, woraus man ...
Folgerungen herleitet, sind zwar schö...
Gelehrten sehr willkommen, scheine...
demjenigen Unterricht angemessen, ...
weniger erfahrnen Lesern geben will. ...
liche Gang des menschlichen Verstand...
von ganz allgemeinen Dingen auf ...
Fälle, sondern von vielen einzelnen ...
auf solche Sätze, die sie alle in sich beg...

Uebrigens wird in dieser ganzen ...
Bewegung nur im leeren Raume betra...
sie durch einen widerstehenden Mitte...
so erfordert ihre Untersuchung schon ma...
sätze aus der Hydrodynamik, zu we...
mehr, als zur Dynamik, gehöret.

Inhalt.

Zweites Hauptstück.

Vom Stoße der Körper an einander.

Drittes Hauptstück.

Von der einförmig = beschleunigten oder
Bewegung, wie auch von fallenden
fenen schweren Körpern.

Viertes Hauptstück.

Von schweren Körpern, die längs einer sc
oder einer krummen Linie gleiten.

Fünftes Hauptstück.

Vom Pendel.

n den Bewegungen der Schwerpunkte. S. 384

Erstes

S. 384

§. 1.

Die Dynamik ist die Lehre von den fe
in sofern sie sich im Zustande der Beweg
Dieser Theil der Mechanik hat seinen
Griechischen Worte Dynamis bekommen,
Kraft bedeutet, indem alle Bewegungen
Kräfte bewirket werden. Einige nennen
Phoronomie, welches, ebenfalls aus dem
entlehnte Wort, so viel bedeutet, als die
Bewegungs-Gesetzen.

§. 2.

In den **Grundlehren** der Statik sin
ersten Kenntnisse der Dynamik mit angef
indem alle mechanische Wissenschaften auf
Gründen beruhen. Dort ist im ersten Hau
erläutert worden, was die Schwere, Masse
keit der Körper betrift. Im zweiten ist von d
und den damit verknüpften Begriffen geredet
welcher Gelegenheit die Regeln der einförm
gung, wie auch das Verhältniß der Kräfte,
Im dritten Hauptstücke wurden die allgeme

Erstes

Geschwindigkeit, die er beide wirklich hat, und die
e absolute Bewegung ausmachen. Hingegen, wenn
n zwei Körper zugleich betrachtet, die sich beide bewe-
, oder wovon sich wenigstens einer beweget, so bemer-
man oft, daß sie sich einander nähern, oder von ein-
der entfernen, auch daß sie ihre Lage gegen einander
ändern, so daß der eine, in Betrachtung des an-
n, nach der rechten oder linken Seite, vorwärts oder
kwärts, aufwärts oder niederwärts gehet. Diese
ränderung des Abstandes und der Lage des einen Kör-
s, in Betrachtung des andern, wird die **relative**
ewegung genannt.

Wenn man sich einen Beobachter vorstellet, der sich
unverrückter Lage auf dem einen Körper befindet, so
nn dieser an dem andern Körper nur die relative Bewe-
ng beobachten, nicht aber die absolute; denn er kann
iter nichts bemerken, als daß der andere Körper ihm
her kömmt, oder sich von ihm entfernet, wie auch, daß
in Betrachtung des Beobachters seine Richtung ver-
dert. Die relative Bewegung, in sofern sie von einem
eobachter betrachtet wird, der sich auf dem einen Kör-
in unverrückter Lage befindet, wird die **scheinbare**
ewegung genannt. Im Grunde ist also die scheinbare
ewegung mit der relativen einerlei, nur daß bei jener

ein

ingegen, wenn
sich beide bewe-
veget, so bemer-
, oder von ein-
gegen einander
achtung des an-
, vorwärts oder
gehet. Diese
e des einen Kör-
ird die relative

rstellet, der sich
ber befindet, so
e relative Bewe-
e; denn er kann
dere Körper ihm
, wie auch, daß
e Richtung ver-
ern sie von einem
dem einen Kör-
die scheinbare
die scheinbare
so die scheinbare
ur daß bei jener
ein

lichen Linie giebt die Veränderung der Rich

§. 4.

Bei der relativen Bewegung finden alle
Umstände Statt, wie bei der absoluten; ha
1) ein relativer **Weg**, das heißt,
oder Abnahme der Entfernung während
nen Zeit.
2) Eine relative **Geschwindigkeit**,
relative Weg, welcher in der Einheit der
leget wird. Und je nachdem diese relative
keit unverändert bleibet, oder in den folgen
größer oder kleiner wird, so kann die relat
entweder einförmig, oder beschleuniget, oder

Anmerkung I. Wo bloß von Gesch
Weg, ohne nähere Bestimmung, ge
muß allemal vorausgesetzet werden, daß
luten Bewegung die Rede ist.

Anmerkung II. Was hier von zwei K
worden, läßt sich auf mehrere anwend
die Bewegung des einen mit den Be
übrigen vergleichet. Man darf sich nu

t länger noch kürzer wird, sich auch nicht drehet, rn mit sich selbst parallel fortläuft.

§. 6.

Wenn von zwei Körpern, deren jeder sich einförmig get, einer den andern in einer und derselbigen geraden verfolget, und sie also beide nach einer Gegend hin: , so erhält man die relative Geschwindigkeit, mit her sie sich einander nähern oder von einander entfer: wenn man die kleinere absolute Geschwindigkeit von größeren subtrahiret. Ist die Geschwindigkeit des ngehenden kleiner, so nähern sie sich; ist aber diese er, so entfernen sie sich. Gesetzet, der vorangehende er mache 50 Fuß in jeder Sekunde; der verfolgende 60 Fuß. Da der verfolgende in jeder Sekunde Fuß weiter vorwärts gehet, als der verfolgte, so ist daß sie am Ende jeder Sekunde um 10 Fuß näher inander sind, als im Anfange derselben, oder am e der vorhergehenden Sekunde. Die relative Ge: indigkeit, mit welcher sie sich nähern, ist demnach — 50 = 10 Fuß, und also die Differenz beider ab: en Geschwindigkeiten. Eben so urtheilet man in ichen Fällen. Ginge aber der verfolgte Körper Fuß weit in jeder Sekunde, und der verfolgende nur

50,

t sich einförmig
elbigen geraden
er Gegend hin-
indigkeit, mit
inander entfer-
windigkeit von
windigkeit des
ist aber diese
r vorangehende
der verfolgende
jeder Sekunde
erfolgte, so ist
10 Fuß näher
ben, oder am
e relative Ge-
, ist demnach
renz beider ab-
heilet man in
folgte Körper
erfolgende nur
50,

Wenn zwei Körper sich in entgegenges
gen, jedoch in einer und derselben Linie, e
gen, so finden zwei Fälle Statt, entweder
einander, oder sie entfernen sich von einande
Fällen entstehet die relative Geschwindi
Summe beider absoluten Geschwindigkeiten
ein Körper jede Sekunde 50, der andere ab
gesetzter Richtung 60 Fuß zurückleget, s
Verfließung jeder Sekunde 60 + 50 Fuß
an einander oder entfernter von einander,
gegen einander oder auseinander laufen.
relative Geschwindigkeit 60 + 50 = 110
Sekunde.

§. 8.

Aufgabe.

**Eine Kugel gehet mit einer gewis
gen Geschwindigkeit in einer gewis
Linie. Nach einer bestimmten Zei
andere Kugel an, die erste mit eine
einförmigen Geschwindigkeit auf
Wege zu verfolgen. Es wird gefra**

D. Die verfolgende sei A, und ihr Halbmesser AB. e verfolgte habe beim Anfange der Bewegung schon die recke AC voraus. Gesetzt ferner, beide Kugeln treffen B′ oder D′ zusammen, so hat die verfolgte den Weg ′ und die verfolgende den Weg AA′ zurückgeleget.

Laßt uns jetzt folgende Benennungen annehmen.

Es sei AB (= A′B′)	: :	$= b$
Es sei CD (= C′D′)	:	$= d$
Geschwindigkeit der Kugel A	:	$= a$
Geschwindigkeit der Kugel C	:	$= c$
Anfängliche Entfernung AC	.	$= e$
Zeit, um welche A später ausgehet als C		$= f$
Zeit, welche A bis zur Begegnung brauchet		$= x$
Weg AA′, welchen A bis zur Begegnung zurückleget	: : :	$= y$

Die Kugel A läuft demnach mit der Geschwindigkeit während der Zeit x, und durchläuft den Raum ′ $= y$. Folglich ist (Statik Hauptst. II. §. 24)

$$ax = y$$

Die

...albmesser ...
...egung schon die
...e Kugeln treffen
...olgte den Weg
...rückgeleget.

...annehmen.

... $= b$

... $= d$

... $= a$

... $= c$

... $= e$

...ls C $= f$

...auchet $= x$

...gnung

... $= y$

... Geschwindigkeit
...uft den Raum
... II. §. 24)

Die

Gleichung, so kömmt

$$cx + cf = ax + b \ldots$$

oder $e + cf - b - d = ax - \ldots$

oder $e + cf - (b + d) = (a - c \ldots$

oder $\dfrac{e + cf - (b + d)}{a - c} = x$

Da nun x oder die Zeit gefunden ist, ...
wenn man x noch mit a multipliziret, in...

also ist $a \times \dfrac{e + cf - (b + d)}{a - c} = \ldots$

Folglich ist die Aufgabe aufgelöset. ...
die Zeit der Zusammenkunft zu finden, ...
erfordert.

1) Zum anfänglichen Zwischenraume ...
das Produkt cf aus der Zwischenzeit f des ...
der Geschwindigkeit der verfolgten Kugel, ...
nigen Weg, den die verfolgte Kugel in d...
zurückgeleget hat. Diese Summe giebt eig...

n Kugel an gerechnet. Dieses stimmet mit der allge- ien Regel, daß der Quozient aus dem Wege und der chwindigkeit, der Zeit gleich ist (Stat. II. H. §. 26).

nerkung. Aus den Erläuterungen, die wir den drei Regeln beigefüget haben, siehet man, daß man die Auflösung auch durch bloßes Räsonnement ohne Alge- ra hätte finden können, und daß beide Methoden zu nem Zwecke führen. Das Räsonnement hat den Vorzug der größeren Evidenz; hingegen hat die alge- raische Rechnung einen anderen Vorzug, der darin estehet, daß sie auch dann Hülfe leistet, wenn man icht sogleich auf die nöthigen Räsonnements verfällt.

Exempel. Eine Kugel, die 5 Linien im Halbmes- hat, gehet mit einer Geschwindigkeit von 60 Fuß für Sekunde. Nach einer Viertelstunde fängt eine an- Kugel an, die erstere zu verfolgen. Diese andere 1 Zoll im Halbmesser, durchläuft während jeder Se- e 100 Fuß, und gehet von einem Orte aus, der Fuß 7 Zoll weiter rückwärts lieget. Wann und wo diese die erste einholen und berühren? Man redu- vor allen Dingen die gegebenen Größen in einerlei maaß und einerlei Längenmaaß, z. E. in Sekunden Fuße.

Hier

$$1350\tfrac{2947}{5760}\,\text{Sek.} = \frac{e + cf - \ldots}{c - \ldots}$$

Diese Sekunden machen etwas mehr
ten. In so viel Zeit also wird die verfol
verfolgte einholen; und wenn man die Zeit
der verfolgten Kugel rechnet, so wird di
mehr als $22\frac{1}{2} + 15$ Minuten $= 37\frac{1}{2}$
ist, $\frac{1}{2}$ Stunde und $7\frac{1}{2}$ Minuten gegangen

Was den Ort betrift, so ist

$$1350\tfrac{2947}{5760} = x$$
$$\times\ 100 = a$$
$$135051 \text{ Fuß} = y \text{ ohngefähr.}$$

So weit ist der Ort, wo beide Kugeln an
vom Ausgangs-Orte der verfolgenden e
vom Ausgangs-Orte der verfolgten ohn
$- 20\frac{7}{12} = 135030\frac{5}{12}$ Fuß.

Zusatz I. Wir haben in der Aufgab
daß die verfolgende Kugel später ausgeh

rfolgenden Körper.

ısatz II. Wenn beide Gegenstände so beschaffen daß einer den andern durchdringen kann, als z. E. es nur Schatten sind, oder der eine ein Körper und ıdere ein Schatten ist, so geschiehet die Berührung al, einmal beim Eintritte, das ist, wenn die Gegen- am ersten zusammen kommen, das anderemal beim itte, wenn sie sich wiederum trennen.

n diesem letzten Falle wird die Summe beider Halbmes- itiv, weil zum relativen Wege beider Mittelpunkte noch inie hinzukömmt, die gedachter Summe gleich ist. nehme folglich für beide Berührungen

$$\frac{e + cf \mp (b + d)}{a - c} = x$$

$$\times \frac{e + cf \mp (b + d)}{a - c} = y$$

s Zeichen — für den Eintritt und + für den Aus- t.

iese beiden Berührungen finden z. E. bei Mondfin- en Statt, wenn der Schatten der Erde die Mond- edecket. Auch bei Sonnenfinsternissen durchläuft, dem

so beschaffen
in, als z. E.
n Körper und
ie Berührung
nn die Gegen-
ideremal beim

ider Halbmes-
telpunkte noch
me gleich ist.

für den Aus-

bei Mondfin-
e die Mond-
n durchläuft,
dem

Diese letzten Formeln gelten in allen F
den Zeitpunkt der Berührung nicht gesehe
auch, wo keine große Genauigkeit Statt fi
z. E. wenn von Menschen die Rede ist, w
andern verfolget. Dahin gehören die Auf
Art: Ein Bote machet täglich 7 Meilen.
wird ihm, aus einem Orte, der 13 Mei
wärts lieget, ein anderer nachgeschicke
10 Meilen machet. Wann und wo wird i
einholen? Hier ist $c = 7$, $a = 10$, $f=$
und es wird

$$\frac{e + cf}{a - c} = \frac{13 + 14}{10 - 7} = \frac{27}{3}$$

ferner $a \times \frac{e + cf}{a - c} = 9 \times 10$

Also muß der verfolgende bis zur Ei
gehen, und 90 Meilen Weges zurücklegen

Zusatz IV. Wenn beide Körper zug
und der verfolgte bloß einen Theil des

$$a - c$$

$$\frac{ae}{a - c} = y$$

Gesetzt also, im Exempel des vorigen Zusatzes habe ...ste Bote keine Zeit voraus, sondern nur die 13 Mei... so wird

$$\frac{e}{a - c} = \frac{13}{10 - 7} = \frac{13}{3} = 4\tfrac{1}{3}$$

$$\frac{ae}{a - c} = 4\tfrac{1}{3} \times 10 = 43\tfrac{1}{3}$$

In diesem Falle gehet der verfolgende nur $4\frac{1}{3}$ Tage, ...chen er $43\frac{1}{3}$ Meilen machet.

...satz V. Wenn der verfolgte und der verfolgende ...nem Orte ausgehen, und der erstere nur eine gewisse ...raus hat, so verschwindet e, und es wird

$$\frac{cf \mp (b + d)}{a - c} = x$$

$$\times \frac{cf \mp (b + d)}{a - c} = y$$

oder

Zusatzes habe
ur die 13 Mei-

$4\frac{1}{3}$

nur $4\frac{1}{3}$ Tage,

er verfolgende
ur eine gewisse
ind

oder

$$\frac{acf}{a-c} = 4\tfrac{2}{3} \times 10 = 46\tfrac{2}{3}$$

Hier also hat der verfolgende $4\frac{2}{3}$ Tage
$46\frac{2}{3}$ Meilen zurückzulegen.

§. 9.

Aufgabe.

Zwei Kugeln, von gegebenen
kommen einander in derselbigen gerade
gewissen einförmigen Geschwindigkeite
es ist auch die Zeit des Ausganges
nebst ihrer anfänglichen Entfernung
Man soll den Zeitpunkt und die Stell
wo sie beide zusammentreffen.

Es seien A und C (folg. Fig.) die be
deren Halbmesser AB und CD gegeben sind.
nung vor dem Anfange der Bewegung sei A
beide Kugeln treffen bei B′ oder D′ zusamme
Kugel C, von welcher wir annehmen, daß

von 1000 Fuß, und fangen in verschiedenen Zeiten an, einander entgegen zu gehen. Die früher gehende hat 6 Fuß im Halbmesser, und gehet 28 Fuß Sekunde. Drei Sekunden später gehet die andere mit einer Geschwindigkeit von 50 Fuß für jede Sekunde und diese hat 9 Fuß im Halbmesser.

$$1000 = e$$

$$-\underline{84} = 28 \times 3 = cf$$

$$916 = e - cf$$

$$-\underline{15} = 6 + 9 = b + d$$

$$901 = e - cf - (b + d)$$

$$: \underline{78} = 50 + 28 = a + c$$

$$11\tfrac{43}{78}\text{ Sek.} = \frac{e - cf - (b + d)}{a + c} = x$$

$$\times \underline{50} = a$$

$$577\tfrac{22}{39}\text{ Fuß} = ax = y$$

Also beweget sich die spätere Kugel während $11\frac{43}{78}$ Sekunden, und machet $577\frac{22}{39}$ Fuß, bevor sie die andere in ihrem Wege antrift.

Zusatz I.

ſen, und die Gegenſtände nur als Punkte b
den, ſo iſt $b + d = 0$, und

$$x = \frac{e - cf}{a + c}$$

Geſetzt, es liegen zwei Oerter in eine
von 500 Meilen. Jemand reiſet aus de
nach dem anderen, und machet täglich 9 Me
ſpäter reiſet ihm ein anderer aus dem ander
gen, und machet täglich 7 Meilen. In we
Entfernung wird dieſer jenem begegnen?

$$x = \frac{500 - 45}{7 + 9} = \frac{455}{16} =$$

$$y = ax = 28\tfrac{7}{16} \times 7 =$$

Folglich geſchiehet die Zuſammenkunf
nach dem Ausgange des ſpäteren Reiſenden,
dieſer $199\tfrac{1}{16}$ Meilen gemacht hat. Der
demnach $28\tfrac{7}{16} + 5 = 33\tfrac{7}{16}$ Tage, und
$\times\, 9 = 300\tfrac{15}{16}$ Meilen. Beide Wege zuſ
500 Meilen, welches zur Probe dienet.

nen ihre Reise zugleich antreten, so ist

$$x = \frac{500}{7+9} = \frac{500}{16} = 31\tfrac{1}{4}$$

$$y = ax = 31\tfrac{1}{4} \times 7 = 218\tfrac{3}{4}$$

lso reiset in diesem Falle der eine $31\frac{1}{4}$ Tage, in wel- er $218\frac{3}{4}$ Meilen machet. Der andere reiset eben so , und machet $31\frac{1}{4} \times 9 = 281\frac{1}{4}$ Meilen. Beide machen wiederum zusammen 500 Meilen.

§. 10.

Aufgabe.

Es sind gegeben die Richtungen, die Geschwin- eiten, die Halbmesser, und die anfänglichen en zweier Kugeln, deren Richtungs-Linien in Ebne liegen, und die zugleich anfangen, sich rmig zu bewegen. Man soll den Punkt be- nen, wo sie einander berühren werden, wie die Lage derjenigen Ebne, welche beide Ku- in diesem Punkte berühret.

Es sei AC (folg. Fig.) die Richtungslinie der Kugel und ihre Geschwindigkeit sei a. Es sei BC die Rich- tungs-

$\frac{1}{4}$

$218\frac{3}{4}$

Tage, in wel-
re reiset eben so
Meilen. Beide
Meilen.

die Geschwin-
anfänglichen
gs-Linien in
nfangen, sich
en Punkt be-
werden, wie
che beide Ku-

inie der Kugel
i BC die Rich-
tungs-

tungslinie der Kugel B, und ihre Geschwin
Man verlängere, wenn es nöthig ist, die
nien, bis daß sie einander in C begegnen.
man $a : b$ :: AC zu einer vierten Größe, mit
BK gleich machet. Mit den Seiten AB u
man das Parallelogramm AF. Man ziehe
dem Mittelpunkte C, mit einem Halbmesser
so groß ist, als die Summe der Halbmesser be
beschreibe man einen Zirkel oder nur einen
Wir nehmen an, daß dieser Bogen die F
Verlängerung irgendwo in G schneidet. Du
G ziehe man eine Linie GE mit AC parallel
die BC irgendwo in E schneiden. Durch
ziehe man eine gerade Linie EH mit GC paral
EH die AC irgendwo in H schneiden. Die
H werden diejenigen sein, wo sich die Mi
Kugeln im Augenblicke der Berührung bef
wenn man auf EH im Punkte D zwei Li
stellet, deren eine DP sein mag, und dere
sich über der Ebne des Papiers hervorrag
kann, so bestimmen diese senkrechte Linien
Ebne, worin beide liegen, und welche bei
D berühret.

glich ist BE : AH :: b : a

Da nun die Wege BE und AH sich wie die Geschwin-
ten beider Kugeln verhalten, so folget, daß sich die
l B in E befinden muß, wenn sich die Kugel A in H
et (Stat. H. II. §. 27). Da nun auch die Entfer-
EH beider Mittelpunkte so groß ist, als CG oder als
umme der beiden Halbmesser, so müssen sich zur sel-
Zeit die beiden Kugeln berühren. Ferner, wenn
Ebne beide Kugeln zugleich berühren soll, so muß sie
auf beide Halbmesser oder auf EH senkrecht sein.
s wird sie sein, so bald zwei verschiedene in ihr gezo-
und durch D gehende Linien auf EH senkrecht sind.

usatz. Wenn es sich bei der Konstrukzion trift, daß
ogen, welcher mit CG oder der Summe beider
nesser beschrieben ist, die FK oder ihre Verlängerung
erreichet, so wird die Aufgabe unmöglich, und beide
n kommen nirgends zusammen. Wenn aber dersel-
Bogen die EK oder ihre Verlängerung nur in einem
e erreichet, so berühren beide Kugeln einander nur
. Hingegen, wenn der Bogen die FK oder deren
ngerung an zwei Orten schneidet, so hat die Aufgabe
uflösungen, vorausgesetzet, daß der eine Gegenstand
n Schatten ist, der seinen Eintritt und Austritt an

der

die Geschwin-
t, daß sich die
Kugel A in H
ich die Entfer-
ls CG oder als
ssen sich zur sel-
Ferner, wenn
oll, so muß sie
senkrecht sein.
ene in ihr gezo-
nkrecht sind.
kzion trift, daß
Summe beider
Verlängerung
ich, und beide
n aber dersel-
g nur in einem
n einander nur
FK oder deren
at die Aufgabe
ne Gegenstand
d Austritt an
der

ten. Die eingebildete Linie, welche beide K
det (§. 3), kann man so annehmen, als wen
Auge des Zuschauers mitten durch den andere
ginge. Da aber der Zuschauer an einem E
selben ist, so kann er nicht geradezu ihre Läng
eben so wenig, als man die Länge eines Fade
bes beurtheilen kann, wenn das eine Ende g
dem Auge ist. Man kann also nicht gerade
diese Linie länger oder kürzer wird, und ob
der Gegenstand entfernet oder nähert. Inde
eingebildete Linie doch immer ihren Nutzen,
len sie die **Gesichts-Linie** nennen.

Man bemerket aber, daß jeder Gegensta
abzunehmen oder zuzunehmen scheinet, je na
entfernet oder nähert. Um dieses scheinbar
und Zunehmen zu bestimmen, ziehet man
zwei gerade Linien aus dem Auge, nach zwe
setzten Stellen, im Rande oder Saume des G
und den Winkel, den sie beim Auge machen,
den **Gesichts-Winkel**, oder die **Winkel-**
die **scheinbare Größe**, oder den scheinba
messer des Gegenstandes. Wenn dieser Wi

age, angehet, so wird diese durch den Winkel beur=
, den sie beschreibet, indem sie sich um dasjenige
herumdrehet, welches im Auge ist. Ein solcher
l wird, wie jeder andere, durch Grade, Minu=
s.f. gemessen. Die Anzahl von Graden, welche
esichts=Linie in der Einheit der Zeit, z. E. in einer
de, durchläuft, kann man die Winkel=Geschwin=
t nennen, oder auch die scheinbare Geschwindig=
Der ganze, in einer gegebenen Zeit beschriebene
l, wird alsdann der Winkelweg sein, und die
derung der Lage der Gesichts=Linie kann überhaupt
Winkel=Bewegung genannt werden. Diese ist
nig, oder beschleuniget, oder verspätet, je nachdem
nkel=Geschwindigkeit einerlei bleibet, oder zunimmt,
bnimmt.

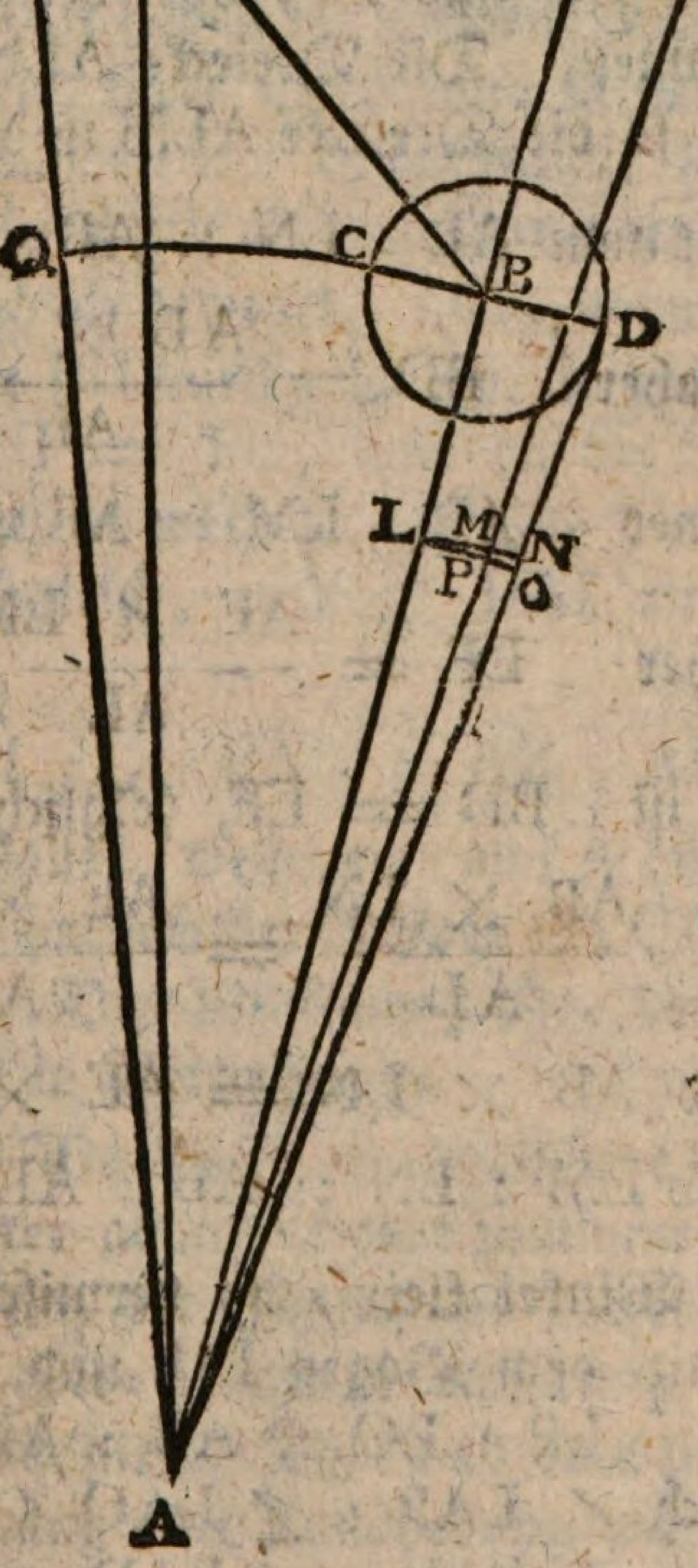
erkung. Um alle diese Größen, welche bloß vom
heine abhängen, von den wirklichen zu unterschei=
, so wollen wir, wo es nöthig sein wird, bei diesen
s Wort wirklich oder wahr hinzusetzen, und z. E. sa=
, der wirkliche oder wahre Durchmesser, die
rkliche Geschwindigkeit, u. s. f. Oder es sollen
emal die wirklichen Größen verstanden werden, wenn
s Gegentheil nicht ausdrücklich angezeiget ist.

§. 13.

um dasjenige
Ein solcher
rade, Minu-
raden, welche
z. E. in einer
l=Geschwin-
Geschwindig-
eit beschriebene
sein, und die
kann überhaupt
en. Diese ist
et, je nachdem
oder zunimmt,

elche bloß vom
zu unterschei-
ird, bei diesen
, und z. E. sa-
chmesser, die
Oder es sollen
werden, wenn
eiget ist.

§. 13.



er Bögen LO und LP, oder der Winkel, die diese
n bestimmen. Die Dreiecke ALN und ABD sind
h, eben so die Dreiecke ALM und AEF.

lglich hat man $AL : LN :: AB : BD$

daher $BD = \frac{AB \times LN}{AL}$

ferner $AL : LM :: AE : EF$

daher $EF = \frac{AE \times LM}{AL}$

Nun ist $BD = EF$, folglich

$$\frac{AB \times LN}{AL} = \frac{AE \times LM}{AL}$$

und $AB \times LN = AE \times LM$

Also $LM : LN :: AB : AE$

Sind die Winkel klein, so vermischt sich die gerade
einahe mit dem Bogen LO und man kann sagen,
beinahe $LP : LO :: AB : AE$

folglich $\angle LAP : \angle LAO :: AB : AE$

oder $\angle EAF : \angle BAD :: AB : AE$

das

Zusatz I. Wir haben im Beweise ange
die Kugel während ihrer Bewegung in der
Lage nach unveränderten, Gesichtslinie bl
nämliche Verhältniß gilt aber nicht minder,
Gesichtslinie zugleich beweget. Man nehm
gel habe die Linie BH durchgelaufen, so daß
Da nun auch HI = FE, und da bei H
Winkel vorausgesetzt werden, so sind die
und AEF ähnlichgleich, und ∠ HAI =

Also ist auch

$$\angle HAI : \angle BAD :: AB : AE$$

In diesem Falle, wenn man aus A du
gen BQ ziehet, hat sich der Körper um QH
Auge entfernet. Der Winkelweg oder der
kömmt hier nicht in Betrachtung.

Zusatz II. Wenn also der scheinbare
Winkel-Diameter abnimmt oder zunimmt,
schließen, daß sich der Gegenstand entfern
Nimmt der Winkel-Diameter einförmig
gleichen Zeiten um gleiche Theile ab oder zu
auch die Entfernung oder Annäherung auf
Art. Ist gedachtes Ab- und Zunehmen n

wenigstens relativer Ruhe. Bleibet die scheinbare
unverändert, unterdessen daß die Gesichtslinie ei-
Winkel beschreibet, so gehet der Körper in einem Zir-
den Zuschauer herum, indem seine Entfernung sich
verändert.

usatz III. Wir haben stillschweigend vorausgesetzet,
er Zuschauer in A ruhet. Es ist aber der Lehrsatz
minder anwendbar, wenn man annimmt, daß er sich
eweget, oder gar, daß er sich allein beweget, und die
ruhet. Alsdann ist unter BE die relative Verän-
der Entfernung zu verstehen, und unter BAH der
el, den die Gesichtslinie im bewegten Auge beschrie-
t.

usatz IV. Wir haben bloß von einer Kugel ge-
en; man kann aber an deren Stelle auch jeden an-
Körper setzen, nur muß man alsdann annehmen,
er Gegenstand dem Auge immer denselbigen Theil
Oberfläche zukehret.

usatz V. Bei dem Beweise wurde angenommen,
r Zuschauer immer die halbe Oberfläche der Kugel
Dies ist aber nie vollkommen wahr. Je näher
gel dem Auge kömmt, desto weniger wird von ihrer
äche gesehen; und so ist es auch mit anderen Kör-
pern

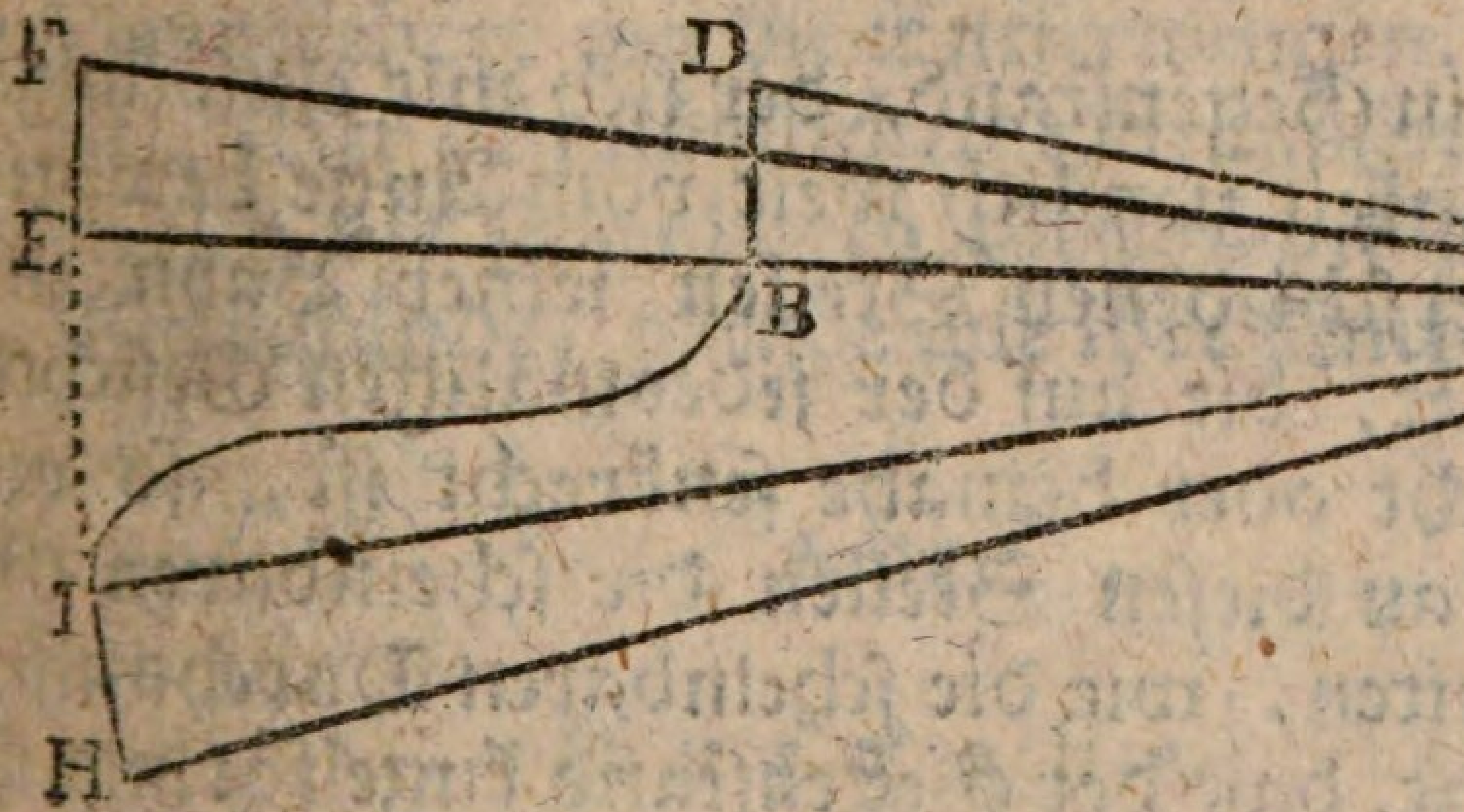
ie scheinbar
esichtslinie ei-
in einem Zir-
ntfernung sich

vorausgesetzet,
er der Lehrsatz
nt, daß er sich
veget, und die
elative Verän-
unter BAH der
Auge beschrie-

ner Kugel ge-
auch jeden an-
nn annehmen,
nselbigen Theil

angenommen,
äche der Kugel
hr. Je näher
wird von ihrer
t anderen Kör-
pern

wie die Entfernungen.



Gesetzt, ein Gegenstand bewege sich mit g
ger Geschwindigkeit in der krummen Linie HI
treffe sich, daß sein Weg in DB und in IH
sichtslinie AB und AH senkrecht oder beinah
Er gehe in einer Sekunde von H nach I u
nachher auch in einer Sekunde von B nach
gen der einförmigen Geschwindigkeit HI =
verlängere AB und mache AE = AH,
Mittelpunkte A, mit dem Halbmesser AH
einen Bogen HE, so wird ebenfalls AE =

§. 15.

Lehrsatz.

Wenn ein Gegenstand, der sich mit einförmiger
hwindigkeit ziemlich weit vom Auge beweget,
wei verschiedenen Stellen seiner Bahn eine
tung hat, die auf der jedesmaligen Gesichts-
senkrecht oder beinahe senkrecht ist, so ver-
n sich an diesen Stellen die scheinbaren Ge-
indigkeiten, wie die scheinbaren Durchmesser,
usgesetzt, daß der Gegenstand kugelförmig ist,
daß er dem Auge immer den nämlichen Theil
Oberfläche zukehret.

Denn in diesem Falle verhalten sich die scheinbaren
windigkeiten umgekehret, wie die Entfernungen
4). Eben so verhalten sich auch die scheinbaren
hmesser (§. 13). Also verhalten sich die scheinbaren
windigkeiten wie die scheinbaren Durchmesser.

§. 16.

Was von einem und demselben Gegenstande gesagt
n, der sich in verschiedenen Zeiten an verschiedenen
Stellen

t einförmiger
uge beweget,
r Bahn eine
gen Gesichts=
ist, so ver=
einbaren Ge=
Durchmesser,
gelförmig ist,
mlichen Theil

die scheinbaren
Entfernungen
die scheinbaren
die scheinbaren
chmesser.

enstande gesagt
an verschiedenen
Stellen

gleicher Geschwindigkeit in solchen
bewegen, die gegen die Gesichtslinie sen
so verhalten sich die scheinbaren Geschw
auch umgekehret wie die Entfernungen.

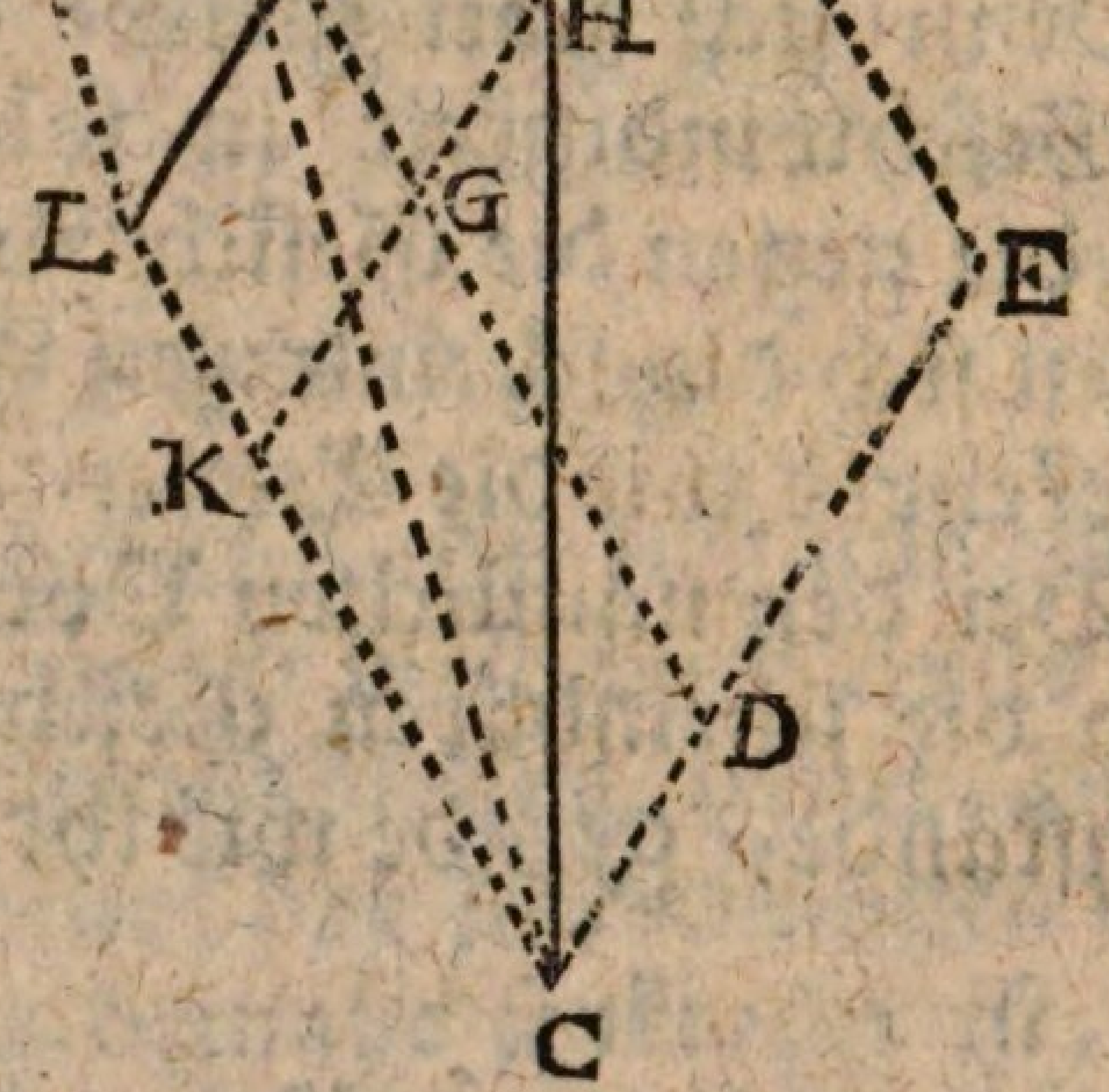
III). Bei den nämlichen Voraussetz
halten sich die scheinbaren Geschwindig
der Gegenstände, gerade wie ihre Entf

§. 17.

Aufgabe.

Ein Gegenstand A gehet mit einför
schwindigkeit von A nach L, und zugleic
Zuschauer B auch mit einförmiger Gesch
in derselbigen Ebne von B nach M. M
scheinbare Bewegung des Gegenstandes
sicht auf den Zuschauer B bestimmen. (folg

Der Gegenstand A gehet in der Richtung
Geschwindigkeit AL, hingegen der Zuschaue
Richtung und mit der Geschwindigkeit BM.
Zuschauer sei in B und der Gegenstand in A,
ner diesen in der Richtung und in der Entf



Zuschauer sei bis in F gekommen. Man sage
: AL :: BF : AN, so bekömmt man den Ort N,
jetzt der Gegenstand ist. Aus F wird also
i der Richtung und in der Entfernung FN ge-
i. Der Zuschauer sei schon in M, so siehet er den
enstand in L in der Richtung und Entfernung ML.
so läßt sich die scheinbare Lage und Entfernung des
enstandes für jeden Standpunkt des Zuschauers in sei-
Wege angeben. Die Entfernungen AB, FN, ML,
f. kann der Zuschauer nicht anders als durch den
ibaren Durchmesser des Gegenstandes beurtheilen.
stelle man sich vor, der Zuschauer wäre ruhig in B
eben, die Linie AL aber, in welcher der Gegenstand
, hätte sich, mit sich selbst parallel, in der Richtung
OD,

n. Man sage
man den Ort N,
F wird also
rnung FN ge-
so siehet er den
Entfernung ML.
Entfernung des
uschauers in sei-
AB, FN, ML,
als durch den
es beurtheilen.
äre ruhig in B
der Gegenstand
in der Richtung
OD,

EL (Statik. Hauptst. III, §. 9). Z. B.
AL in die Lage IK gekommen ist und de
durchlaufen hat, so befindet sich der Gegenst
H, wo IK von der Diagonal-Linie AC ges

Der Zuschauer ruhe also in B, und d
sei noch in A, so wird dieser, wie im erste
falls in der Richtung und Entfernung BA g
Zuschauer ruhe noch in B und der Gegensta
dem die Linie AL um OG = BF zurückgeg
siehet der Zuschauer den Gegenstand in der
Entfernung BH. Nun ist AN mit IH gleic
indem beide den Weg vorstellen, welchen d
A in der Linie AL oder IK gemacht hat, u
diese Linie selbst aus der Lage AL in die Lage
ist. Folglich sind auch die Linien NH und
parallel, indem sie die Enden der beiden vori
Folglich ist HN auch mit GO gleich und par
auch mit BF, weil BF = OG. Da nun
gleich und parallel sind, so sind auch FN u
und parallel, weil diese die Enden der beide
binden. Daher siehet der ruhende Zuschau
Gegenstand in H in derselbigen Entfernung
als der bewegte Zuschauer in F den Gegenstand

gung anwendbar ist, so folget diese allgemeine Re:
Wenn der Gegenstand und der Zuschauer sich
einförmig in geraden Linien und in einer Ebne
gen, so sind die Erscheinungen völlig die nām=
als wenn der Zuschauer ruhete, und wenn
ich die Bahn des Gegenstandes sich, mit sich
paralel bewegte, in einer Richtung die der
ichen Richtung des Zuschauers entgegengesetzt
, und mit der wirklichen Geschwindigkeit des
auers. Da nun der Fall, wo der Zuschauer ruhet,
chtesten zu begreifen und zu konstruiren ist, so ist es
l bequemer, jenen Fall in diesen zu verwandeln.

erkung. Die Bahn des Körpers, so wie sie sein
rde, wenn der Zuschauer ruhete, wollen wir die
einbare Bahn nennen.

usatz I. Es ist demnach dem Zuschauer unmöglich,
en bloßen Erscheinungen des Gegenstandes zu ur=
, ob er selbst die BM und der Gegenstand die AL
äuft, oder ob er selbst ruhet, und der Gegenstand
C durchläuft. Also, wenn der Zuschauer z. E. von
M schiffet, ein anderes Schiff aber zugleich von A
gehet, so kann er nicht wissen, ob er selbst nicht
ht in B ruhet, und das andere Schiff von A nach C
gehet.

allgemeine
Zuschauer sich
in einer Ebne
völlig die näm-
e, und wenn
sich, mit sich
chtung die der
entgegengesetzt
windigkeit des
Zuschauer ruhet,
ren ist, so ist es
verwandeln.

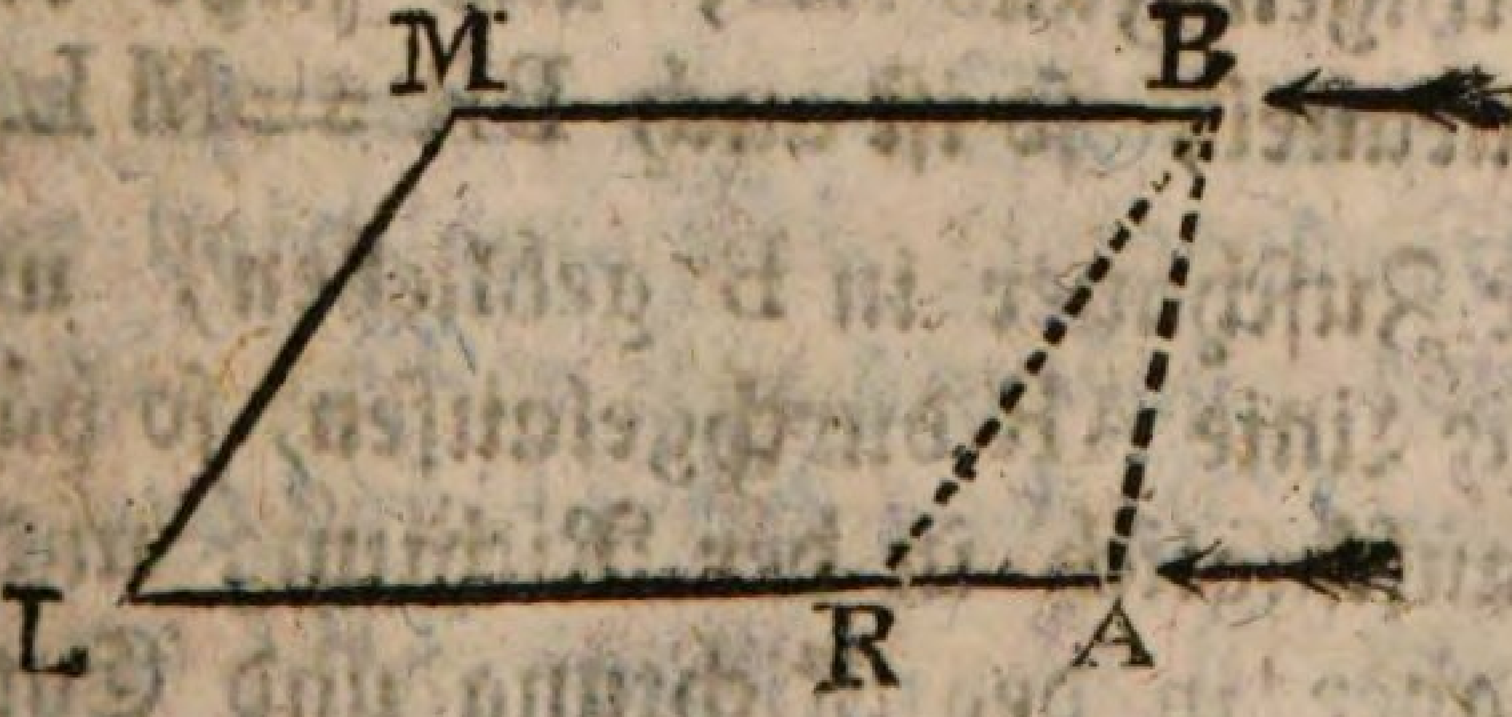
so wie sie sein
wollen wir die

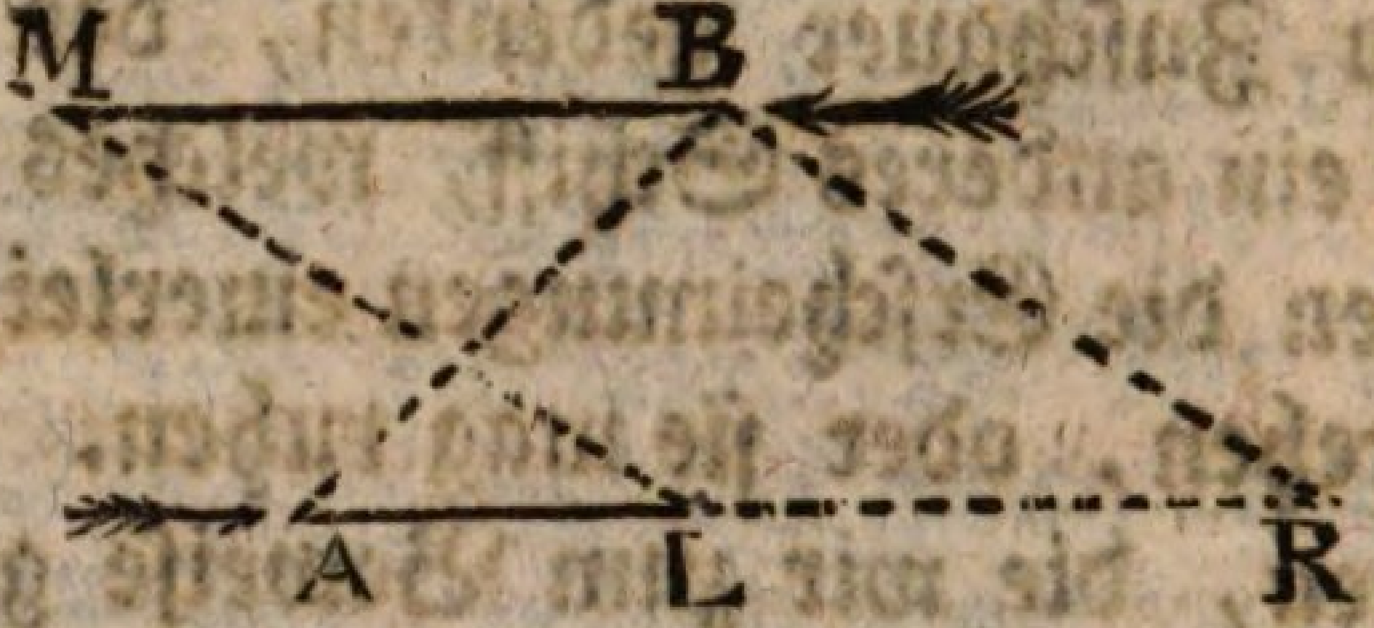
auer unmöglich,
nstandes zu un-
enstand die AL
der Gegenstand
auer z. E. von
zugleich von A
er selbst nicht
von A nach C
gehet.

seinen Ort verändert, so sind die Erscheinun
mer die nämlichen. Zum Exempel, w
wiederum einen Zuschauer gedenken, der
M seegelt, und ein anderes Schiff, welches
gehet, so bleiben die Erscheinungen einerlei,
die Erdkugel drehen, oder sie mag ruhen.
hindert die Linien, die wir zum Beweise g
sowohl auf einer ruhenden als auf einer be
zu ziehen.

Zusatz IV. Wenn beide Bahnen par
ist die Konstrukzion weit einfacher.

Es sei allemal BM die Bahn und Gesch
Zuschauers, AL aber des Gegenstandes.
Figur gehen beide nach einerlei Gegend, un
stand geschwinder als der Zuschauer. In de





ich nach einerlei Gegend, aber der Gegenstand lang- In der dritten nach entgegengesetzten Gegenden, er Gegenstand geschwinder. In der vierten nach engegesetzten Gegenden, und der Gegenstand lang-

n allen vier Fällen siehet der Zuschauer anfänglich egenstand in der Richtung und Entfernung BA, zu- ber in der Richtung und Entfernung ML. Man gere nöthigen Falls AL, und ziehe bis an dieselbe t ML parallel, so ist auch BR = ML.

äre der Zuschauer in B geblieben, und hätte der stand die Linie AR durchgelaufen, so hätte jener die- nfalls anfänglich in der Richtung und Entfernung zuletzt aber in der Richtung und Entfernung BR, mit der Richtung und Entfernung ML einerlei ist, gesehen.

Gegenstand lang-
tzten Gegenden,
der vierten nach
egenstand lang-

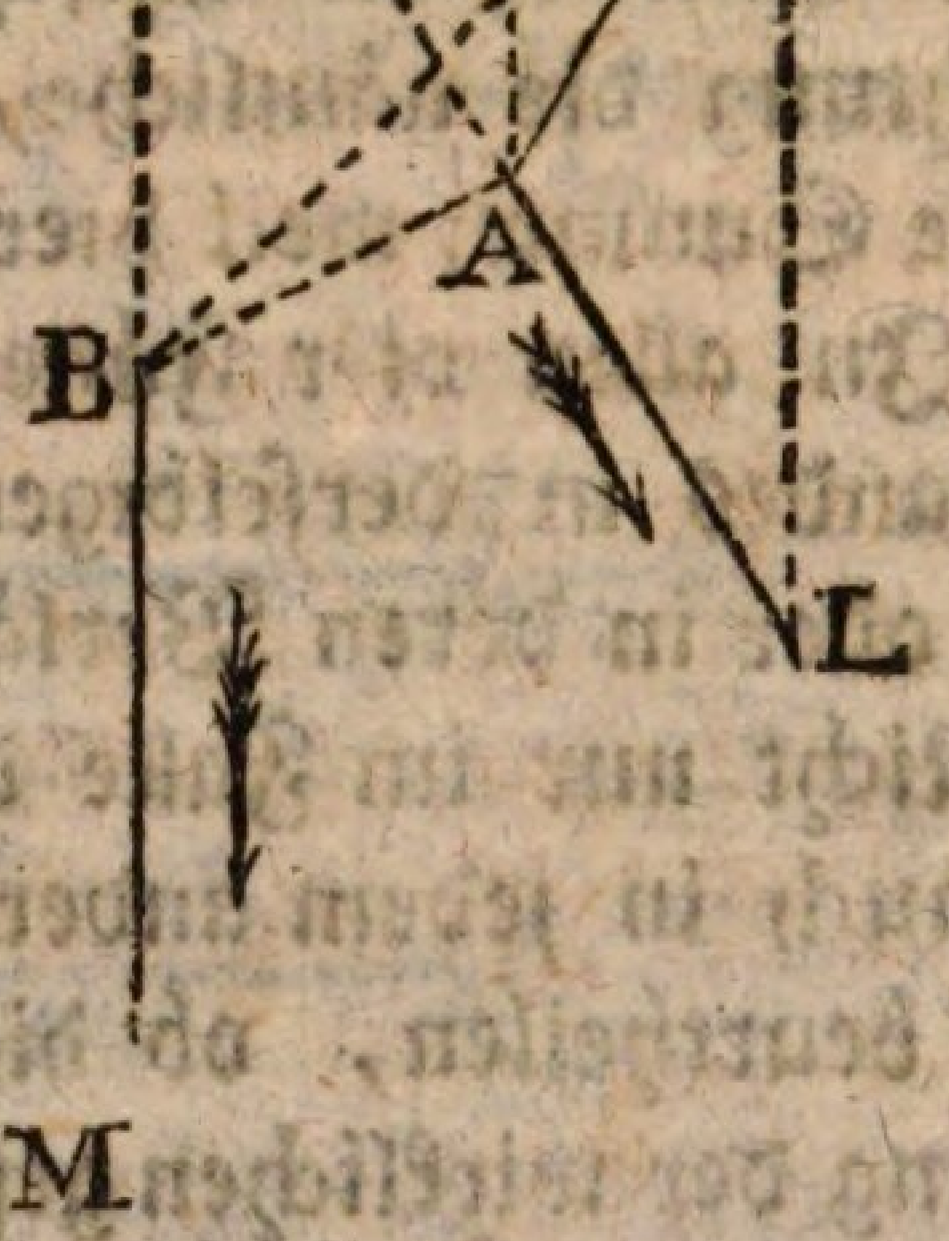
hauer anfänglich
fernung BA, zu-
ng ML. Man
bis an dieselbe
L.

und hätte der
hätte jener die-
und Entfernung
Entfernung BR,
ML einerlei ist,
gesehen.

Es ist deswegen die Summe, weil hier AR
= AL + BM. In allen vier Fällen ist
Weg des Gegenstandes in derselbigen ger
als der wirkliche, oder in deren Verlänger

Zusatz V. Nicht nur im Falle der p
tungen, sondern auch in jedem andern ist
strukzion leicht zu beurtheilen, ob die sch
gung in der Richtung der wirklichen geschieh
kehret. Es kömmt darauf an, nach wel
die Gesichtslinie hinwendet. Um dieses
ist es am besten, daß man den gegebenen F
duzire, wo der Zuschauer ruhet. Z. E. in
Anfange dieses Paragraphs (pag. 30)
Gesichtslinie allmählig von BA nach BC
schneidet nach und nach die wirkliche Ba
Richtung AO, welche mit der Richtung des
einerlei ist.

Hingegen in dieser neuen Figur wird
der Zuschauer durchlaufe BM (folgende F
Gegenstand AL. Man setze den Fall, da
in B bleibe, und daß AL sich nach EC hin
CL = AE = OD = BM; so ist AC
Bahn des Gegenstandes. Die Gesichts



BA nach BC, und durchschneidet die verlängerte
r verkehrten Richtung AO. Also ist hier die
Richtung der wahren entgegengesetzt.

§. 18.

Aufgabe.

der bekannten wahren Bahn des Zu-
und der bekannten scheinbaren Bahn des
endes, die wahre Bahn des letzteren fin-
rausgesetzt daß beide Bewegungen in einer
eschehen, auch einförmig und geradli-
).

Es

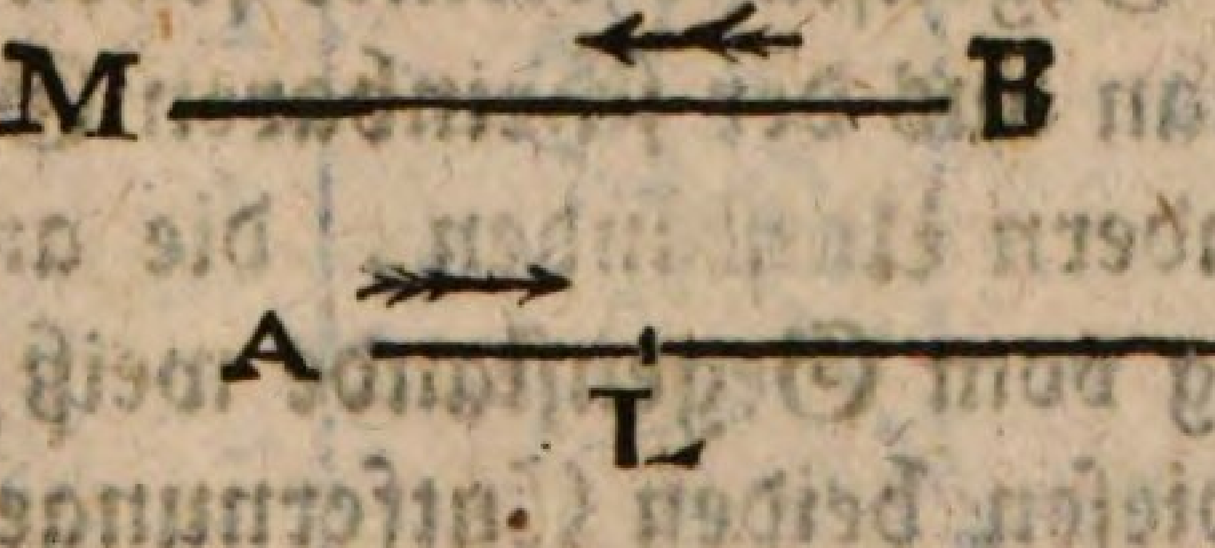
e verlängerte
ist hier die
zt.

hn des Zu-
en Bahn des
letzteren fin-
gen in einer
und geradli-

Es

CL = BM. Man ziehe nun AL,
wirkliche Bahn des Gegenstandes.
an, der Zuschauer bleibe in B, die
längs OD = BM, mit sich selbst p
beschreibet sie das Parallelogramm EL
linie AC in der That die scheinbare B
(§. 17) bewiesen worden.

Zusatz. Sind beide Bahnen par
Linien AC und CL aufeinander.



Zum Exempel die Bahn des Zusch
die scheinbare des Gegenstandes sei
rallel, so nehme man CL = BM, i
BM. Dann ist AL die wirkliche Bahn
Dieses erhellet aus dem 4ten Zusatze
graphs.

Linie mit CL parallel, man nehme auf dieser in
ng von C nach L die BM = CL, so ist BM
Bahn eines Zuschauers, der, wenn er sich in
glich glaubet, den Gegenstand der die AL durch-
ehet, als wenn dieser sich längs der AC bewegte.
rd wie bei voriger Aufgabe bewiesen.

z I. Da der Punkt B willkührlich ist, so sind
viel Bahnen möglich, aus welchen der Zu-
n bewegten Gegenstand auf einerlei Art siehet;
nan annehmen, daß jede solche Bahn mit CL
nd gleich ist.

z II. Jedoch ist klar (§. 13), daß der entfern-
auer den Gegenstand kleiner sehen wird, als der
Wenn man aus der scheinbaren Größe des Kör-
r aus andern Umständen, die anfängliche und
ntfernung vom Gegenstande weiß, so darf man
C und diesen beiden Entfernungen ein Dreieck
essen Spitze in B fallen, und sowohl den Punkt
die ganze Bahn BM bestimmen wird.

ng. Die drei folgenden Aufgaben beziehen sich
verlangte Lage oder Entfernung des Gegen-
oder des Zuschauers. Sie können aber auch bei
ßen relativen Bewegung gebrauchet werden,
ohne

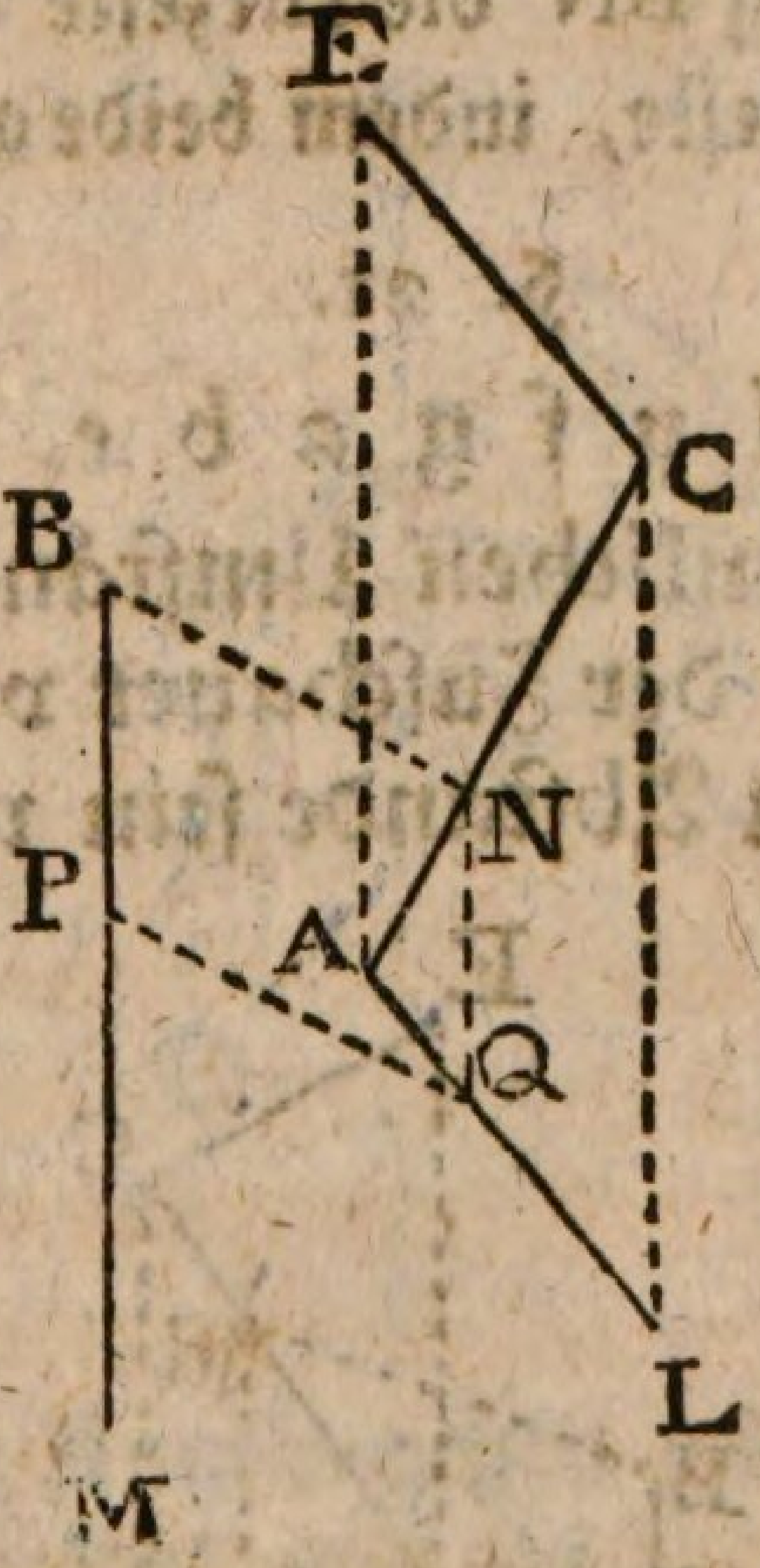
–, so ist BM
wenn er sich in
die AL durch-
r AC bewegte.

en.
h ist, so sind
lchen der Zu-
ei Art siehet;
Bahn mit CL

ß der entfern-
wird, als der
röße des Kör-
fängliche und
, so darf man
n ein Dreieck
hl den Punkt
ird.

n beziehen sich
des Gegen-
aber auch bei
ichet werden,
ohne

Zuschauer dem Gegenstande am näch
ausgesetzet, daß beide Bewegungen
geradlinicht sind und in derselben E



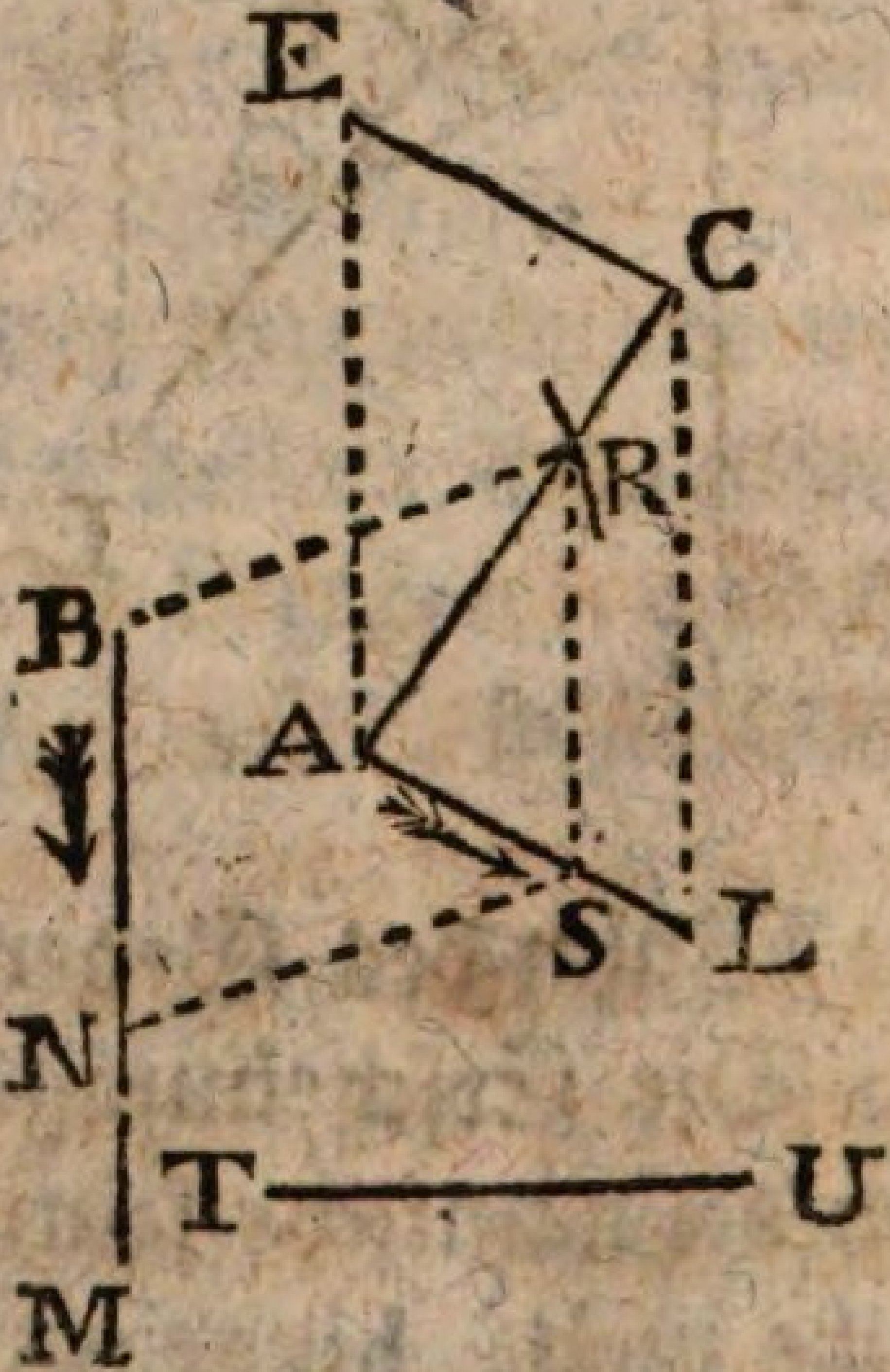
Es sei AL die Bahn des Gegenstan
des Zuschauers. Die Erscheinungen u
Bewegung werden die nämliche sein, wer
der Zuschauer bleibe in B, hingegen die

B, die Linie AQ aber gehe um QN = PB zu=
scheinet Q in N zu sein, wenn sich der Zuschauer
beweglich glaubet. Folglich auch umgekehret,
Zuschauer aus B den Gegenstand in N zu sehen
so ist jener in P und dieser in Q, und da die
Entfernung BN die kürzeste ist, so ist auch die
PQ die kürzeste, indem beide allemal gleich sind.

§. 21.

Aufgabe.

r den nämlichen Umständen als vorher,
fraget, wo der Zuschauer vom Gegenstande
gegebenen Abstande sein wird?



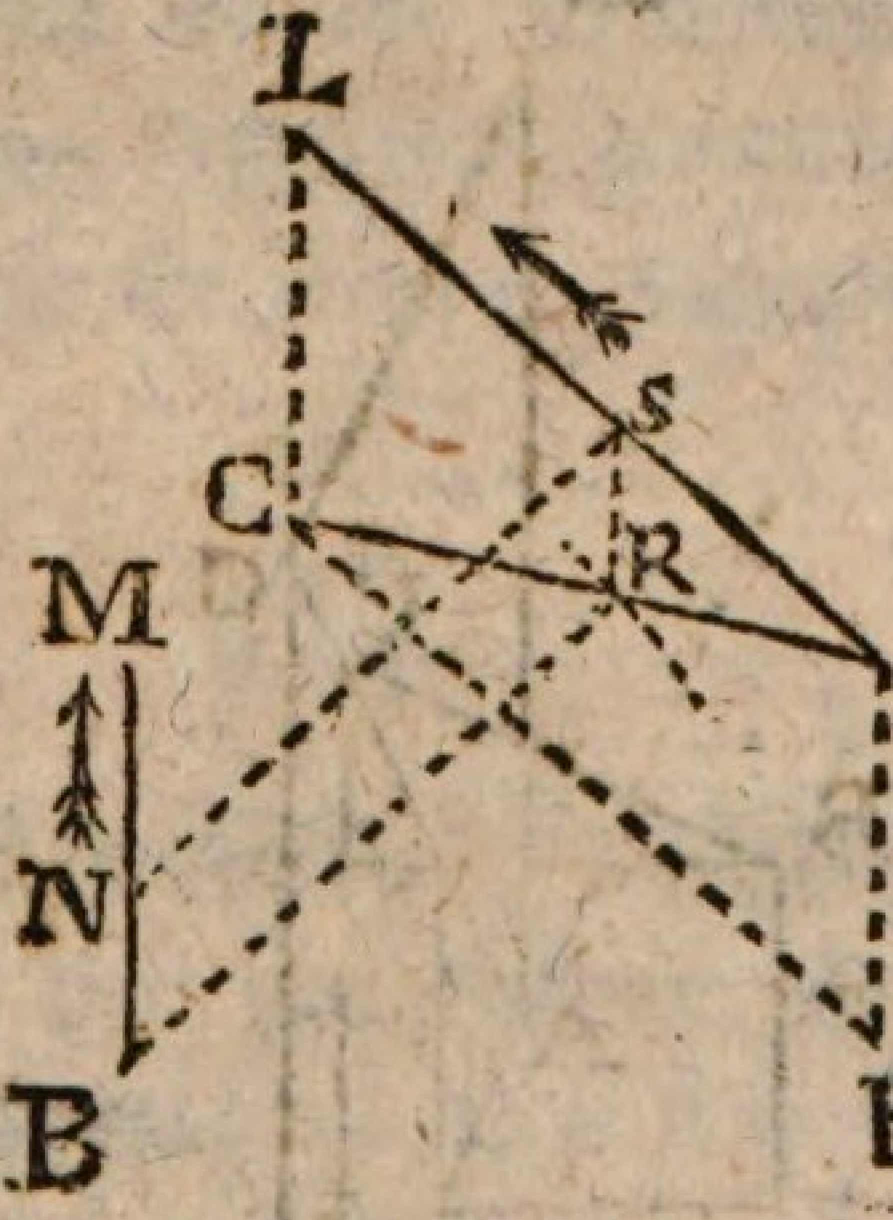
Es

) der Zuschauer
ch umgekehret,
in N zu sehen
Q, und da die
so ist auch die
mal gleich sind.

als vorher,
Gegenstande
?

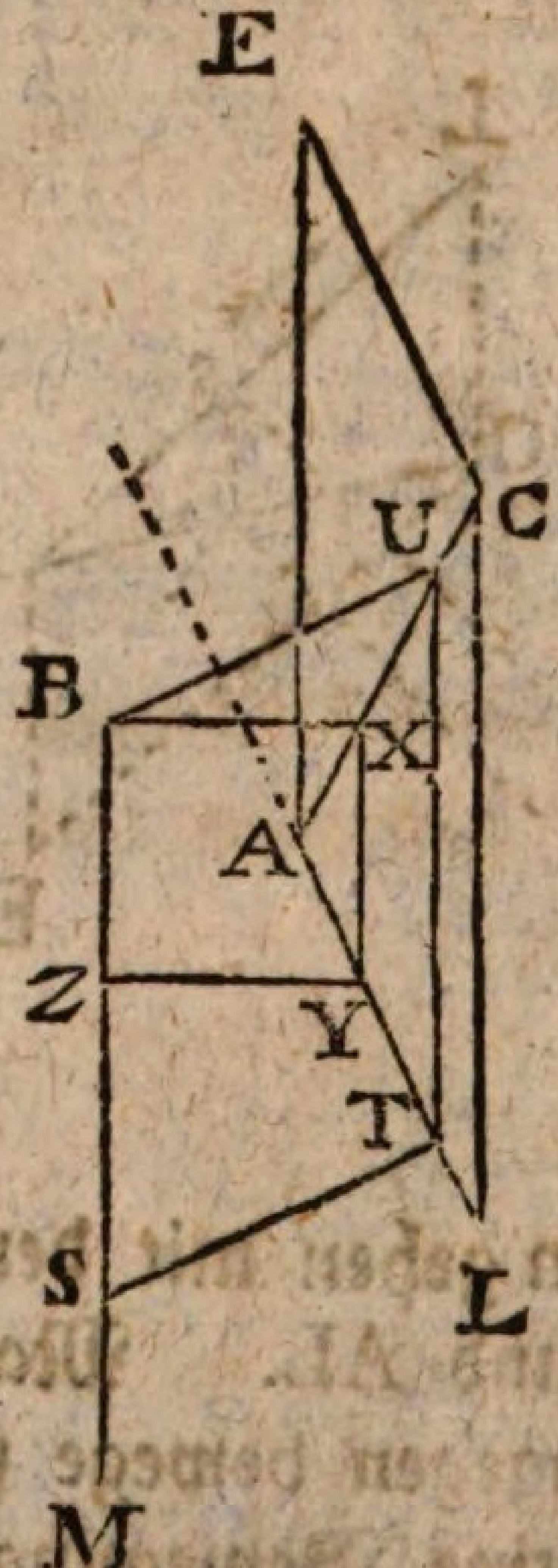
Es

haben wir ein neues Mittel (§. 10) u
ob und wo zwei Kugeln, die in einer (
ander begegnen werden.



Es mögen die Kugeln gehen mit de
Geschwindigkeiten BM und AL. Ma
bleibe die eine in B, hingegen bewege
bis EC, so ist die relative Bewegung
Punktes B die nämliche, als wenn die K
liefe. Nun nimm einen Halbmesser
beider Halbmesser der Kugeln gleich, u

r den nämlichen Umständen wie vorher, wissen, wo die gerade Linie, die den Zu- mit dem Gegenstande verbindet, auf eine nen senkrecht wird.



die Gesichtslinie auf der Bahn des Zuschauers ein, so errichte BX, senkrecht auf BM. Ziehe XY

wie vorher,
, die den Zu=
det, auf eine

es Zuschauers
f BM. Ziehe
XY

gen einförmig sind; die Auflösungen si
lichen, wenn beide Bewegungen einför
oder überhaupt auf die nämliche Art
Denn alles beruhet hier auf die Zusam
Bewegungen. Aus solcher Zusammensetz
allemal eine dritte, die durch die Diag
stellet wird, wenn nur die Geschwindi
nach einerlei Verhältniß ab= oder zunehme
§. 9, Zusatz II).

§. 24.

Wir haben nun die Fälle betrachtet
Gegenstand als auch der Zuschauer in
Nun bleibet noch derjenige, wo der G
der Zuschauer aber allein in Bewegung
darf man sich in diesem Falle nur vorstell
bleibe in Ruhe, der Gegenstand aber
gegengesetzter Richtung mit der Geschw
schauers, und mit der Bahn des Zusch
hat man den scheinbaren Weg des Gege
Der Zuschauer gehe von B nach M
aber ruhe in A, so siehet man ihn anfän
tung und Entfernung BA, zuletzt aber

ernung MA. Glaubet aber der Zuschauer in B zu sein, so glaubet er zulezt den Gegenstand am Linie BC zu sehen, welche mit MA gleich und t. Also muß er sich vorstellen, der Gegenstand inie AC durchlaufen, welche mit BM gleich und t.

§. 25.

Lehrsaz.

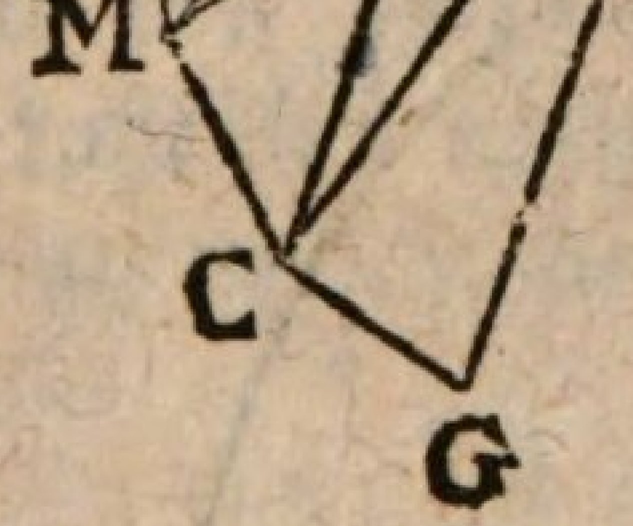
n der Zuschauer in einer Ebne eine ge= Linie oder den Umfang eines Vielecks be= , und der Gegenstand in derselbigen Ebne o scheinet dieser die nämliche gebrochene r das nämliche Vieleck in derselbigen Ebne, ntgegengesezter Richtung zu beschreiben.

t, der Zuschauer durchlaufe die gebrochene Linie der Gegenstand aber ruhe in A. Während daß uer die BM durchlaufet, scheinet der Gegen= möge des vorigen Paragraphs, die AD mit BM parallel zu durchlaufen. Eben so wird DE mit es EF mit CG, u. s. w. gleich und parallel.

Nun

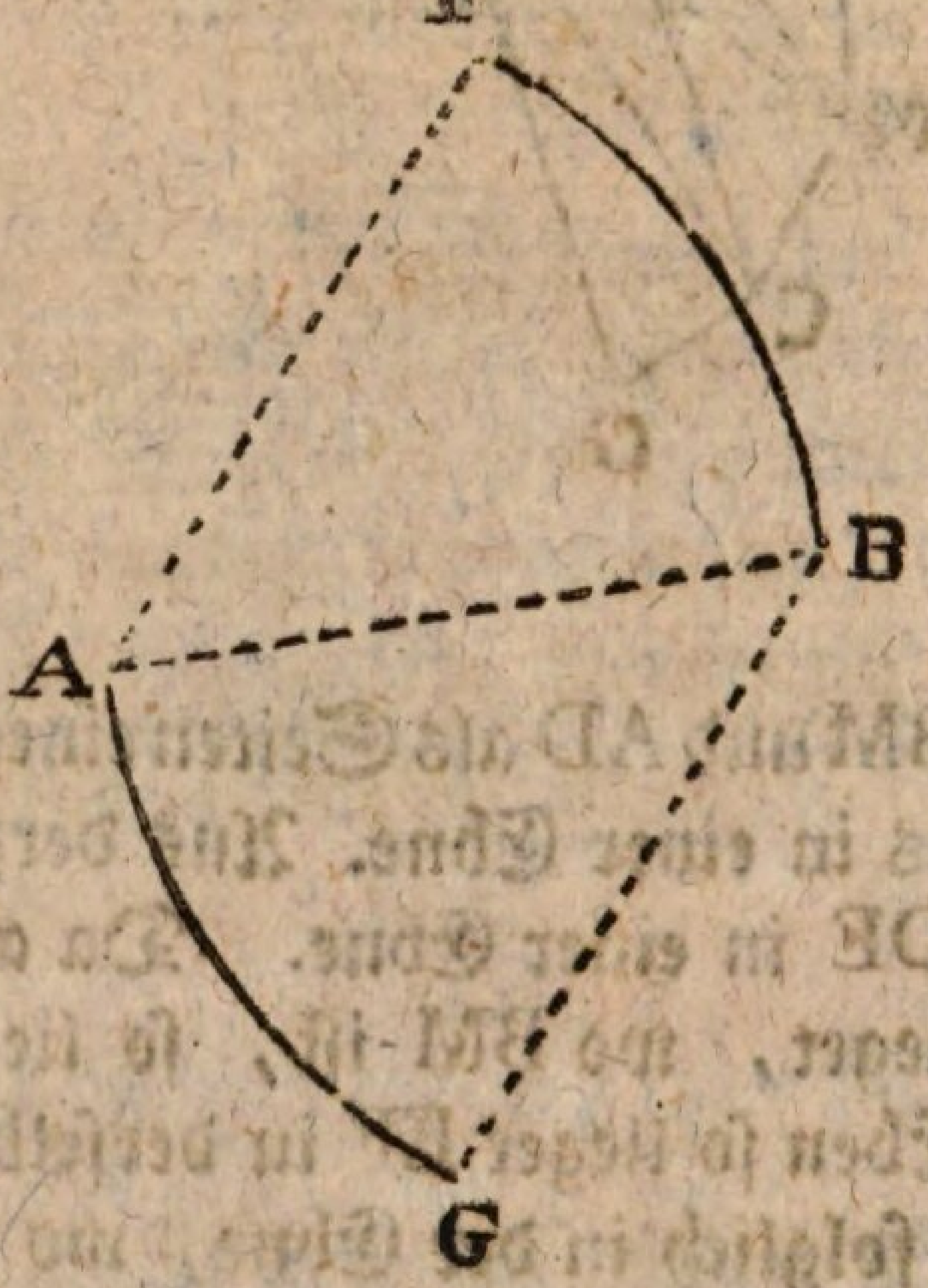
Zuschauer in B
Gegenstand am
MA gleich und
er Gegenstand
BM gleich und

ne eine ge=
Vielecks be=
lbigen Ebne
e gebrochene
lbigen Ebne,
beschreiben.
brochene Linie
Während daß
t der Gegen=
e AD mit BM
wird DE mit
d parallel.
Nun



Nun liegen BM und AD als Seiten eine
Parallelogramms in einer Ebne. Aus der
liegen MC und DE in einer Ebne. Da a
selbigen Ebne lieget, wo BM ist, so lie
dieser Ebne. Eben so lieget EF in derselb
CG lieget, und folglich in der Ebne, wo
BMCG ist. In der nämlichen Ebne liege
die scheinbare Bahn ADEF.

Ferner ist BM = AD, MC = D
(§. 24). Wenn zwei Parallel=Linien wi
von zwei andern MC und DE geschnitten
leicht zu beweisen, daß BM mit MC un
gleiche Winkel machen. Eben so sind a
MCG und DEF gleich. Da also die The
nen Linien BMCG und ADEF und auch di
mit jedem gleich sind, so sind beide Linien



n also der Zuschauer den Zirkelbogen BG um den
nkt A durchläufet, und wenn er glaubet, er sei
ch in B, so kömmt ihm vor, als wenn ein Ge=
in A den gleichen Bogen AF um ihn herum be=
Ich sage um ihn herum. Denn da er in seiner
Bahn BG allemal in gleicher Entfernung
GA vom Mittelpunkte ist, so muß auch bei der
en Bewegung der gleiche Abstand BA = BF
en. Also dünkt sich der Zuschauer im Mittel=
s scheinbaren Bogens. Und

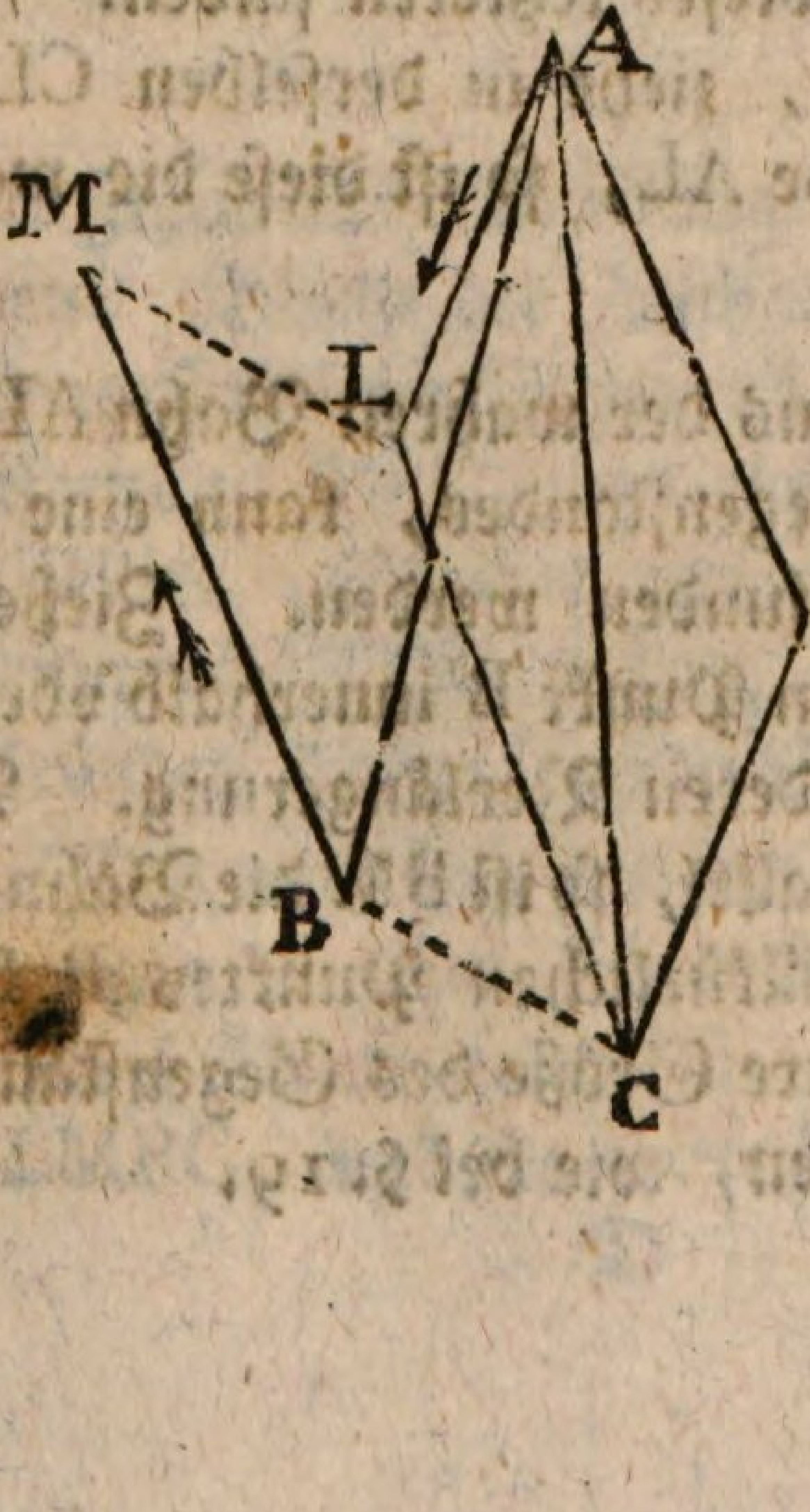
gen BG um den
glaubet, er sei
wenn ein Ge=
ihn herum be=
n da er in seiner
er Entfernung
uß auch bei der
nd BA = BF
uer im Mittel=
Und

Zuschauers und des betrachteten Gege
Ebne liegen. Laßt uns noch die Fälle be
dachte Bahnen in verschiedenen Ebnen l

§. 27.

Aufgabe.

**Ein Gegenstand und ein Zusc
sich einförmig in geraden Linien, d
Ebne liegen. Es soll die scheinbar
genstandes bestimmet werden.**



ch der Zuschauer vorwärts, oder die Linie AL
, wird der Gegenstand anfänglich in der Rich-
Entfernung BA gesehen, zuletzt aber in den
en und Entfernungen ML, BC, welche gleich und
ind. Denn obgleich AL mit BM nicht in einer
ger, so läßt sich doch eine Ebne durch BM und
t L legen, und auf dieser muß das Ende L der
mit BM parallele und gleiche LC beschreiben.

z I. Aus der Bahn BM des Zuschauers und
baren Bahn AC des Gegenstandes läßt sich die
ahn AL dieses letzteren finden. Durch BM und
ne Ebne, ziehe in derselben CL mit BM gleich
lel, ziehe AL, so ist diese die wahre Bahn des
ndes.

z II. Aus der wahren Bahn AL und der schein-
C des Gegenstandes, kann eine Bahn BM für
hauer gefunden werden. Ziehe LC. Nimm
lieben den Punkt B innerhalb oder außerhalb der
LC oder deren Verlängerung. Mache BM mit
und parallel, so ist BM die Bahn des Zuschauers.
des willkürlichen Punktes B könnte allenfalls
scheinbare Größe des Gegenstandes in A und in
net werden, wie bei §. 19.

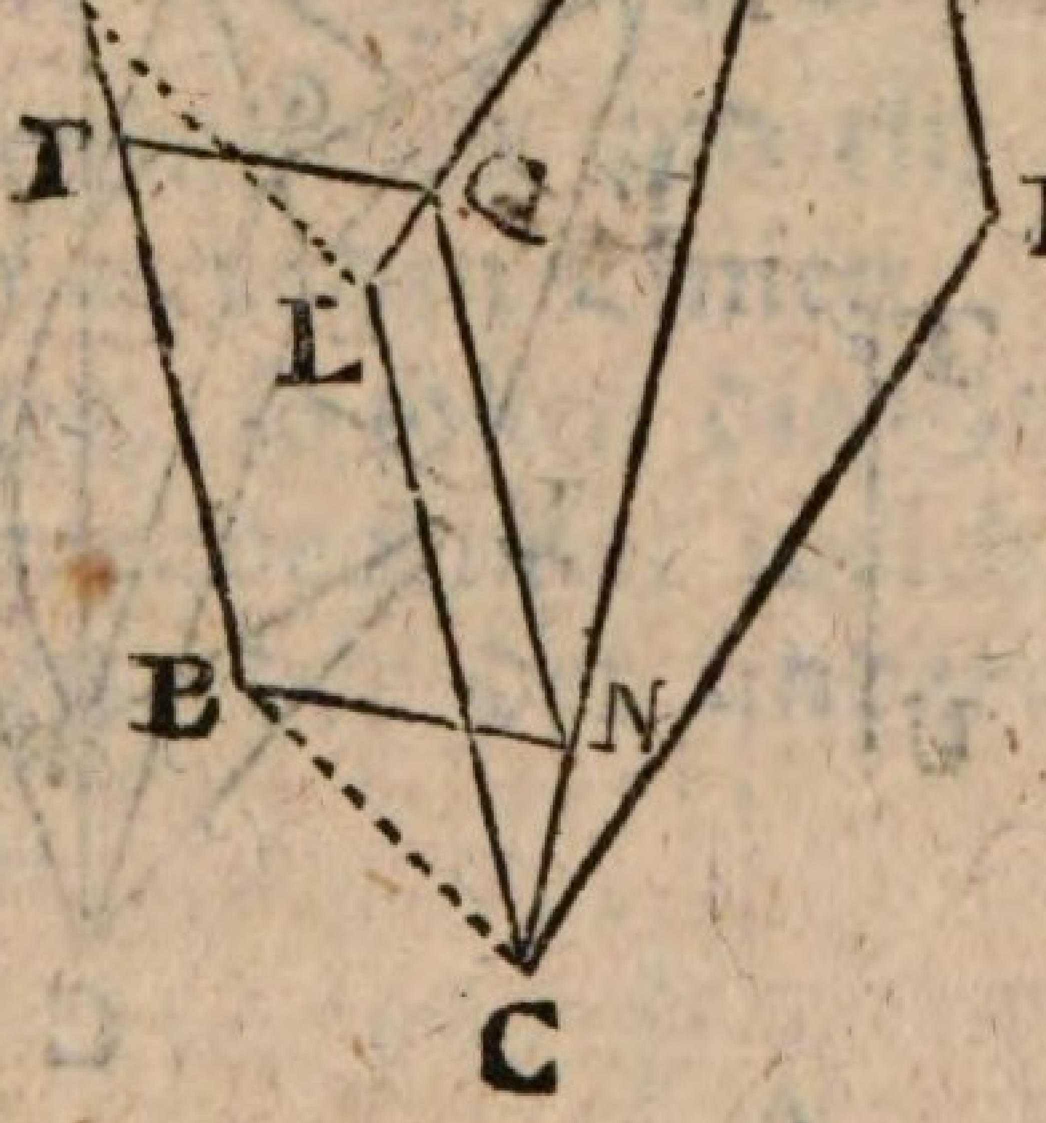
§. 28.

ich in der Rich-
zt aber in den
elche gleich und
M nicht in einer
durch BM und
das Ende L der
beschreiben.

Zuschauers und
des läßt sich die
Durch BM und
mit BM gleich
hre Bahn des

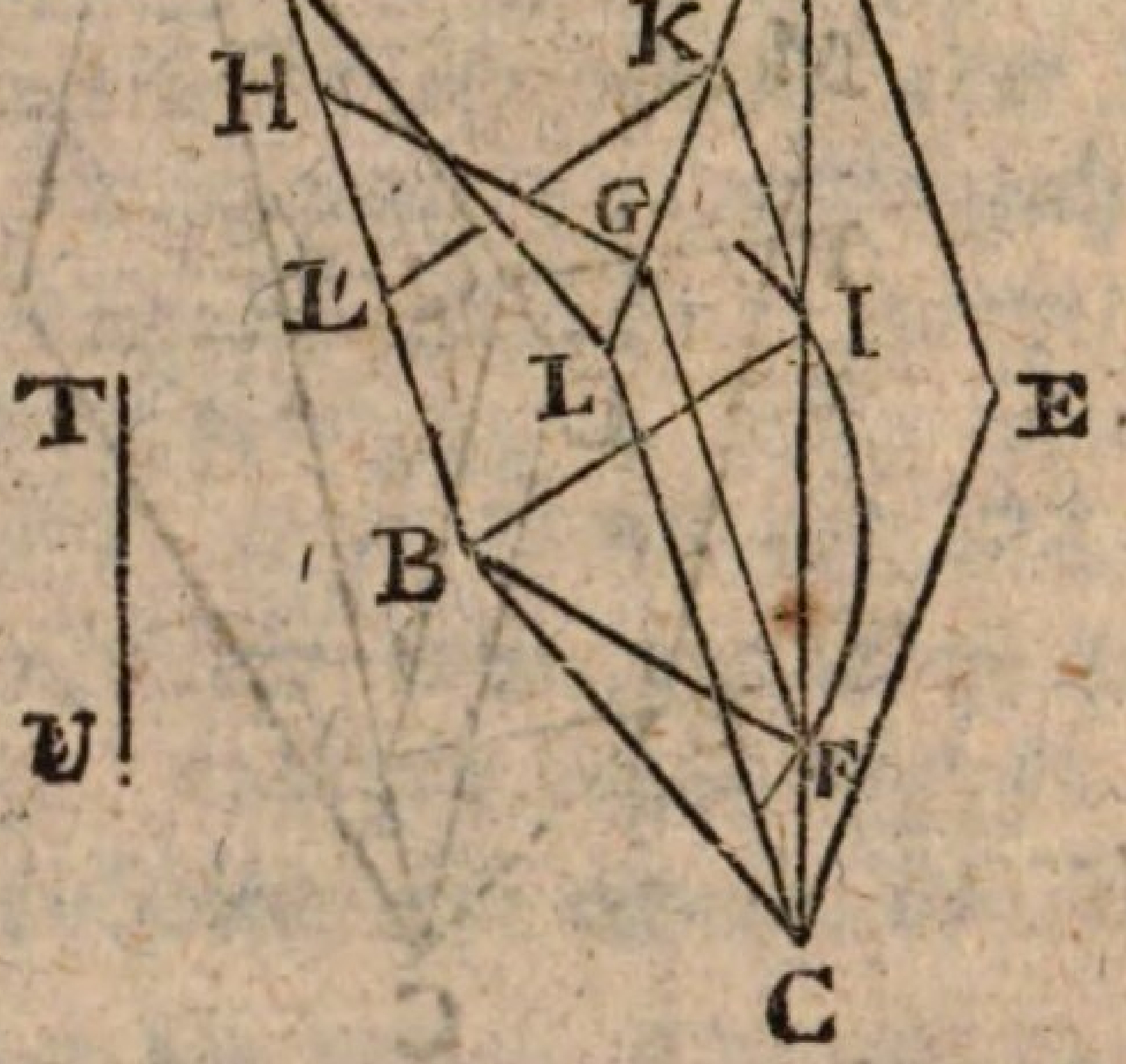
und der schein-
Bahn BM für
LC. Nimm
außerhalb der
Nache BM mit
des Zuschauers.
nnte allenfalls
des in A und in

§. 28.



Es werde die Figur nach Anleitung d
graphs beschrieben. Bliebe der Zuschau
wegte sich der Gegenstand wirklich in AC
die kürzeste Entfernung BN, wenn man
die BN senkrecht fällete. Machet man nu
das Parallelogramm NQPBN, so sind, n
den nämlichen Gründen, die verlangten St

Anmerkung. Alles wird hier erkläret,
wo die Richtungen in einer Ebne lie
man sich hier drei Ebnen gedenken,
die andere CLMBC, und die dritte B



e gegebene Abstand sei TU. Lege eine Ebne durch AC. In derselben beschreibe einen Zirkel mit Halbmesser = TU. Gesetzt, er schneide die AC d I, so mache, wie in den übrigen Fällen, die Parallelogramme FGHBF und IKLBI. Alsdann sind der and und der Zuschauer in der verlangten Entfernung sowohl in K und L als auch in G und H.

nn der Kreis die AC nur berühret, so hat die Aufr eine Auflösung. Wenn aber der Kreis die AC eichet, so ist die Auflösung unmöglich.

kung. Man hat hier fünf Ebnen zu betrachten. LCEA, 2) ACB, 3) CBMLC, 4) BFGHB, IKLB.

Zusatz.

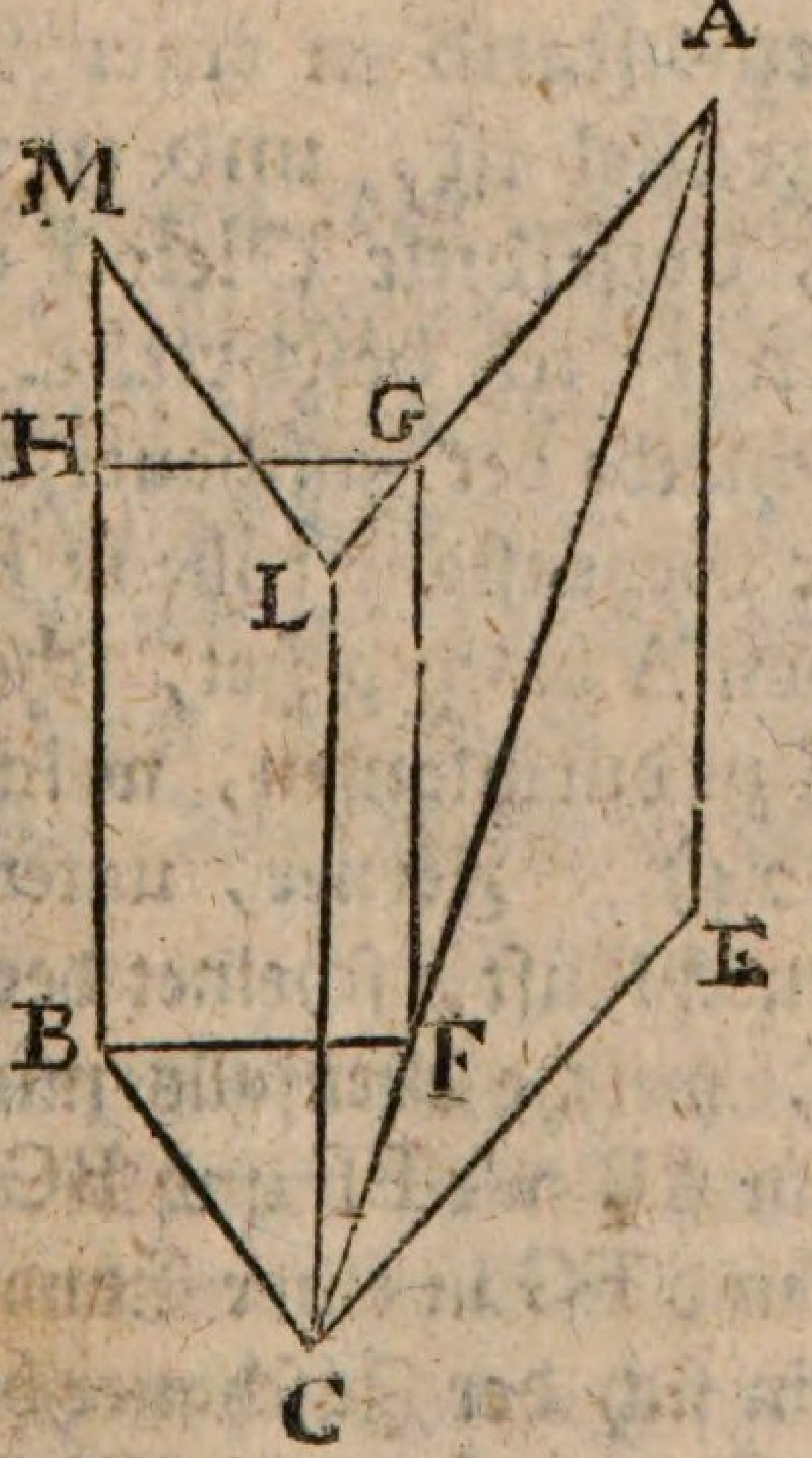
E.

eine Ebne durch
nen Zirkel mit
schneide die AC
Fällen, die Pa-
lsdann sind der
rlangten Entfer-
und H.
, so hat die Auf-
er Kreis die AC
glich.

en zu betrachten.
C, 4) BFGHB,

Zusatz.

Wenn ein Gegenstand und ein
einförmig und in geraden Linien,
einer Ebne bewegen, so sollen die St
werden, wo die gerade Linie, welch
det, auf der einen oder der andere
recht ist.



ach der nämlichen Anleitung.

§. 31.

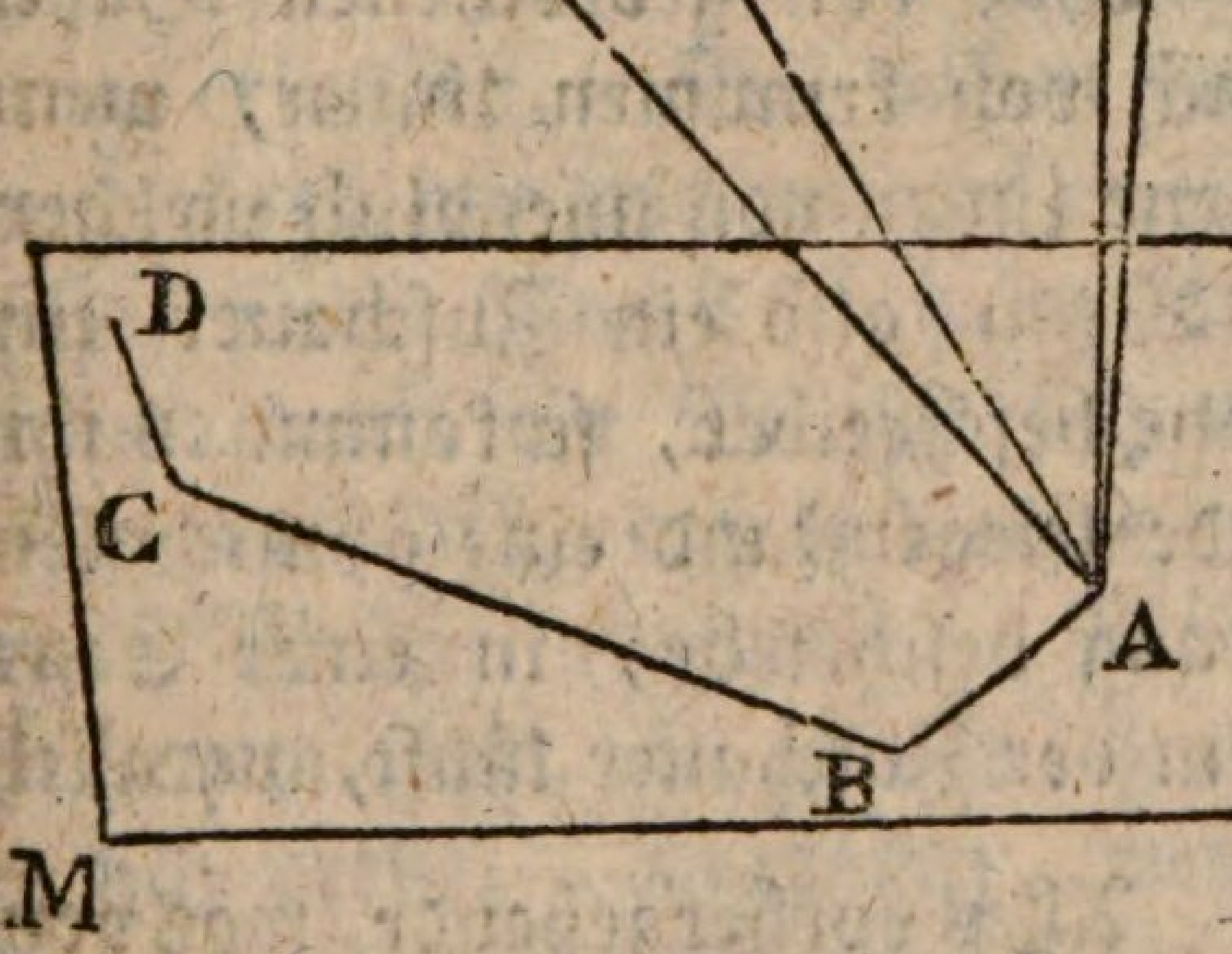
Lehrsatz.

nn der Zuschauer in einer Ebne ein Vieleck ne gebrochene Linie beschreibet, und wenn genstand außerhalb der gedachten Ebne so sind die Erscheinungen die nämlichen, in der Gegenstand in einer Ebne, die mit ebenen parallel ist, und in welcher er sich befindet, dasselbige Vieleck oder dieselbige ene Linie wirklich beschriebe.

ezt, es beschreibe der Zuschauer die gebrochene Li= D, und der Gegenstand ruhe in E. Unterdessen, Zuschauer von A bis B gehet, scheinet der Gegen= die Linie EF zu durchlaufen, welche mit AB gleich llel ist (§. 24). Ferner, unterdessen, daß der r die BC durchläuft, scheinet der Gegenstand die urchlaufen, welche ebenfalls mit BC gleich und st. Da nun AB mit EF und BC mit FG parallel liegen EF und FG in einer Ebne IK, welche mit LM, worin sich der Zuschauer beweget, parallel bstlernende Geom. Hauptst. VII §. 25). Da die Ebnen

ne ein Vieleck
et, und wenn
achten Ebne
die nämlichen,
Ebne, die mit
welcher er sich
der dieselbige

e gebrochene Li-
. Unterdessen,
inet der Gegen-
e mit AB gleich
dessen, daß der
Gegenstand die
BC gleich und
mit FG parallel
K, welche mit
weget, parallel
25). Da die
Ebnen



Weiter, unterdessen, daß der Zuschau
läuft, scheinet der Gegenstand die GH
welche mit CD gleich und parallel ist.
und GF gleich und parallel waren, so lie
in einer Ebne, die mit der LM parallel
Ebne durch GF gehet, so ist es die näm
EF und FG lagen. Auch ist der Winkel
kel BCD gleich.

Also ist die ganze scheinbare Bahn EF
standes mit der wirklichen ABCD des Zu
und gleich. Der nämliche Beweis kön
Seiten der gebrochenen Bahn angewandt

tz III. Was von gebrochenen Bahnen gesaget gilt auch von krummen Linien, wenn man sich gebrochene Linien von unendlich viel geraden Theistellet. Wenn also ein Zuschauer eine krumme einer Ebne beschreibet, so kömmt es ihm vor, als r ruhende Gegenstand eine ähnlichgleiche Linie in r Richtung beschriebe, in einer Ebne, die mit n, worin der Zuschauer läuft, parallel ist.

fung I. Alles vorhergehende, was von der scheinBahn gesaget worden, setzet voraus, daß der Zur im Stande sei, die Veränderung der Richtung Gesichtslinie zu beurtheilen. Dieses kann, verder Lage gewisser unbeweglicher Gegenstände, hen. So werden zum Exempel die scheinbaren gungen der Sonne und der Planeten, vermöge rsterne, beurtheilet, welche ihre Lage gar nicht, doch nicht merklich verändern. Richtet sich aber uschauer in seinem Urtheile über die Bewegung Gegenstandes, nach Dingen, die selbst beweglich so entstehen ganz andere Erscheinungen. Zum pel, wenn wir die Lage der Sonne und Sterne em irdischen Horizont vergleichen, der sich selbst s beweget, so scheinen uns alle Gestirne über die-

sem

Bahnen gesaget
wenn man sich
viel geraden Thei
er eine krumme
es ihm vor, als
ichgleiche Linie in
Ebne, die mit
parallel ist.

as von der schein-
aus, daß der Zu-
ng der Richtung
eses kann, ver-
er Gegenstände,
die scheinbaren
neten, vermöge
re Lage gar nicht,
Richtet sich aber
die Bewegung
e selbst beweglich
immungen. Zum
nne und Sterne
, der sich selbst
Gestirne über die-
sem

handen sind, die uns an die wirklic
der Dinge erinnern. Bei nahen un
gen, und wenn wir uns unserer eigen
wußt sind, findet keine Täuschung St
pel, wenn auch ein Mensch sich v
so glauben wir nicht, daß er kleiner w
scheinbare Größe abnimmt. Wen
Thurm herum gehe, so glaube ich ni
und er sich drehe. Hingegen, wen
Schiffe oder in einem Wagen fährt,
wohl manchmal vorkommen, als wen
Gegenstände rückwärts gingen, hau
man das Fahren nicht gewohnt ist,
nicht so dringend an sein eignes F
wird. Desgleichen, wenn eine Feu
höher steiget, so kann man in Zweife
entfernet, oder in der That kleiner wi
schaffenheit eines solchen Gegenstand
kannt ist.

§. 32.

Wir wollen jetzt, zum Besten der
diesem ersten Hauptstücke vorgetragenen Le
stens das merkwürdige davon, kürzlich

Mittelpunkte zusammen. Zulezt trennen sich ...nstände wieder. Die Zeiten und Orte, wo ... geschiehet, zu bestimmen, ist an der gehörigen ...hret worden.

...haben wir gesehen, wie der Ort der Berührung ...öglich ist) gefunden werden kann, wenn auch ...er (eigentlich Kugeln) nicht in derselbigen ge... gehen, sondern in solchen geraden Bahnen, die ...kel mit einander machen.

... ein Zuschauer denselbigen Gegenstand oder ...che Gegenstände in verschiedenen Entfernungen ... so verhalten sich die scheinbaren Durchmesser ...ngekehret, wie die Entfernungen; und daraus ...ie Annäherung oder das Weggehen eines Ge... erkennen.

...get sich der Gegenstand dabei einförmig um den ... herum, so verhalten sich auch die scheinbaren ...igkeiten beinahe umgekehret, wie die Entfer... Woraus dann folget, daß die scheinbaren Ge...eiten ohngefähr im nämlichen Verhältnisse ab...men, wie die scheinbaren Durchmesser. Hier...ber vorausgesezet, daß die Bahn an den beob...tellen mit der Gesichtslinie einen beinahe rechten ...che.

Wenn

und Orte, wo
n der gehörigen

der Berührung
in, wenn auch
derselbigen ge=
en Bahnen, die

egenstand oder
Entfernungen
n Durchmesser
; und daraus
hen eines Ge=

förmig um den
die scheinbaren
ie die Entfer=
heinbaren Ge=
erhältnisse ab=
messer. Hier=
an den beob=
einahe rechten

Wenn

überhaupt zwei Körper in geraden Lin
bewegen, so kann allemal angegeben w
nächsten beisammen, oder auch in einer
nung sind, und wo die gerade Linie, d
ken von einem zum andern ziehet, auf d
oder des andern senkrecht ist.

Wenn der betrachtete Gegenstand r
schauer sich beweget, so entstehen die n
nungen, als wenn der Zuschauer in
Gegenstand aber die Bewegung des Zu
gengesetzter Richtung hätte, und dieses i
wohl wenn der Zuschauer in gerader Lini
er ein Vieleck oder eine krumme Linie b
der Gegenstand mit der Bahn des Zu
Ebne, so ist die scheinbare Bahn des Ge
selbigen Ebne. Lieget der Gegenstand a
worin die Bahn des Zuschauers ist, s
Bahn des Gegenstandes in einer Ebne,
parallel ist, worin sich die Bahn des Zusc

Dieses waren die Haupt=Umstände
der relativen und scheinbaren Bewegu
hatten. Wir wollen nun untersuchen,
wenn zwei Körper aneinander stoßen.

gen Hauptstücke haben wir gesehen, wie sich zwei r, vermöge ihrer relativen Bewegung, einander oder von einander entfernen. Im Falle wo sie n, können sie auch ganz zusammen kommen, so den andern berühre. Dann wirket einer auf n, und sie stören sich wechselsweise, theils in htungen, theils in ihren Geschwindigkeiten. irkung und Gegenwirkung zweier (oder auch Körper, die sich begegnen, wird der Stoß genannt. Ein solcher Stoß ist entweder gerade

§. 2.

de ist der Stoß, wenn die Richtungen in welchen Schwerpunkte beider Körper bewegen, in einer ben geraden Linie liegen, und wenn dabei die an toßenden Flächen auf dieser Linie senkrecht sind. ird der Stoß genannt, wenn eine dieser Be- oder beide nicht statt finden.

§. 3.

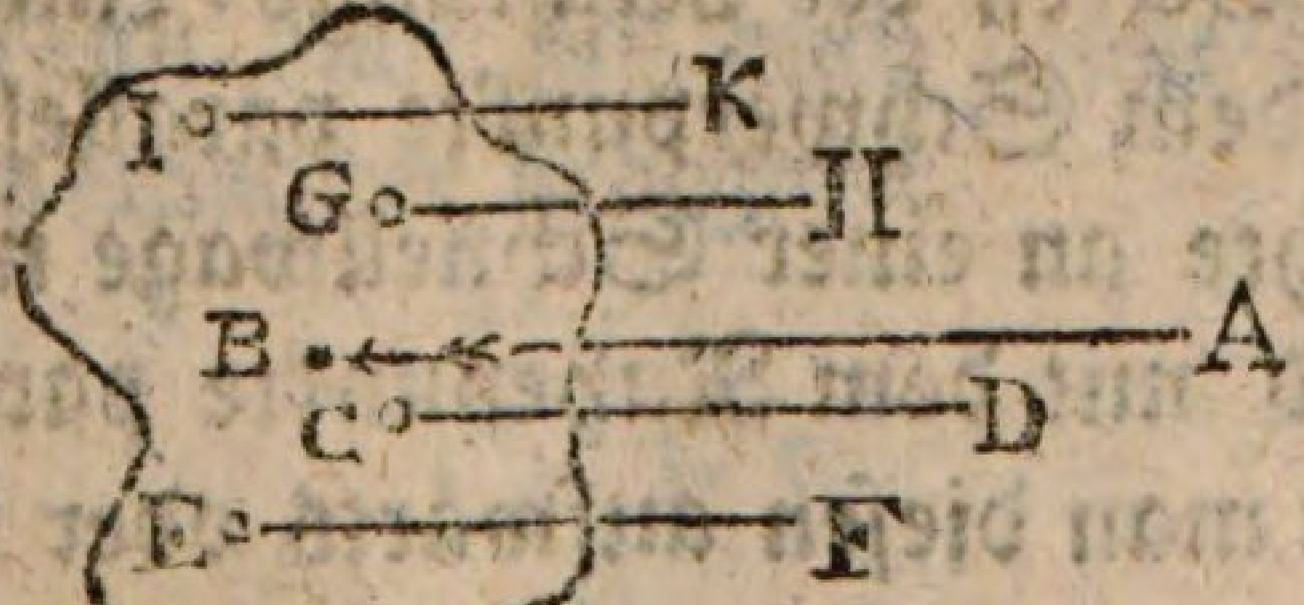
ist bei zusammen stoßenden Körpern zu beobach- ie beide vor dem Stoße nach einerlei Gegend , oder ob sie sich in entgegengesetzten Richtungen bewegten.

gung, einander
zm Falle wo sie
en kommen, so
wirket einer auf
weise, theils in
schwindigkeiten,
ier (oder auch
wird der Stoß
entweder gerade

ngen in welchen
egen, in einer
nn dabei die an
senkrecht sind.
eine dieser Be-

ern zu beobach-
inerlei Gegend
ten Richtungen
bewegten.

gewicht halten. Hier ist aber von der
Rede, sondern von der Bewegung. E
alle Theile eines Körpers der Verände
Zustandes der Ruhe, oder der Bewe
und daß dieser Widerstand die Trägh
der Materie genannt wird (Statik. H
Bekömmt nun ein Körper, er mag ru
Bewegung sein, einen Stoß, so wider
Theilchen dem Stoße in einer entgegen
indem die Gegenwirkung allemal der W
gegengesetzt ist (Statik. Hauptst. III. §.



Körper ist also in dem nämlichen Falle, als wenn
Theilchen in parallelen Richtungen sich nach einer=
bestrebten hinzugehen, der Schwerpunkt aber
wäre; folglich im nämlichen Falle, als wenn
r Schwere auf die Theilchen wirkte, um sie nach
M hinzutreiben, zugleich aber eine hinlängliche
den Schwerpunkt zurückhielte. In diesem
en alle Theilchen, wie C, E, G, I einander
gewicht halten, so daß keines das andere über=
und den Körper zu einer drehenden Bewegung
nnte; folglich wird auch in jenem Falle, wo
en nichts anders als die Gegenwirkungen der
nd, alles um den Schwerpunkt B herum im
cht bleiben.

also die Kraft AB den Schwerpunkt B fort=
bleiben unterdessen alle Theilchen des Körpers
e, in Betreff der Richtungs=Linie AB, und
le mit dem Schwerpunkte parallel. Eben so
Gewichte an einer Schnellwage im Gleichge=
n, und mit dem Ruhepunkte parallel steigen
wenn man diesen aufwärts oder niederwärts

f solche Art betrachtete Schwerpunkt kann auch
punkt der Trägheit oder der Mittelpunkt
der

ſich nach einer-
werpunkt aber
alle, als wenn
e, um ſie nach
ne hinlängliche
In dieſem
G, I einander
s andere über-
en Bewegung
m Falle, wo
irkungen der
B herum im

punkt B fort-
n des Körpers
nie AB, und
el. Eben ſo
im Gleichge-
arallel ſteigen
r niederwärts

nkt kann auch
Mittelpunkt
der

einer vollkommen glatten und horizontalen
wodurch die Wirkung der Schwere gä
wird. Die Ebne muß man ſich ſo glat
keine Reibung ſtatt findet. Auch muß m
daß die Bewegung im leeren Raume geſch
die in dieſen Vorausſetzungen herausge
des Stoßes immer mehr oder weniger vo
abweichen müſſen, ſo haben ſie doch ihre
ſo gut als die geometriſchen Betrachtung
men reguläre Figuren, die nirgends in
treffen ſind.

Um die Unterſuchung über den Zuſa
Körper zu erleichtern, wollen wir nur b
betrachten, weil dieſes hinlänglich ſein n
gemeinen Geſetze des Stoßes herauszub
der Kugeln kann man ſich auch bloße m
vorſtellen, die einander begegnen.

§. 6.

Lehrſatz.

Wenn ein unelaſtiſcher Körper
ebenfalls unelaſtiſchen, der in derſelb

ſt beide Körper M und m, die in der Richtung
, M geſchwinder und m langſamer, begegnen
und es geſchehe ein gerader Stoß, ſo mache
nde Betrachtungen.

er Körper M ſtößt den Körper m vor ſich weg,
euniget deſſen Bewegung, bis daß ſie beide mit
eſchwindigkeit fortgehen; dann höret alle Wir-
M gegen m auf; und beide Körper laufen in Ge-
als wenn ſie nur eine Maſſe ausmachten. Denn
keine Elaſtizität vorhanden, welche beide aus-
reiben könnte.

o viel Bewegung der Körper m von M erhält,
lieret dieſer, indem die Gegenwirkung allemal
ng gleich iſt (Statik. Hauptſt. III. §. 10). Es
h G die Geſchwindigkeit des M vor dem Stoße,
chwindigkeit des m ebenfalls vor dem Stoße,
gemeinſame Geſchwindigkeit beider Körper nach
. Die Quantität der Bewegung wird allemal
wenn man die Maſſe mit der Geſchwindigkeit
multipli-

A

in der Richtung
mer, begegnen
Stoß, so mache

n vor sich weg,
daß sie beide mit
höret alle Wir-
r laufen in Ge-
nachten. Denn
lche beide aus-

von M erhält,
wirkung allemal
. §. 10). Es
or dem Stoße,
r dem Stoße,
er Körper nach
g wird allemal
Geschwindigkeit
multipli-

oder $MG - Mx = mx -$
daher $MG + mg = mx +$

$$\text{und } \frac{MG + mg}{M + m} = x$$

welche letztere Gleichung die im Lehrsatze giebt.

§. 7.

Lehrsatz.

Wenn zwei unelastische Körpe gegen kommen, und ein gerader S so bleiben sie hernach zusammen, u Richtung desjenigen, der die stärk hatte, mit einer Geschwindigkeit, w wird, wenn man den Unterschied be gen durch die Summe der Massen

Gesetzt, in voriger Figur laufe M vo m ihm entgegen von B nach A, und sie einander, so mache man folgende Betrac

1) Der Körper, der am meisten allemal am meisten Geschwindigkeit) hat dig den anderen, der weniger Bewegung ben, und der stärkere wirket so lange auf

ie Masse M vor dem Stoße die Bewegung MG
ach dem Stoße aber nur noch die Bewegung Mx
st der Unterschied oder der Verlust $MG - Mx$,
$- x)$. Was die Masse m betrift, so hatte sie
Stoße die Bewegung mg von der linken Hand
echten; nach dem Stoße aber hat sie die Bewe-
von der rechten zur linken. Sie hat also von M
ne Bewegung $= mg$ von der rechten zur linken
um die gleiche Bewegung in entgegengesetzter
aufzuheben; zweitens würde sie, wenn sie weiter
alten hätte, in Ruhe geblieben sein, und folglich
h die wirkliche Bewegung mx erhalten. Ueber-
hat der Körper m die Bewegung $mg + mx$
$+ x)$ erhalten. Da nun, wegen der Gleich-
en Wirkung und Gegenwirkung, dieser Gewinn
rluste des M gleich sein muß, so ist

$$M(G - x) = m(g + x)$$

r $MG - Mx = mg + mx$

r $MG - mg = Mx + mx$

h $\frac{MG - mg}{M + m} = x$

nser Lehrsatz bewiesen ist.

Zusatz I.

Bewegung Mx
lust MG — Mx,
rist, so hatte sie
der linken Hand
hat sie die Bewe-
e hat also von M
echten zur linken
entgegengesetzter
wenn sie weiter
ein, und folglich
halten. Ueber-
ung $mg + mx$
gen der Gleich-
, dieser Gewinn
ist

Zusatz I.

gleich sind.

Zusatz II. Wir haben in diesem,
gen Paragraph, stillschweigend angeno
Körper hart sind; die Regeln gelten ab
wenn sie weich sind, nur ist zu bemerken,
per in diesem Falle durch den Stoß me
platt werden.

Anmerkung. Wenn man Versuche mit
horizontalen Ebne anstellet, so bekon
vor als nach dem Stoße eine drehen
Bewegung, welches von nichts ande
Reibung herrühret, und uns hier nicht
sehen nur bloß auf die progressive oder
wegung des Schwerpunktes. Diese
Drehen der umliegenden Theile nicht
wenn keine Reibung vorhanden wäre
Schwerpunkt oder der Mittelpunkt
übrige Theilchen in parallelen Richt
fortschleppen (§. 4).

§. 8.

Beide gefundene Formeln können in
sammen gefaßt werden, wenn man

keit g als negativ betrachtet werden, wenn die
positiv angenommen wird.

npel. Es sei die Masse M = 10 Pfund, und
hwindigkeit G = 59 Fuß für jede Sekunde.
se *m* sei 15 Pfund, und ihre Geschwindigkeit
ir jede Sekunde, so ist entweder

$$= \frac{10 \times 59 + 15 \times 24}{10 + 15} = 38 \text{ Fuß}$$

$$= \frac{10 \times 59 - 15 \times 24}{10 + 15} = 9\tfrac{1}{5} \text{ Fuß}$$

für einerlei Richtung, das andere für entgegen-
ichtungen.

ung I. Träfe es sich im letzten Falle, daß mg
wäre als MG, so würde x negativ, woraus
hliessen müßte, daß die Bewegung nach dem
, nicht, wie man angenommen hatte, in der
ng des M, sondern in der Richtung des m
e.

ung II. Obgleich die Rechnung eigentlich für
ren Raum eingerichtet ist, so wird sie doch ziem-
der Luft eintreffen, wenn nur die Materien
icht sind und der Luft wenig Oberfläche bieten.
In

10 Pfund, und
r jede Sekunde.
Geschwindigkeit
r

$4 = 38$ Fuß

$4 = 9\frac{1}{5}$ Fuß

ere für entgegen-

Falle, daß mg
egativ, woraus
egung nach dem
n hatte, in der
Richtung des m

g eigentlich für
rd sie doch ziem-
r die Materien
erfläche bieten.
In

die Bewegung nicht einförmig ist.
trachtet sie im letzten oder ersten Auge
mig, und rechnet die Geschwindigke
ergiebt, wenn man annimmt, diese e
gung dauere während der ganzen Einh

Zusatz. Die Gleichung

$$x = \frac{MG \pm mg}{M + m}$$

entstand aus dieser

$$(M + m)\, x = MG \pm mg$$

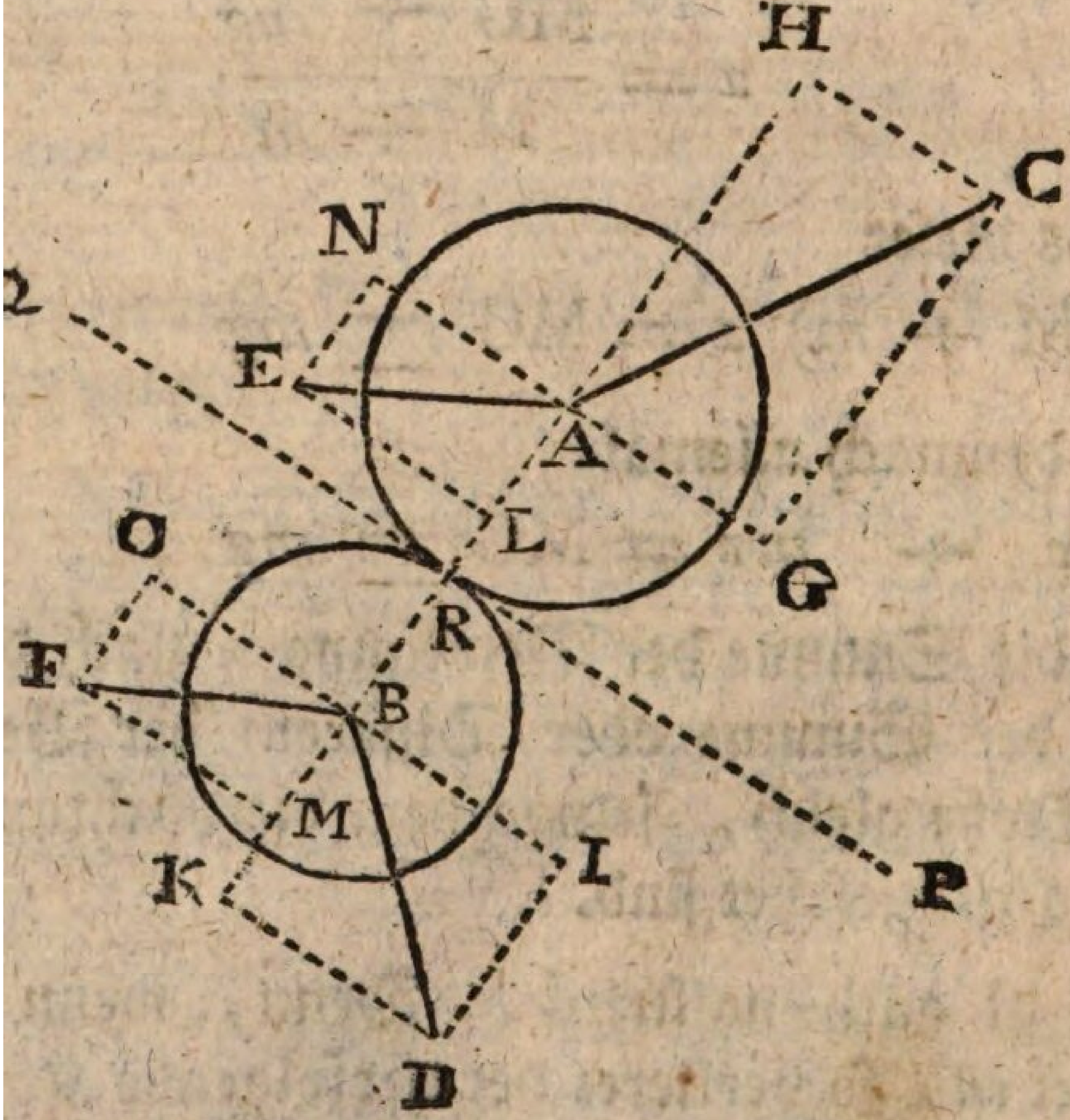
Es ist demnach allemal

$$Mx + mx = MG \pm mg$$

das heißt, die Summe der Bewegungen
ist allemal der Summe oder Differenz
vor dem Stoße gleich, je nachdem die
lei oder entgegengesetzet sind.

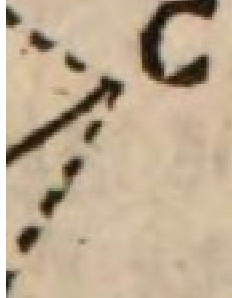
Dieses ist auch natürlich. Denn,
tung einerlei ist, so verlieret der verfolgen
gen der Gegenwirkung, so viel an Be
dem andern mittheilet, und es bleibet al

n zwei unelastische Kugeln, deren Ge=
gkeiten und Richtungen gegeben sind,
inander stoßen, so sollen die Richtungen
hwindigkeiten beider nach dem Stoße be=
verden.



Auf=

ı, deren Ge=
gegeben sind,
ie Richtungen
dem Stoße be=



e

Auf=

A × AC, womit sich der Körper wirklich b
sich zwei andere Kräfte A × HA und A
welche, wenn sie beide zugleich auf die K
genau den nämlichen Erfolg verursachen
Hauptst. III, § 9). Und wenn auch de
ehe er bei R ankam, von der Kraft, die i
worden wäre, so hindert nichts, daß man s
Kraft verfolge ihn noch jetzt, oder wirke
indem die einmal eingedrückte Bewegun
(Statik Hauptst. III, §. 3).

Eben so kann man die Kraft oder Bew
zwei andere B × KB und B × IB zerlegen, wo
die Ebne PQ senkrecht wirket, die andere abe

Laßt uns für einen Augenblick die par
Seite setzen, und nur die beiden A × HA
trachten. Wären diese allein, so entst
Stoß zweier einander entgegenlaufender K
setzt daß A × HA größer sei als B × KB,
Kugeln in der Richtung der stärkern zusa
mit einer Geschwindigkeit x, so daß (§. 7

$$x = \frac{A \times HA - B}{A + B}$$

sie durch solche Kräfte A × AL und B × BM ge=
ürden.

uns jetzt die vorher bei Seite gesetzten Kräfte
und B × IB in Anschlag nehmen. Die Kugel A
t unter dem Gebote zweier Kräfte A × AL und
Vermittelst der einen muß die Kugel A den
L, und vermittelst der andern den Raum
A durchlaufen. Sie durchläuft demnach in der
Diagonal=Linie AE des Parallelogramms LN,
us beiden Linien AL und AN gemachet ist (Stat.
III, §. 9). Also ist AE die Richtung und Ge=
keit der Kugel A nach dem Stoße.

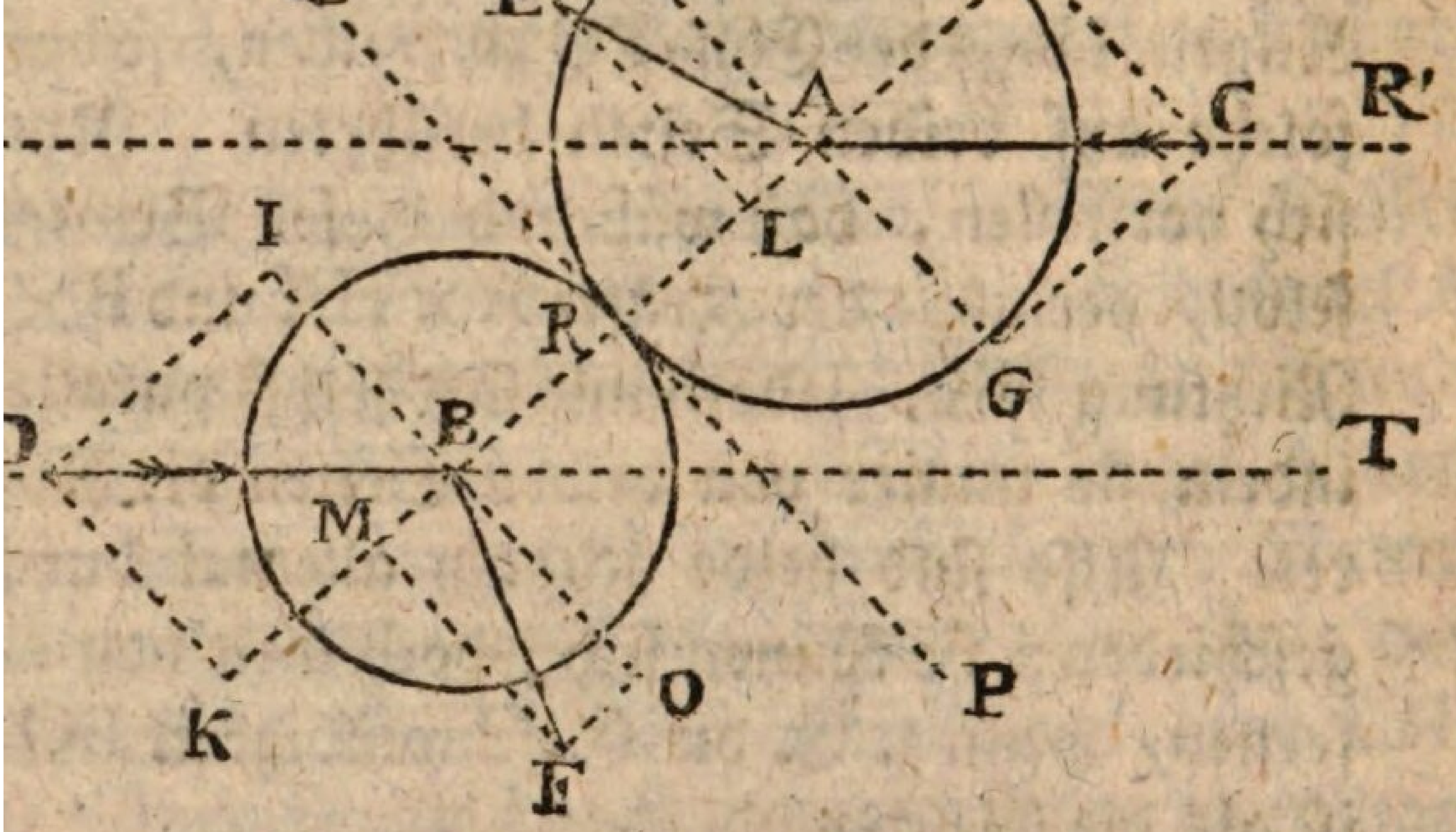
so ohngefähr verhält es sich mit der Kugel B.
durch zwei Kräfte B × BM und B × IB gereizet,
hläuft BF als die Diagonal=Linie des Paralle=
s MO, welches aus den Seiten BM, und BO,
gemachet ist. Folglich ist BF die Richtung und
digkeit der Kugel B nach dem Stoße.

nun die Massen A und B, die Geschwindigkeiten CA
in Zahlen, und die Winkel CAG, DBI in Graden
so lassen sich im rechtwinklichen Dreieck AGC die
A (= AN) und CG (= HA) berechnen. Des=
im Dreieck BDI, die Seiten IB (= BO) und
B). Ferner aus den Katheten AN und NE (= AL),
und

gesetzten Kräfte
n. Die Kugel A
fte $A \times AL$ und
die Kugel A den
ern den Raum
t demnach in der
lelogramms LN,
nachet ist (Stat.
chtung und Ge-
ße.
it der Kugel B.
$B \times IB$ gereizet,
nie des Paralle-
n BM, und BO,
die Richtung und
Stoße.
windigkeiten CA
, DBI in Graden
Dreieck AGC die
berechnen. Des-
B (= BO) und
und NE(= AL),
und

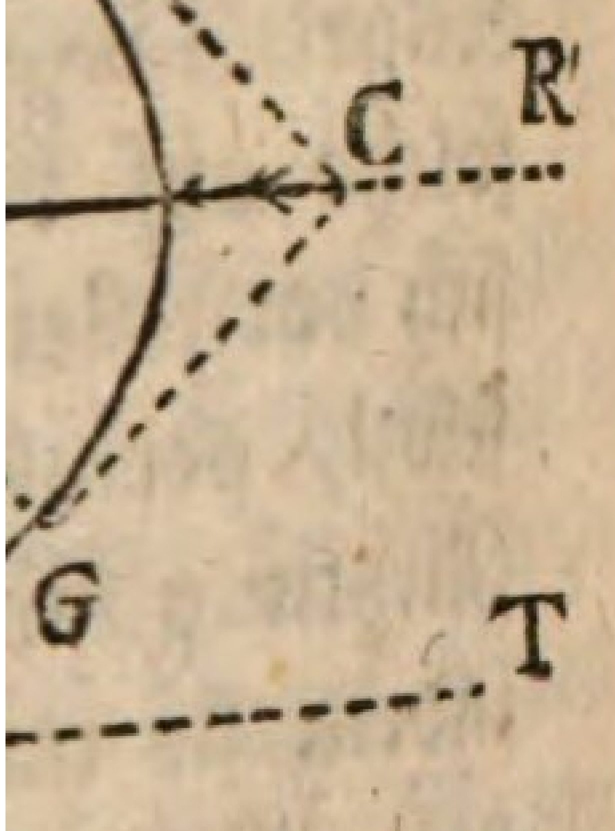
solche auf beiden Seiten berührten.
sich vorstellen, daß während dieser
selbst, vermöge der Kräfte $A \times HA$ u
Richtung HK, jedoch mit sich selbst
indem sie immer von beiden Seiten
ret. Also sind beide Kugeln allema
geschieden; sie können sich jedoch wei
fernen, wenn z. E. die Geschwindigk
ist als die Geschwindigkeit AN.

Zusatz I. Wenn der eine Körper
in Ruhe ist, so verschwindet die Kraft
auch $B \times KB$ und $B \times IB$, wie auch da
gramm MO. Die Kraft $A \times CA$ zerle
in zwei, $A \times HA$, und $A \times GA$. Die e
telst eines geraden Stoßes auf B, in
und es läßt sich der Weg AL oder BM
beide Körper vermöge eines solchen St
ten (§. 7, Zus. I). Bei A entstehet a
gesetzten Geschwindigkeiten AN und A
Hingegen bei B, geschiehet keine Zusam
dern der Körper B beweget sich in der
dessen daß A die AE durchläuft.



t die Körper A und B kommen einander entgegen in
len Richtungen RS und UT mit den Geschwin-
A und DB, und stoßen bei R aneinander, so
öllig die nämliche Konstrukzion und der nämliche
wie vorher im allgemeinen, und es findet sich
A den Weg AE, und B den Weg BF nimmt.

t ferner die Kugeln A und B (folgender Figur)
en parallelen Richtungen RS, UT, nach einerlei
in, und die geschwindere B stößt an die lang-
Die Geschwindigkeit der A sei CA, und die
DB, so zerleget sich CA in HA und GA, DB
aber



nder entgegen in
den Geschwin-
aneinander, so
nd der nämliche
nd es findet sich
eg BF nimmt.

lgender Figur)
, nach einerlei
ßt an die lang-
CA, und die
und GA, DB
aber

aber in KB und IB. Hier wirken die Kr
A×HA in einerlei Richtung, also wird(§

$$AL = BM = \frac{B \times KB + A \times HA}{B + A}$$

Endlich aus AN (= GA) und AL en
aus BO (= IB) und BM entstehet BF.
BF die Geschwindigkeiten und Richtungen

Zusatz III. Wenn die Richtungen
dem Stoße in einer Ebne liegen, so blei
gen nach dem Stoße in derselben Ebne.
zum Beweise die letzte Figur betrachten.
in einer Ebne liegen, so liegt AB, die sie
in der Ebne, desgleichen die ganze LK.
nal-Linie CA und die Seite AH in der
lieget auch darin das ganze Parallelogram
auch die Seite GA und deren Verlängeru
AN und AL darin liegen, so lieget auc
Linie AE darin. Auf eine ähnliche Art ge
weis für BF.

mehr in einer Ebne sein. Hingegen wird die
ng und Zusammensetzung der Kräfte und Ge-
keiten, überhaupt der ganze Beweis und das
rfahren bleiben wie vorher.

z V. Der Weg jeder Kugel für sich, nach dem
egt allemal in einer Ebne, worin auch der Weg
Stoße lag, und welche auf der berührenden
senkrecht ist. Dieses folget unmittelbar aus der
orstellungs-Art (Zus. IV).

§. 10.

Aufgabe.

oll der Weg und die Geschwindigkeit einer
chen Kugel gefunden werden, die an einen
beweglichen unelastischen Körper stößt.

Auflösung.

ufe die Kugel A (folgender Figur) in der Rich-
mit der Geschwindigkeit BA gegen einen unbe-
Körper, wovon IHK einen Theil vorstellet, und
ihn im Punkte H. Durch diesen Punkt H lege
Ebne FG, welche sowohl den unbeweglichen
Körper

Kräfte und Ge-
Beweis und das

r sich, nach dem
in auch der Weg
der berührenden
mittelbar aus der

indigkeit einer
, die an einen
örper stößt.

r) in der Rich-
gen einen unbe-
l vorstellet, und
n Punkt H lege
unbeweglichen
Körper

Körper als auch die Kugel berühre.
BD auf FG senkrecht, hingegen AD
rallel, so ist die Geschwindigkeit BA
und DA zerleget, von welchen CA g
wegen des unüberwindlichen Widersta
lichen Körpers IHK. Hingegen bleibe
keit DA unverändert, und diese treibet
Stoße in derselbigen Richtung DA oder
so daß AE = DA.

Hieraus siehet man erstlich, daß
Kugel nach dem Stoße in einer Linie
der berührenden Ebne parallel ist, wi
Zweitens liegen beide Wege der Kug
nach dem Stoße in einer Ebne, welch
den senkrecht stehet. Denn da AC a
so ist die Ebne des Parallelogramms
senkrecht, und da AE die Verlängeru
liegt auch AE in der nämlichen senkrec

s alles war für den Fall, wo die Kugel den un=
n Körper so trift, daß ihre Richtung mit der
en Ebne einen schiefen Winkel machet. Ist die
aber auf die gedachte Ebne senkrecht, so höret
gung auf. Denn gesetzt die Kugel laufe in der
CA, und es treffe sich, daß diese CA auf die be=
Ebne FG senkrecht ist, so findet keine Zerlegung
windigkeit oder der Bewegung Statt, sondern
bleibet in A stehen.

I. Wenn die Kugel gegen eine Ebne anstößt,
(vorige Figur) diese Ebne. Alsdann gilt von
hen Ebne selbst alles, was von der eingebilde=
enden Ebne gesagt worden. Die Kugel läuft
Stoße längs der Ebne, mit einer Geschwindig=
an erhält, wenn man die Geschwindigkeit vor
, mit dem Kosinus des Winkels, welchen die
nd die Ebne machen, multipliziret, indem man
us : totus annimmt. Geschiehet aber der Stoß
gen die Ebne, so höret alle Bewegung auf.

II. Die gefundenen Regeln werden noch da=
iget, daß sie sich aus den allgemeinern herleiten
r den geraden Stoß haben wir gefunden (§. 8)

$$x = \frac{MG \pm mg}{M + m}$$

wo

e Kugel den ...
ichtung mit der
achet. Ist die
recht, so höret
gel laufe in der
e CA auf die be-
keine Zerlegung
Statt, sondern

e Ebne anstößt,
lsdann gilt von
der eingebilde-
die Kugel läuft
r Geschwindig-
hwindigkeit vor
s, welchen die
et, indem man
aber der Stoß
vegung auf.
rden noch da-
inern herleiten
efunden (§. 8)

wo

$$x = \frac{MG \pm \infty \times \infty}{M + \infty}$$

oder $x = \frac{MG \pm 1}{M + \infty}$

und da das endliche M in Betracht des
schwindet

$$x = \frac{MG \pm 1}{\infty}$$

und da jede Größe, wenn sie durch da
theilet ist, null wird, so ist

$$x = 0$$

das heißt, es entstehet keine Geschwin
Körper, sondern sie bleiben in Ruhe.
den geraden Stoß.

Geschiehet der Stoß gegen eine unb
in schiefer Richtung, so werden beide Be
leget (§. 9), daß man erstlich die Wirku
Stoßes betrachten, und die dadurch her
schwindigkeit mit den übrig gebliebenen G
zusammensetzen könne, welche letztern mit
Ebne parallel waren. Ist aber die eine
lich, so haben wir eben jetzt gesehen, da

äfte verhalten sich bloß noch wie die Geschwindig-
und diese können also die Kräfte selbst vorstellen.
auch Statik. H. III. §. 9. Zus. I.)

§. 11.

Lehrsatz.

n ein vollkommen elastischer Körper einen
vollkommen elastischen, der in derselbigen
g gehet, einholet, und ein gerader Stoß
t, so bleiben beide nach dem Stoße nicht
n, obgleich sie dennoch in der nämlichen
Linie laufen; sondern jeder gehet für sich
Geschwindigkeit, welche gefunden wird,
n erstlich die gemeinsame Geschwindigkeit
t, welche beide Körper nach dem Stoße
ätten, im Falle daß sie unelastisch gewesen
wenn man diese Geschwindigkeit verdop-
d wenn man von dieser doppelten Ge-
gkeit diejenige subtrahiret, welche jeder
vor dem Stoße hatte.

et, die vollkommen elastischen Körper M und *m*
e in der Richtung AB, und der geschwindere
n langsamern *m*. Sobald dieses geschiehet, so
drücket

die Geschwindig-
e selbst vorstellen.
l.)

r Körper einen
r in derselbigen
gerader Stoß
n Stoße nicht
der nämlichen
gehet für sich
efunden wird,
eschwindigkeit
ch dem Stoße
stisch gewesen
igkeit verdop-
oppelten Ge-
welche jeder

örper M und m
er geschwindere
s geschiehet, so
drücket

als sie vorher waren; und dieses dauret
beide Körper in der Richtung AB einerle
erhalten haben. Mit dieser gemeinsame
würden sie nun in der Richtung AB for
nicht elastisch wären. Da sie es aber
kommen sind, so dehnen sich die bei C
ten Theile wiederum in entgegengesetz
mit eben so viel Kraft, als sie zusammen
Hier sind demnach zwei vollkommen glei
Zusammendrückung und die Wiederhers
schen Theile, welche folglich gleiche W
bringen müssen.

Da nun der verfolgende Körper M
sammendrückung eine gewisse Geschwindi
so verlieret er noch eben so viel durch die W
weil auch diese seiner ersten Richtung zun

Hingegen, da der verfolgte Körper,
sammendrückung, eine gewisse Geschwin
hatte, so gewinnet er noch eben so viel
herstellung, welche in seiner anfänglichen R

Hieraus siehet man schon, daß beide
Stoße nicht zusammen bleiben können;
die Wiederherstellung bei C nach entgege

$$G - \frac{\quad}{M + m}$$

verlieret er noch eben so viel, vermöge der stellung, also überhaupt

$$2G - 2\,\frac{MG + mg}{M + m}$$

h behält er

$$G - \left(2G - 2\,\frac{MG + mg}{M + m}\right)$$

er $$-\,G + 2\,\frac{MG + mg}{M + m}$$

er $$2\,\frac{MG + mg}{M + m} - G$$

zweimal die gemeinsame Geschwindigkeit nach im unelastischen Zustande, weniger die Geschwindigkeit vor dem Stoße, wie im Lehrsatze gesan.

bigen unelastischen Zustande bekömmt m die ge-Geschwindigkeit

$$\frac{MG + mg}{M + m}$$

und

, vermöge der

$\frac{mg}{n}\Big)$

hwindigkeit nach
eniger die Ge-
Lehrsatze gesa-

ömmt m die ge-

und

$$g + \Big(2 \frac{\ldots}{M + m}$$

$$\text{oder} \quad 2\,\frac{MG + mg}{M + m} - g$$

das heißt, wie vorher, die doppelte gemei
digkeit nach dem Stoße im unelastischen
ger die wirkliche Geschwindigkeit vor dem

Anmerkung. Wir haben bloß von de
sammendrückung und Wiederherstellu
der Berührung geredet. Eigentlich
beiden Körper nicht nur an diesem Or
am entgegengesetzten etwas platt.
Körper drücket sich auch hinterwärts e
teren Theile noch die anfängliche Ge
ben, und vorwärts gehen, unterdesse
deren und mittleren schon verspätet
folgte Körper bekömmt auch vorwärts
Gestalt, weil die vorderen Theile noc
schwindigkeit haben, unterdessen, daß
mittleren schon beschleuniget sind.
beide Körper platter werden, müss
Theile etwas seitwärts auseinander
und es muß der ganze Körper an Br

ten bemerket ist, nur daß die Veränderung nicht
al so merklich ist. Bei der Wiederherstellung
mmen beide Körper nicht nur ihre natürliche Ge-
sondern sie überschreiten das Ziel, wie bei vielen
egungen zu geschehen pfleget, und dehnen sich in
inge aus, dann wieder in die Breite, und wieder
Länge, und so dauren die Schwingungen einige
ort, werden aber immer kleiner und kleiner, und
t null. Alles dieses hat seine Richtigkeit. Hin-
bei dem Stoße kömmt es nur bloß auf die erste Ein-
ung und Wiederherstellung am Orte der Berüh-
an. Die Veränderungen an den entgegengesetz-
Orten haben hier keine Wirkung; und da die Ku-
nach der ersten Wiederherstellung nicht mehr zu-
nen sind, so haben auch die folgenden Schwin-
en keinen Einfluß auf die progressive oder fort-
tende Bewegung.

tz I. Die relative Geschwindigkeit, womit sich
rper nach dem Stoße von einander entfernen, ist
n gleich, womit sie sich vor dem Stoße näherten.
or dem Stoße war die relative Geschwindigkeit
I. Hauptst. §. 6), und nach dem Stoße ist sie

$$\ldots\frac{MG+mg}{M+m}-g\Big)-\Big(2\,\frac{MG+mg}{M+m}-G\Big)$$

also $-g+G=G-g$ Zu-

Wiederherstellung
hre natürliche Ge-
iel, wie bei vielen
und dehnen sich in
Breite, und wieder
wingungen einige
und kleiner, und
Richtigkeit. Hin-
s auf die erste Ein-
Orte der Berüh-
en entgegengesetz-
; und da die Ku-
ng nicht mehr zu-
lgenden Schwin-
gressive oder fort-

gkeit, womit sich
er entfernen, ist
Stoße näherten.
Geschwindigkeit
Stoße ist sie

$$\frac{\ldots + mg}{\ldots + m} - G \Big)$$

g

Zu-

$$2 \, \frac{MG + Mg}{M + M} - G =$$

und machet man die nämliche Verände
schwindigkeit des verfolgten, so wird die

$$2 \, \frac{MG + Mg}{M + M} - g =$$

woraus man siehet, daß beide Körper ihre
während dem Stoße vertauschen.

Zusatz IV. Daraus folget, daß,
gleich sind, und der verfolgte Körper r
gende nach dem Stoße ruhen, und dem
schwindigkeit mittheilen werde.

Zusatz V. Die Geschwindigkeit
Körpers wird nach dem Stoße

$$2 \, \frac{MG + mg}{M + m} - G$$

Soll dieser Körper nach dem Stoße ruhe

$$2 \, \frac{MG + mg}{M + m} - G =$$

F 2

tiv, wenn $2\,\frac{MG + mg}{M + m}$ kleiner ist als G.

n

$$2\,\frac{MG + mg}{M + m} < G$$

st $2MG + 2mg < MG + mG$

$$MG + 2mg < mG$$

$$MG < mG - 2mg$$

$$MG < m\,(G - 2g)$$

und $\frac{M}{m} < \frac{G - 2g}{G}$

, der verfolgende Körper muß nach dem Stoße en, jedesmal, wenn das Verhältniß der verfolg- rfolgenden kleiner ist als das Verhältniß der Ge- keit G zu $G - 2g$.

3 VII. Wenn der eine Körper vor dem Stoße st, so muß der verfolgende nach dem Stoße in zurückgehen, wenn seine Masse die kleinste ist; so gehen beide Körper nach dem Stoße in einer- ng vorwärts.

Denn

leiner ist als G.

$+ mG$

nach dem Stoße
ltniß der verfolg-
rhältniß der Ge-

vor dem Stoße
h dem Stoße in
die kleinste ist;
Stoße in einer-

Denn

ist sie $MG^2 + mg^2$ Nach dem Stoß

$$M\left(2\frac{MG+mg}{M+m}-G\right)^2+m\left(2 \ldots\right.$$

oder

$$M\left(\frac{MG+2mg-mG}{M+m}\right)^2+m\left(\frac{2MG \ldots}{M \ldots}\right.$$

oder

$$\frac{M(MG+2mg-mG)^2+m(2MG- \ldots}{(M+m)^2}$$

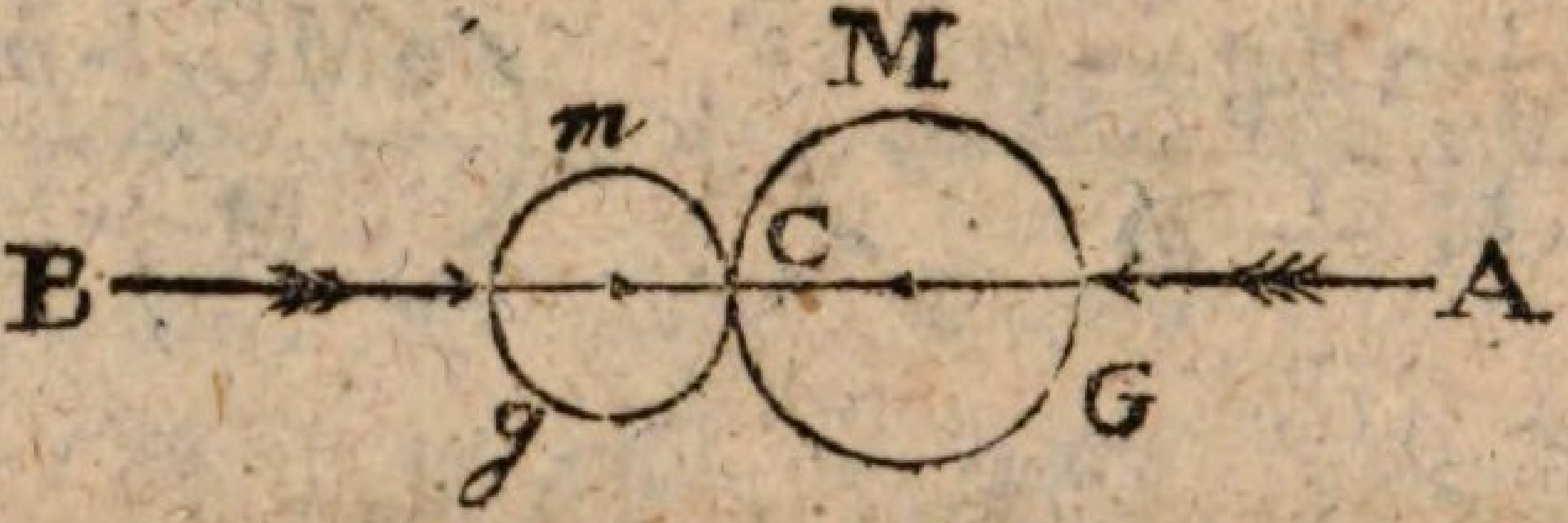
Entwickelt man diesen Ausdruck u
ihn, so kömmt für den Nenner

$$M^3G^2+2m^2g^2M+m^2G^2M \ldots$$
$$+m^3g^2+M^2g^2m$$

Wenn man nun die Division durch (
heißt, durch $M^2+2mM+m^2$ verricht
Quozienten $MG^2 + mg^2$
also eben so viel als vor dem Stoße.

Hierin unterscheiden sich die elastische
unelastischen, als bei welchen bloß die

Fall der mangelnden Elastizität berechnet, verdoppelt und hernach die Geschwindig- dem Stoße bei dem stärkern Körper sub- bei dem schwächern aber addiret.



t die elastischen Körper M und m kommen mit windigkeiten G und g einander entgegen in der und stoßen bei C aneinander. Wären die Kör- tisch, so würden sie nach dem Stoße zusammen chtung CB des stärkern M gehen, und ihre ge- Geschwindigkeit würde sein (§. 7)

$$\frac{MG - mg}{M + m},$$

tärkere hätte also verloren

$$G - \frac{MG - mg}{M + m}.$$

Nun

zität berechnet,
e Geschwindig-
rn Körper sub-
addiret.

←A

m kommen mit
entgegen in der
Wären die Kör-
Stoße zusammen
n, und ihre ge-
7)

Nun

nämlich die doppelte Geschwindigkeit im
stande, weniger seine Geschwindigkeit
wie bei dem verfolgenden Körper im vo

Der schwächere Körper m würde im
stande ebenfalls vorwärts gehen mit der
schwindigkeit

$$\frac{MG - mg}{M + m}$$

und also gewinnen 1) seine Geschwin
Stoße, weil sie in entgegengesetzter R
sie durch jene ihm mitgetheilte gleiche
der Richtung des stärkern aufgehoben
seine wirkliche Geschwindigkeit nach de
im unelastischen Zustande, also überha

$$g + \frac{MG - mg}{M + m}$$

Nun gewinnet er wiederum so viel
herstellung bei C (§. 11) folglich gewi

$$2g + 2\,\frac{MG - mg}{M + m}$$

eßtern g subtrahiret werden muß (§. 11).

z I. Die relative Geschwindigkeit bleibet nach
e wie vor demselben. Denn, da in dem Be=
enommen wurde, daß beide Körper nach dem
der Richtung des stärkern gehen, so ist ihre rela=
windigkeit alsdann (Hauptst. I. §. 6)

$$\frac{\quad - mg}{\quad + m} + g\Big) - \Big(2\,\frac{MG - mg}{M + m} - G\Big)$$

chts anders, als $g + G$. Da nun beide Kör=
em Stoße eine entgegengesetzte Richtung hatten,
hre relative Geschwindigkeit ebenfalls $g + G$.
I. §. 7).

z II. Gesetzt, die Massen und Geschwindig=
der Körper vor dem Stoße sind gleich, so setzet
nstatt m, und G anstatt g. Dann wird

$$\frac{MG - mg}{M + m} - G = - G$$

der eine Körper gehet zurück, mit der Ge=
eit, die er hatte. Ferner wird in diesem Falle,

$$\frac{MG - mg}{M + m} + g = g = G$$

das

ß (§. 11).
gkeit bleibet nach
da in dem Be
Körper nach dem
n, so ist ihre rela
§. 6)

$$G - mg \over [\ldots] + m$$ $- G)$

a nun beide Kör
Richtung hatten,
benfalls $g + G$.

nd Geschwindig
gleich, so setzet
ann wird

G

, mit der Ge
in diesem Falle,

G

das

$$= \frac{(M - 3m)G}{M + m}$$

Ist $M > 3m$ oder $m < \frac{1}{3}M$, so ist
keit der größeren Masse M positiv, das
mehr als dreimal so groß ist, wie die an
nach dem Stoße vorwärts. Ist $M =$
ist die größere Masse genau 3mal so groß,
so wird die Geschwindigkeit der größer
bleibet stehen. Ist $M < 3m$, so wird
keit des M negativ, oder M gehet zurück

Zusatz IV. Sind die Massen glei
digkeiten aber ungleich, so wird $m = M$

$$2\,\frac{MG - mg}{M + m} - G = 2\,\frac{MG\ldots}{\ldots}$$

$$= G - \ldots$$

$$= - g\ldots$$

Desgleichen ist in diesem Falle

$$2\,\frac{MG - mg}{M + m} + g = 2\,\frac{MG\ldots}{\ldots}$$

$$= G - \ldots$$

$$= G$$

$$= \frac{\quad}{M + m}$$

$$= \frac{MG - m(2g + G)}{M + m}$$

es darauf an, ob

$$MG < m(2g + G)$$

der $MG = m(2g + G)$

der $MG < m(2g + G)$

rsten Falle gehet der stärkere Körper nach dem rwärts; im zweiten bleibet er ruhend; im drit- er zurück.

s VI. Unter dem stärkeren Körper verstehen al denjenigen, der mehr Bewegung hat, und Bewegung das Produkt aus der Masse und der digkeit. Wir haben in den vorigen Zusätzen ich von dem stärkeren Körper geredet. Denn chere muß allemal nachgeben, und in der Rich- tärkeren gehen.

, VII. Wenn der eine Körper *m* ruhet, so ist und es erfolget alles wie in den Zusätzen des vo- agraphs. (§. 11. Zus. IV, V, VII).

Zusatz

)

)

)

Körper nach dem
ruhend; im drit-

Körper verstehen
egung hat, und
er Masse und der
vorigen Zusätzen
geredet. Denn
und in der Rich-

m ruhet, so ist
Zusätzen des vor-
l).

Zusatz

Also ist gedachte Summe

$$M\left(\frac{MG - 2mg - mG}{M + m}\right)^2 + m\left(\frac{2M\ldots}{\ldots}\right.$$

Dieser Ausdruck, wenn man ihn en
ziret, giebt $MG^2 + mg^2$

§. 13.

Vermittelst des zweideutigen Zeich
die Formeln für den geraden Stoß voll
Körper vereinigen, so daß die nämliche
lei Richtung und für entgegengesetzte
kann. Es seien immer M und m beide
G und g deren Geschwindigkeiten vor
Falle der nämlichen Richtung soll M
genden Körper vorstellen. Im Falle de
Richtung aber ist M der Körper, der
tät der Bewegung hat. Wir wollen
den stoßenden, und m den gestoßenen

Die Geschwindigkeit des stoßende
mal nach dem Stoße

$$2\,\frac{MG \pm mg}{M + m} - G = \frac{MG \pm 2\ldots}{M\ldots}$$

$$M + m$$

$$2\,\frac{MG + mg}{M + m} - g = 52$$

die Körper einander entgegen laufen, so ist

$$2\,\frac{MG - mg}{M + m} - G = -\,40\tfrac{3}{5}$$

$$2\,\frac{MG - mg}{M + m} + g = +\,42\tfrac{2}{5}$$

oßende Körper gehet also zurück mit einer Ge-
it von $40\frac{3}{5}$, und der andere gehet in der Rich-
oßenden mit einer Geschwindigkeit von $42\frac{2}{5}$.

I. Dieses Exempel bestätiget die Regel, daß
en Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoße
(§. 11, Zus. I, und §. 12, Zus. I). Denn da
nd $g = 24$, so ist die relative Geschwindigkeit,
e Körper in einer Richtung gehen, $59 - 24$
r dem Stoße. Nach dem Stoße wird sie
$= 35$. Wenn beide Körper einander entgegen
o ist in unserem Exempel die relative Geschwin-
dem Stoße $59 + 24 = 83$, und nach dem
$\frac{3}{5} + 42\frac{2}{5} = 83$.

Zusatz

ufen, so ist

- $40\frac{3}{5}$

- $42\frac{2}{5}$

k mit einer Ge-
het in der Rich-
eit von $42\frac{2}{5}$.

die Regel, daß
nach dem Stoße
I). Denn da
Geschwindigkeit,
hen, 59 — 24
Stoße wird sie
ander entgegen
ative Geschwin-
und nach dem

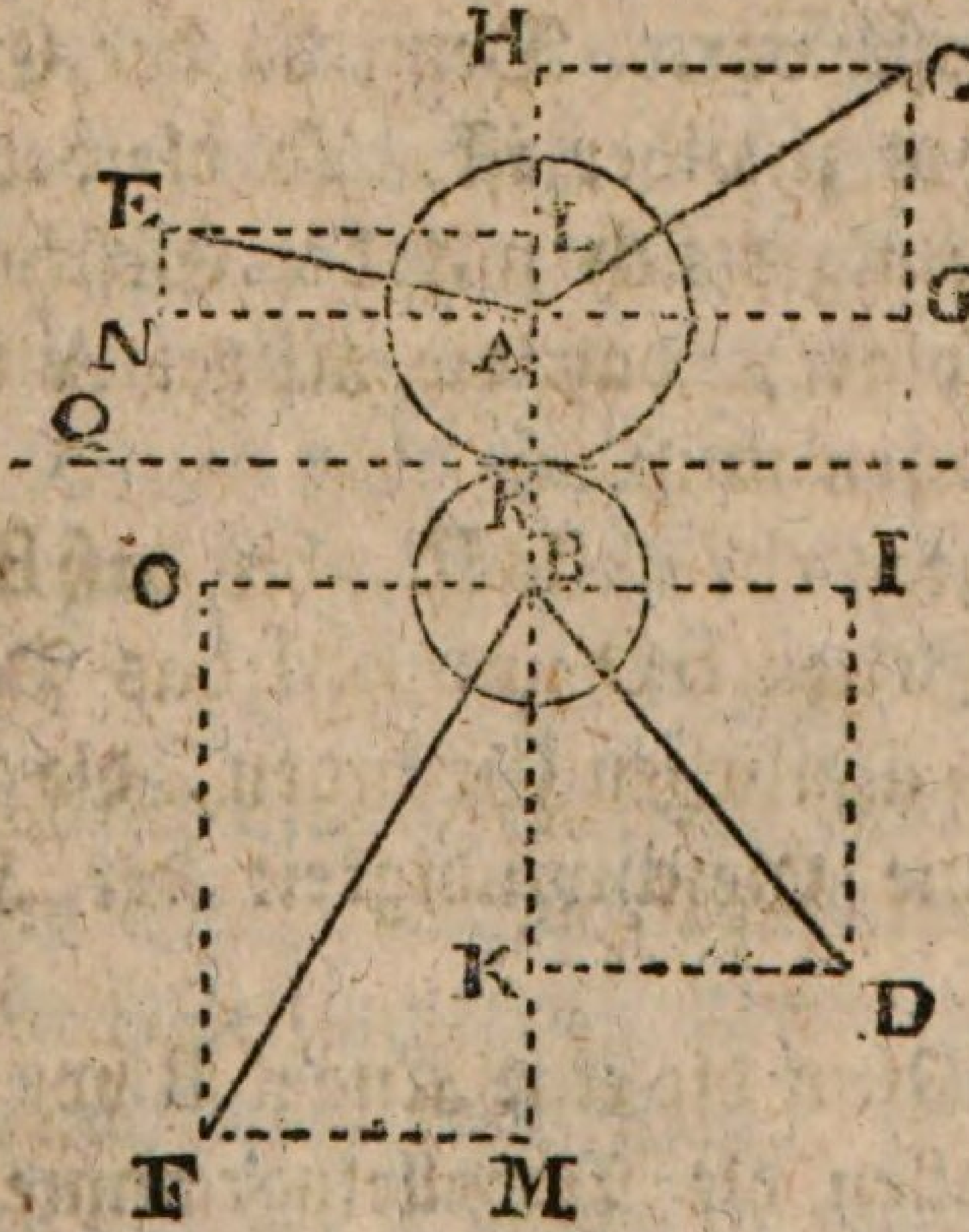
Zusatz

$10 \times (40\frac{3}{5})^2 + 15 \times (42\frac{2}{5})$

§. 14.

Aufgabe.

Zwei vollkommen elastische K
vermittelst eines schiefen Stoßes, a
soll die Richtung und Geschwindig
nach dem Stoße bestimmet werden.



nd B×KB, wenn man sie allein betrachtet, ver=
inen geraden Stoß, dessen Wirkung sich allemal
z berechnen läßt. Gesetzt, man finde, diese
besteht darin, daß die Kugel A mit der Ge=
eit AL zurück gehet, und daß B mit der Ge=
eit BM ebenfalls zurück gehet, so merke man auf
HM, die durch beide Mittelpunkte gehet, die
und M. Man verlängere GA, bis daß AN
nd mache mit den Seiten AL und AN das Pa=
nm LN. Man ziehe die Diagonal=Linie AE,
iese den Weg und die Geschwindigkeit der Kugel
em Stoße vor. Denn da der Geschwindigkeit
A) nichts zuwider ist, so bleibet sie nach dem
nd vereiniget sich mit der Geschwindigkeit AL,
ann erfolget, daß die Kugel A die Diagonal=
durchlaufen muß.

verlängere ebenfalls IB, bis daß BO = IB, und
den Seiten BO und BM das Parallelogramm
st, aus ähnlichen Gründen, die Diagonale BF
und die Geschwindigkeit der Kugel B nach
e.

z I. Wenn die eine Kugel B vor dem Stoße in
, so fallen die Parallelogramme IK und OM
ie Kraft A×HA wirket allein auf B, und B
gehet

n betrachtet,
kung sich allemal
man finde, diese
l A mit der Ge-
B mit der Ge-
so merke man auf
unkte gehet, die
A, bis daß AN
und AN das Pa-
gonal-Linie AE,
digkeit der Kugel
Geschwindigkeit
bet sie nach dem
chwindigkeit AL,
A die Diagonal-

ß BO = IB, und
Parallelogramm
e Diagonale BF
Kugel B nach

r dem Stoße in
e IK und OM
auf B, und B
gehet

vorher, wie auch schon bei den unelastisch
get worden (§. 9, Zusatz II). In diesen
gewiß, daß beide Richtungen in einer Eb
durch zwei gleichlaufende Linien jedesm
leget werden kann.

Zusatz III. Wenn die Richtunge
in einer Ebne liegen, so bleiben sie auch
in derselbigen Ebne. Wenn die Ri
Stoße nicht in einer Ebne sind, so sin
nach dem Stoße; und es bleibet in di
die Konstrukzion der Aufgabe unveränder
sich drei Ebnen gedenken muß, die eine,
geln zugleich berühret, und zwei anderen
Richtungs-Linien gehen, und auf der
recht stehen. Dieses alles wird, wie be
Kugeln, bewiesen (§. 9, Zus. IV und V

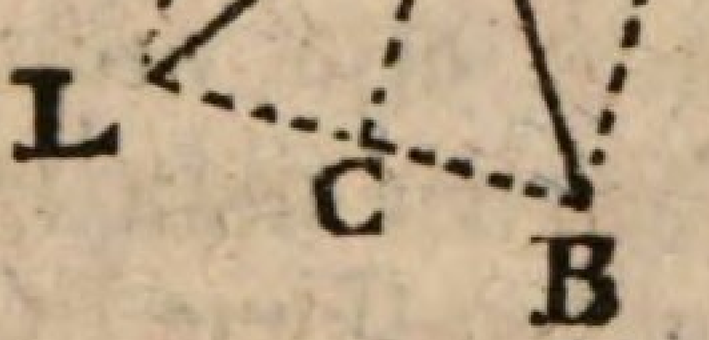
Zusatz IV. Im schiefen Stoße,
ist die relative Geschwindigkeit einer vollk
Kugel nach dem Stoße und vor demselb
heißt, in solchen Zeitpunkten, die von
Stoßes, vor und nach demselben, gl
sind, befinden sich die Kugeln in glei
von einander.

genwärtiger Zeichnung beziehen sich alle Linien staben auf die vorhergehende Figur (Seite 93). noch die Linien CD und EF hinzugekommen. Entfernung beider Körper 1 Sekunde (zum vor dem Stoße, und EF ihre Entfernung 1 Se- dem Stoße. Um zu beweisen, daß EF = CD get werden, daß die Trapezen LMFEL und ähnlichgleich sind. Erstens, da in den Rich- und KB ein gerader Stoß geschiehet, so ist men elastischen Körpern die relative Geschwin- der Linie HM nach dem Stoße so groß als vor (§ 12, Zus. I). Also ist LM = HK. Ferner worden LE = GA, und MF = KD. Die L und H, desgleichen bei M und K sind, als ch. Man kehre in Gedanken das Trapezium nd lege es auf das andere HD, so daß LM die , so wird auch EF die CD bedecken. Folglich CD.

§. 15.

n sich alle Linien
igur (Seite 93).
hinzugekommen.
Sekunde (zum
Entfernung 1 Se:
daß EF = CD
en LMFEL und
da in den Rich:
eschiehet, so ist
lative Geschwin:
so groß als vor
= HK. Ferner
= KD. Die
und K sind, als
das Trapezium
so daß LM die
ken. Folglich

§. 15.



Es sei IHK der unbewegliche Körp
desselben, A die Kugel, BA ihre Richtu
digkeit vor dem Stoße, FG die Ebne,
und den andern Körper im Punkte H des
berühret. Durch BA lege man in Ged
die auf der berührenden senkrecht sei, u
ben AC und BD auf FG senkrecht, hing
mit FG parallel, so ist die Bewegung A ×
A × DA zerleget. Die Bewegung A ×
recht gegen die Stelle H des unbeweglic
gegen die berührende Ebne FG.
A × CA läßt sich also weiter nicht zerlege
Kugel gegen die Ebne, machet die Ku
und verursachet in dem unbeweglichen K
kleine Vertiefung. Nachdem dieses gesc
ket die Kraft der Wiederherstellung in
Richtung, und da diese Kraft vollkomm
wird, so ist sie im Stande den Körper A n
Geschwindigkeit AC zurückzutreiben, mi

...h sind, daß folglich ∠ DAB = ∠ EAL und
B. Man braucht also nicht beide Parallelo-
... vollenden; sondern man lege nur eine Ebne
...uf der berührenden Ebne FG senkrecht, ziehe
mit FG parallel, mache ∠ EAL = ∠ DAB,
... BA. Oder man errichte AC auf der Ebne FG
... lege durch AC und AB eine Ebne, und mache
... ∠ CAL = ∠ CAB, und AL = BA; so hat
...nal den Weg und die Geschwindigkeit AL der
... dem Stoße.

...es sich trift, daß die Richtung vor dem Stoße ge-
...eweglichen Körper senkrecht ist, so findet gar keine
... ihrer Bewegung Statt, sondern sie prallet bloß
... derselbigen Linie in welcher sie angekommen ist,
...erselbigen Geschwindigkeit. Z. E. die Kugel
...er Richtung und mit der Geschwindigkeit CA,
... nach C zurück, wie kurz vorher bemerket wor-
...r fällt DA weg, folglich auch AE, und das
...llelogramm EC.

...I. Wenn die vollkommen elastische Kugel ge-
...llkommen elastische unbewegliche Ebne stößt, so
...lles wie vorher. Man darf nur anstatt der
...n berührenden Ebne FG die wirkliche Ebne
...nmt also die Kugel in schiefer Richtung an, so

prallet

— ∠ D
beide Parallelo-
nur eine Ebne
senkrecht, ziehe
L = ∠ DAB,
uf der Ebne FG
ne, und mache
= BA; so hat
indigkeit AL der

r dem Stoße ge-
o findet gar keine
i sie prallet bloß
angekommen ist,
3. E. die Kugel
hwindigkeit CA,
r bemerket wor-
AE, und das

ische Kugel ge-
Ebne stößt, so
ur anstatt der
wirkliche Ebne
chtung an, so
prallet

$$M + m$$

und die Geschwindigkeit des schwächern

$$2\,\frac{MG \pm mg}{M + m} \mp g$$

Es sei nun $m = \infty$ und $g = \frac{1}{\infty}$, die Masse des Gestoßenen unendlich gro schwindigkeit unendlich klein, so wird d des Stoßenden

$$2\,\frac{MG \pm \infty\,\frac{1}{\infty}}{M + \infty} - G$$

oder $2\,\frac{MG \pm 1}{M + \infty} - G =$

das heißt, der stoßende Körper gehet Geschwindigkeit zurück. Die Geschwin nen wird

$$2\,\frac{MG \pm 1}{M + \infty} \mp \frac{1}{\infty} = 0$$

das heißt, er bleibet in Ruhe. Dieses Regel, daß ein vollkommen elastischer recht gegen einen unbeweglichen Körper

ig. Da der Fall oft vorkommt, daß elastische
gegen unbewegliche Körper oder Flächen stoßen,
man, der Kürze wegen, einige Kunstwörter
ret, die sich darauf beziehen. Das Zurück-
wird Reflexion genannt. Die Ebne FG wor-
Körper stößt, oder die den gestoßenen und den
n Körper zugleich berühret, heißt die reflekti-
Ebne. Die Ebne BF worin der Weg des Kör-
wohl vor als nach dem Stoße lieget, heißt
lexions-Ebne. Diese ist allemal auf der
nden Ebne senkrecht. FG stellet eigentlich den
hnitt beider Ebnen vor, und heißt die reflekti-
Linie. Der Punkt H wo der Stoß geschiehet,
Reflexions-Punkt. Der Winkel BAC den
tung vor dem Stoße mit der auf FG senkrechten
het, ist der Einfalls-Winkel (angle d'inci-
Hingegen der Winkel CAL den die Richtung
n Stoße mit derselbigen AC machet, ist der
ons-Winkel, und dieser ist bei vollkommen
n Körpern allemal dem Einfalls-Winkel gleich.
Autoren halten ∠ BAD für den Einfalls-
, und ∠ LAE für den Reflexions-Winkel,
bei diesen Erklärungen sind beide Winkel für
nen elastische Körper gleich. Die Linie AL
worin

r Flächen stoßen,
ige Kunstwörter
Das Zurück=
e Ebne FG wor=
stoßenen und den
eißt die reflekti=
er Weg des Kör=
ße lieget, heißt
allemal auf der
llet eigentlich den
eißt die reflekti=
Stoß geschiehet,
Winkel BAC den
uf FG senkrechten
el (angle d'inci-
den die Richtung
machet, ist der
bei vollkommen
s=Winkel gleich.
den Einfalls=
exions=Winkel,
ide Winkel für
Die Linie AL
worin

§. 16.

Wir haben bisher den Stoß zweier K
die entweder alle beide unelastisch oder
men elastisch sind.

Wenn der eine Körper unelastisch u
kommen elastisch ist, so erfolget alles
beide vollkommen elastisch wären.
die elastischen Theilchen, die bei dem S
drücket werden, als lauter kleine Sprin
betrachten. Nun bedenke man, daß e
solcher Springfedern gar nicht auf ihre
sondern auf den Grad ihrer Elastizität
kommen elastisch, so können sie, nach
gedrücket worden, weiter nichts thun,
oder die Körper durch welche sie zusam
den, in entgegengesetzter Richtung
Quantität der Bewegung zurückzutreibe
drücken angewandt worden. Dieses vo
klar, daß, wenn nur einer von zwei an
Körpern vollkommen elastisch ist, wen
vorhanden sind und zusammengedrücket n
alle beide elastisch sind. Hingegen da die

ig I. Bei dieser Gelegenheit kann man noch
daß unter verschiedenen Körpern nicht allemal
n am meisten elastisch sind, die sich beim Stoße
ammen drücken. Denn, wie eben gesagt wor-
kömmt gar nicht auf die Menge der zusammen-
n Springfederchen, sondern nur auf ihre Wie-
llungs-Kraft an. Obgleich also eine elfen-
Kugel sich beim Stoße nur unmerklich eindrük-
st sie doch eben so elastisch, wo nicht mehr, als
Spring-Ball, der seine Gestalt beim Stoße
er verändert.

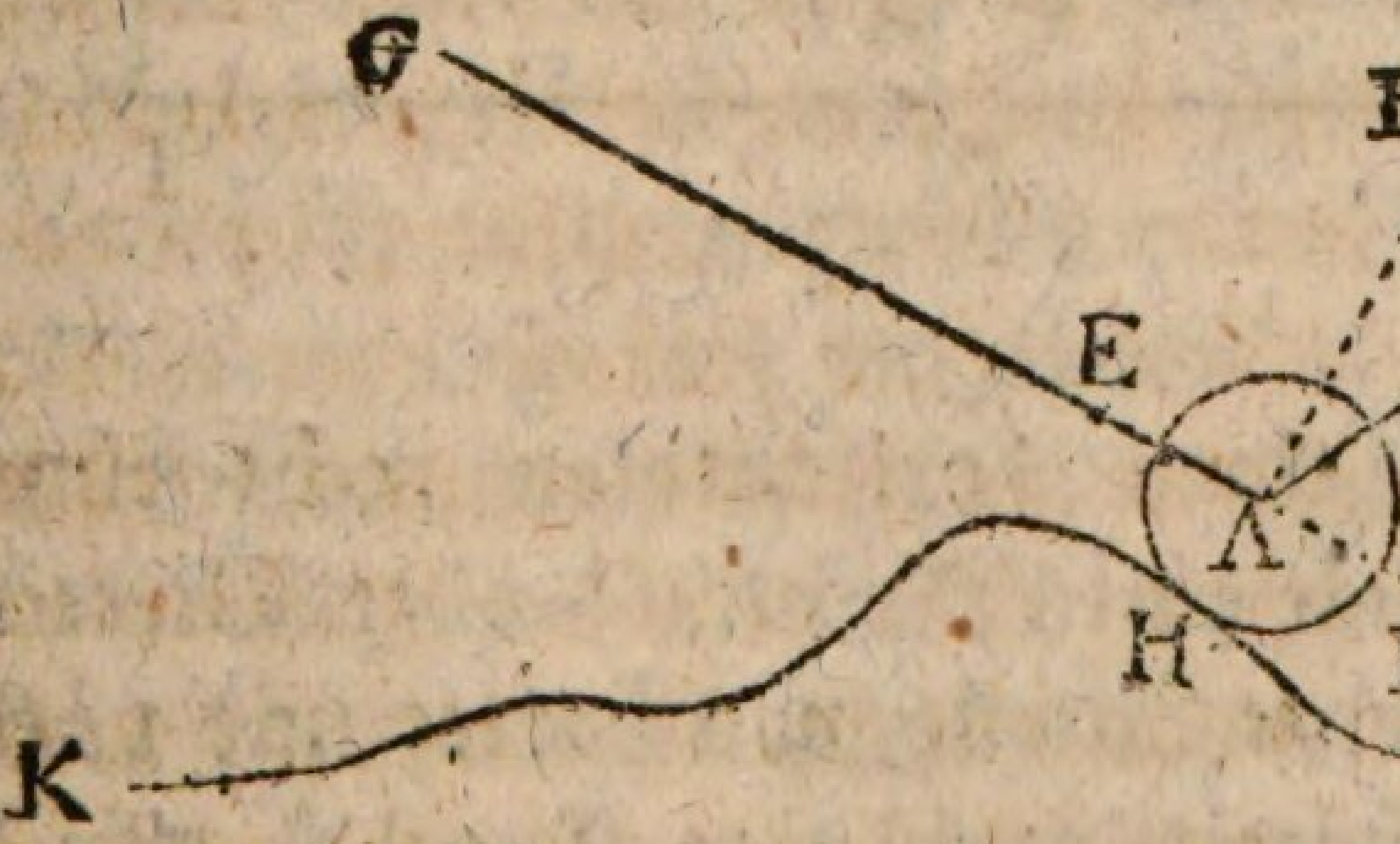
ng II. Das Zurückprallen eines Körpers von
beweglichen Fläche rühret nicht allemal von der
ät her, sondern auch manchmal von der Weich-
r der Flüssigkeit der Fläche oder eigentlich des
, zu welchem die Fläche gehöret. Z. E. wenn
nonenkugel in sehr schiefer Richtung auf die
lt, oder wenn ein Stein ebenfalls in sehr schie-
tung auf eine Wasserfläche geworfen wird, so
diese Körper von der Fläche ab, woran sie ge-
aben, und machen Sprünge, die man ricochets
Dieses geschiehet also. Die Bewegung oder Kraft
rfenen Körpers kann im Zeitpunkte, da der Stoß
geschiehet,

it kann man noch
dern nicht allemal
sich beim Stoße
eben gesagt wor-
ge der zusammen-
nur auf ihre Wie-
also eine elfen-
merklich eindrük-
o nicht mehr, als
stalt beim Stoße

ines Körpers von
t allemal von der
l von der Weich-
der eigentlich des
et. Z. E. wenn
ichtung auf die
alls in sehr schie-
orfen wird, so
, woran sie ge-
man ricochets
egung oder Kraft
te, da der Stoß
geschiehet,

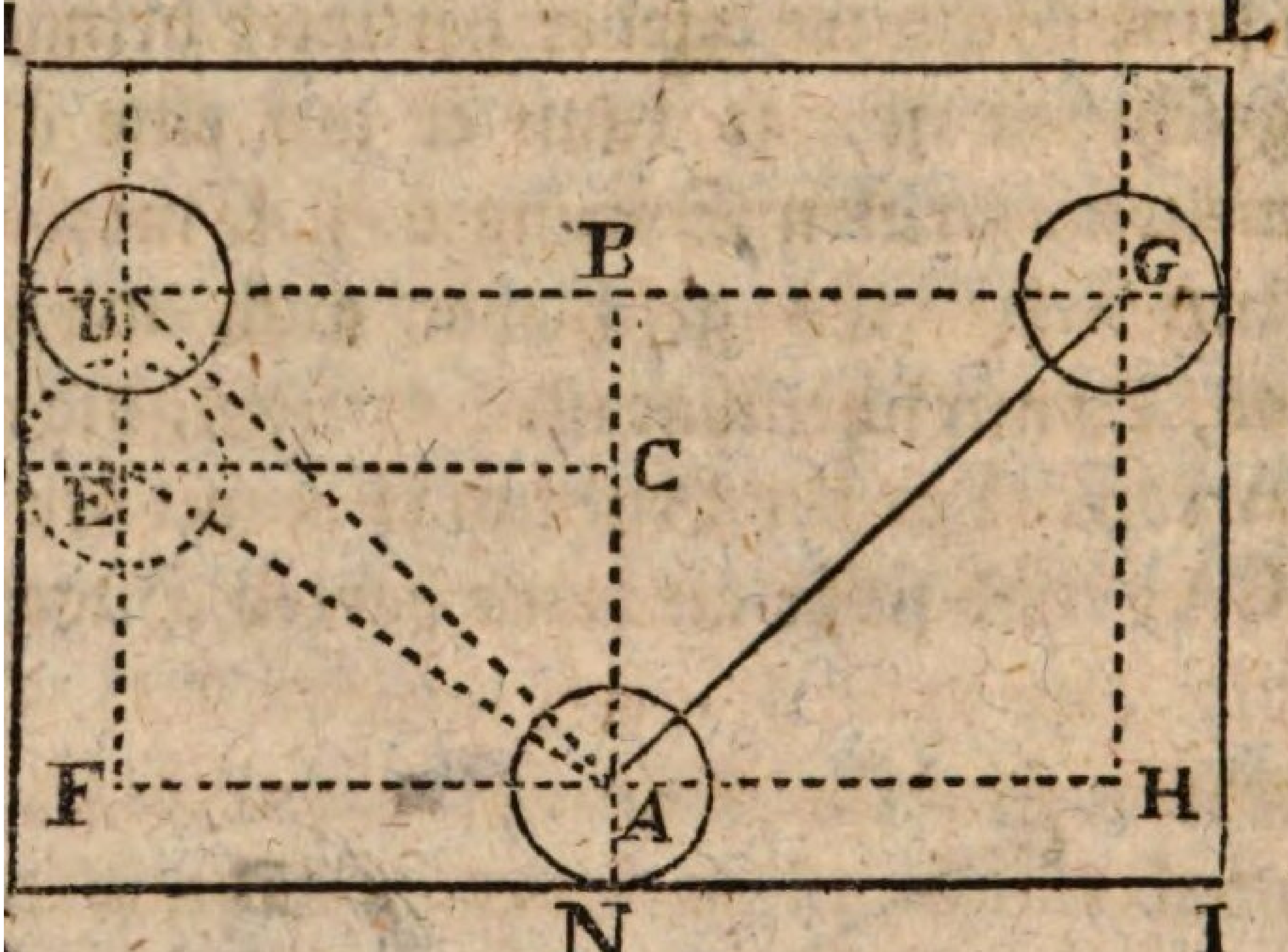
der geworfene Körper eine Richtung
Lage aufwärts gehet, und da er einm
angenommen hat, so fähret er fort
bis ihn seine Schwere wieder herunte
dieses geschehen ist, so kann er auf
einen zweiten, dritten Sprung u. s.

Anmerkung III. Es geschiehet auc
Reflexion, die nur scheinbar ist. Gese
Kugel A komme in der Richtung FA
digkeit CA, und stoße an einen harte



so zerleget sich die Geschwindigkeit C
BA und DA. Die erste ist auf die F
bei H senkrecht, und wird vernichtet.

ll der Grad der Schnellkraft einer feſten
eſtimmt werden.



bereite einen horizontalen recht ebnen Tiſch in Geſtalt eines Rechtecks oder Vierecks, mit s erhabenen Rande, von harter und unelaſtiſcher Man bereite auch eine Kugel A von der Ma- nan probiren will. Man ziehe auf dem Tiſche en mit den Rånden parallel, in der Entfernung neſſers der Kugel. Die eine HF dieſer Linien n in A. Man ſtelle die Kůgel irgendwo an

dem

aft einer festen

cht ebnen Tisch
Vierecks, mit
und unelastischer
A von der Ma-
auf dem Tische
der Entfernung
IF dieser Linien
el irgendwo an
dem

ist das Verhältniß wie 2 zu 3, oder die
hat nur $\frac{2}{3}$ einer vollkommenen Elastizi
errichte AB senkrecht auf HF, man ziehe
parallel, so zerleget sich die Geschwin
und HA. Die Geschwindigkeit HA b
und treibet den Körper nach F, so daß A
telst der Geschwindigkeit BA, würde d
zurückprallen, wenn er vollkommen ela
vollkommene Elastizität gäbe ihm demn
digkeit AB = FD. Da er aber nur
men ist, so ziehe man EC mit AF par
die Diagonal-Linie des Parallelogram
Geschwindigkeit AE ist aus den Ges
und AC (= FE) zusammengesetzet.
Elastizität war also nur im Stande,
nach C zurück zu treiben. Also verhä
diese unvollkommene Elastizität zur v
AC zu BA, oder wie EF zu GH.

§. 18.

Hypothese

Wenn zwei unvollkommen el
an einander stoßen, so hänget die

)en die unvollkommen elastischen fast ganz über-
)er doch nur ganz flüchtig berühret. Ich habe
veder Räsonnements noch Versuche ange-
ie sich auf den Fall der ungleichen Elastizität
und bin also gezwungen, meine Zuflucht zu
these oder Voraussetzung zu nehmen. Ich
swegen für wahrscheinlich, weil sie mit den
esetzen des Stoßes übereinstimmet. Denn,
ine Körper vollkommen elastisch ist, so kann der
)eder auch vollkommen elastisch, oder auch ganz
sein, ohne daß der Erfolg des Stoßes anders
16). Es scheinet also, daß auch dieser zweite
mittleren Grade der Elastizität besitzen könnte.
es angenommen wird, so scheinet die Aehnlich-
lle zu erfordern, daß, wenn der eine Körper
sen Grad der Elastizität besitzet, der andere
nselben Grad, oder einen schwächeren, oder
haben könne.

tens kann diese meine Hypothese die Aufmerk-
gen, und zu weiterem Nachdenken Gelegenheit
a die meisten Körper in der Welt eine unvoll-
lastizität haben, so ist zu bewundern, daß ein
orkommender Fall so wenig untersuchet wor-

§. 19.

n fast ganz über-
hret. Ich habe
Versuche ange-
ichen Elastizität
eine Zuflucht zu
nehmen. Ich
veil sie mit den
nmet. Denn,
ist, so kann der
, oder auch ganz
s Stoßes anders
uch dieser zweite
t besitzen könnte.
net die Aehnlich-
der eine Körper
et, der andere
wächeren, oder

se die Aufmerk-
ken Gelegenheit
elt eine unvoll-
ndern, daß ein
tersuchet wor-

§. 19.

haltend sei, und dann von der Su
lichen Theil jeder Geschwindigkeit
subtrahiret.

Eine Masse M, mit der Geschwind
eine andere Masse m, welche die Ges
und es geschehe ein gerader Stoß. W
unelastisch, so wäre die gemeinsame Ge
dem Stoße (§. 6)

$$\frac{MG + mg}{M + m}$$

Also hätte M verloren

$$G - \frac{MG + mg}{M + m}$$

Wäre die Elastizität vollkommen,
eben so viel verlieren (§. 11). Nun
kommen, und es kömmt nur die stärk
Betrachtung (§. 18). Es verhalte
vollkommene Elastizität zur gegebenen
es sei die gegebene $= \frac{p}{q}$ der vollkomm
cher Bruch durch Versuche bestimmet w

h behält M

$$+\frac{p}{q}\Big).G+\Big(1+\frac{p}{q}\Big).\Big(\frac{MG+mg}{M+m}\Big)$$

$$+\frac{p}{q}\Big).\Big(\frac{MG+mg}{M+m}\Big)-\frac{p}{q}G$$

t unserm Lehrsatz für den verfolgenden Körper
net. Was den verfolgten betrift, so wäre
windigkeit nach dem Stoße im unelastischen

$$\frac{MG+mg}{M+m}$$

vinnet demnach

$$\frac{MG+mg}{M+m}-g$$

ewinnet er durch die Wiederherstellung, weil
nmen ist, nur noch $\frac{p}{q}$ dieses Gewinnstes, also
überhaupt

$$+\frac{p}{q}\Big).\Big(\frac{MG+mg}{M+m}-g\Big)$$

oder

$\frac{MG + mg}{M + m}\Big)$

G

olgenden Körper
betrift, so wäre
im unelastischen

erstellung, weil

Gewinnstes, also

$g\Big)$

oder

Zusatz. Die relative Geschwindig
verhält sich zu der relativen Geschwin
Stoße, wie die vollkommene Elastizitä
Denn, von

$$\left(1 + \frac{p}{q}\right).\left(\frac{MG + mg}{M + m}\right) -$$

subtrahire man

$$\left(1 + \frac{p}{q}\right).\left(\frac{MG + mg}{M + m}\right) -$$

so bleibet $\frac{p}{q}G - \frac{p}{q}g$

oder $\frac{p}{q}.(G - g)$

wo $G - g$ der relativen Geschwindigke
gleich ist (Hauptst. I, §. 6). Wenn ma
Geschwindigkeit nach dem Stoße x nenn

$$x = \frac{p}{q}.(G - g)$$

oder $qx = p.(G - g)$

oder $(G - g) : x :: q : p.$

ältnißmäßige Theil seiner Geschwindigkeit
trahiret, sondern addiret werden muß.

s könnte, wie im vorigen Paragraph, und wie
nmen elastischen Körpern (§. 12), aus der Be-
t der Wiederherstellung bewiesen werden. In-
n man es auch aus den Formeln des vorigen
hs schliessen, wenn man annimmt, die Bewe-
$\times$ G übertreffe $m \times g$, und g sei negativ, weil
ntgegengesetzter Richtung beweget. Durch die
ränderung des $+g$ in $-g$ erhält man alsdann
schwindigkeit des stärkeren Körpers

$$1 + \frac{p}{q}\Big) \cdot \Big(\frac{MG - mg}{M + m}\Big) - \frac{p}{q} G$$

e Geschwindigkeit des schwächeren

$$1 + \frac{p}{q}\Big) \cdot \Big(\frac{MG - mg}{M + m}\Big) + \frac{p}{q} g$$

$\frac{-mg}{-m}$ die Geschwindigkeit nach dem Stoße für
er mangelnden Elastizität ist (§. 7).

s I. Es wird bei diesen Formeln angenommen,
irkere Körper M seine Richtung nicht verändert,
und

so bleibet $\frac{p}{q} g + \frac{p}{q} G$

oder $\frac{p}{q}.(g + G)$

wo $g + G$ die relative Geschwindigkei
war, indem die Körper einander entgege
stück I, §. 7). Es sei die relative Ge
dem Stoße $= x$, so ist demnach

$$x = \frac{p}{q}.(g + G)$$

oder $(G + g) : x :: q : p$

das heißt, die relativen Geschwindigke
dem Stoße verhalten sich wie die vollkor
gebene Elastizität, eben wie in dem Falle,
vor dem Stoße nach einerlei Gegend h
Zusatz).

Zusatz II. Wenn man die Forme
vorigen Paragraphs zusammen nimmt,

§. 21.

Aufgabe.

…ommen zwei unvollkommen elastische Ku-
…mmen, so daß ein schiefer Stoß geschiehet.
…l den Weg und die Geschwindigkeit jeder
…ch dem Stoße bestimmen.

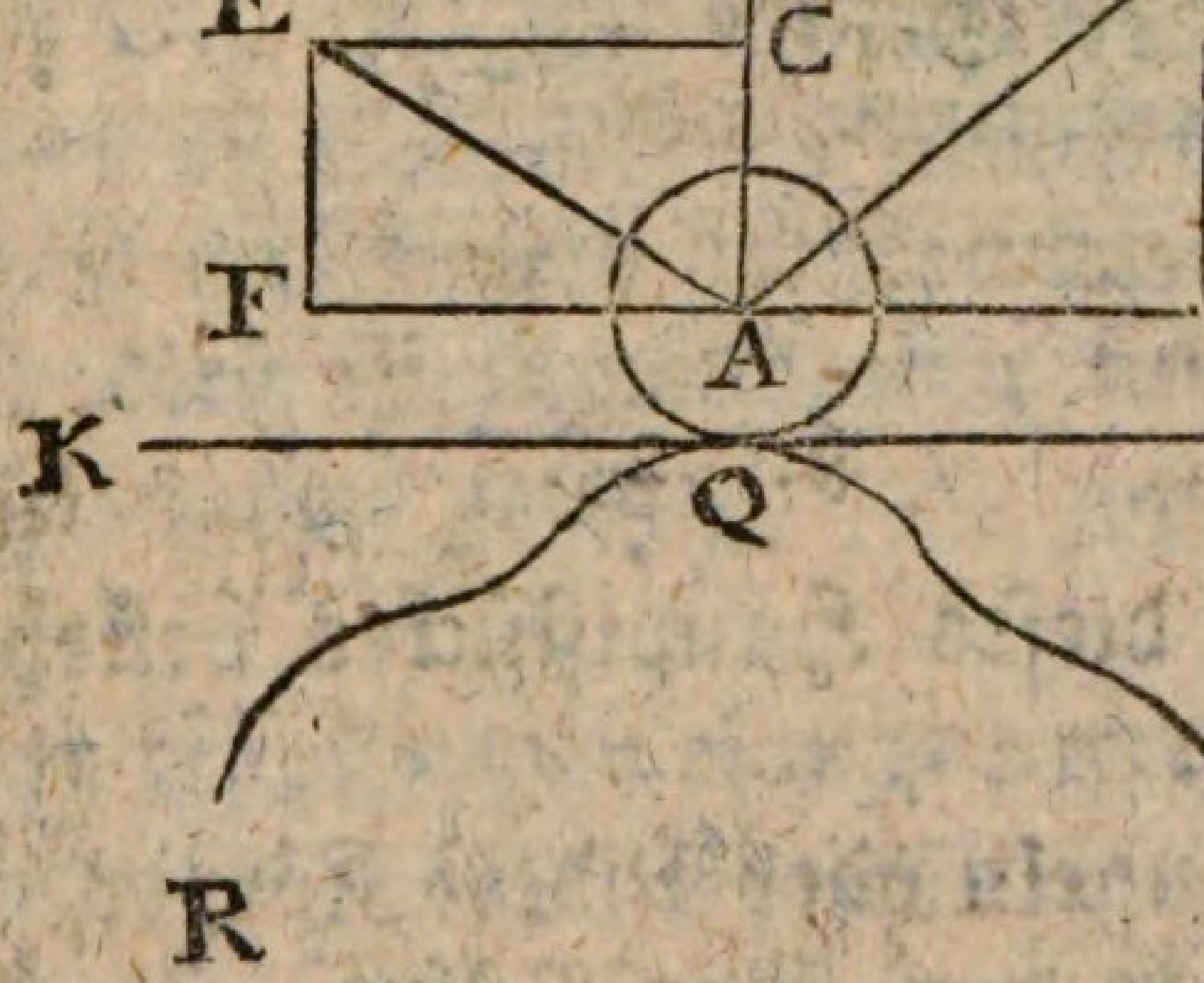
…uflösung geschiehet wie bei vollkommen elastischen
… Nämlich man gedenket sich eine Ebne welche
…eln da berühret, wo sie zusammen stoßen. Man
… Bewegung, die jede Kugel vor dem Stoße
…ne senkrechte und eine parallele, in Betrachtung
…ten Ebne. Nun betrachtet man erstlich bloß
…hten Bewegungen und den geraden Stoß, der
…tstehet. Man betrachtet die Geschwindigkeiten,
…sem Stoße erfolgen müssen, und setzet sie zusam-
…en parallelen Geschwindigkeiten, woraus sich
…Diagonal-Linien ergeben, welche die Richtungen
…windigkeiten nach dem Stoße vorstellen.

…t im gegenwärtigen Falle zu bemerken, daß die
…eraden Stoße entstehenden Geschwindigkeiten
…t werden müssen, wie es die unvollkommene
… mit sich bringet, und wie im vorhergehenden
… gezeiget worden.

§. 22.

n elastische Ku-
Stoß geschiehet.
windigkeit jeder

kommen elastischen
eine Ebne welche
nen stoßen. Man
l vor dem Stoße
e, in Betrachtung
man erstlich bloß
raden Stoß, der
Geschwindigkeiten,
d setzet sie zusam-
n, woraus sich
e die Richtungen
vorstellen.
merken, daß die
eschwindigkeiten
unvollkommene
vorhergehenden
§. 22.



Es sei IK eine unbewegliche Ebne,
die eingebildete Ebne die den unbewegli
und die Kugel an dem Orte R berühret,
Nun kömmt es darauf an, welcher vo
die größte Elastizität hat; denn nach di
tet sich allemal der Erfolg (§. 18).
wir an, dort, wo die Elastizität der Ku
met werden sollte, daß die Ebne ga
hätte; wir hätten sie auch bloß weniger
Kugel, annehmen können. Hier aber
welche von beiden Elastizitäten die größe
die Geschwindigkeit GA vor dem Sto
BA und HA, eine senkrechte und eine
worden, so verlängert man HA, bi
Gesetzt nun, die größere Elastizität, ent

ht mit der Geschwindigkeit AC zurück, so daß

BA.

§. 23.

Inhalt dieses Hauptstückes bestehet kürzlich in Sätzen.

n zwei Kugeln oder andere Körper, welche unela-), beide in derselbigen geraden Linie gehen, und ßen, daß sie aus dieser geraden Linie nicht aus- önnen, so bleiben sie nach dem Stoße zusammen, n mit einander fort, mit einer Geschwindigkeit, erhält, wenn man die Summe oder Differenz ititäten der Bewegung vor dem Stoße durch die der Massen dividiret. Die Summe der Bewe- ilt für den Fall, wo die Richtungen nach dersel- egend hinzielen; und dann ist auch die Richtung Stoße noch dieselbige. Die Differenz ist für , wo die Richtungen entgegengesetzet sind, und hiehet die Bewegung nach dem Stoße allemal ichtung des stärkeren Körpers, das heißt, desje- bei welchem das Produkt aus der Masse und digkeit am größten ist. Jedoch kann auch im alle nach dem Stoße die bloße Ruhe entstehen, näm-

AC zurück, so daß

bestehet kürzlich in

per, welche unela-
Linie gehen, und
den Linie nicht aus-
Stoße zusammen,
r Geschwindigkeit,
me oder Differenz
n Stoße durch die
Summe der Bewe-
ungen nach dersel-
auch die Richtung
Differenz ist für
gesetzet sind, und
n Stoße allemal
das heißt, desje-
der Masse und
h kann auch im
Ruhe entstehen,
näm-

ein Paar andere, welche einen bloß ge
sachen. Er wird erstlich die gemeinsam
gesucht, welche aus diesem geraden Sto
hernach wird diese Geschwindigkeit bei
derjenigen zusammen gesetzet, die zum
gehörte.

Wenn der Stoß gegen eine unbeweg
het, so zerleget man die Bewegung in
Ebne senkrecht ist, und eine andere, die
rallel ist. Die letztere allein bleibet na

Alles dieses ging nur die unelasti
nun kommen wir zu denen, die vollkom
oder gedacht werden.

Wenn zwei vollkommen elastische
einander stoßen, so bleiben sie nicht, wi
zusammen; sondern jeder bekömmt sein
für sich. Diese wird also gefunden.
die gemeinsame Geschwindigkeit, als
unelastisch wären; diese wird gedoppel
für jeden Körper diejenige Geschwindigke
addiret, die er vor dem Stoße hatte.
ist für den Fall, wo die Richtungen
einerlei waren. Wenn sie entgegeng
wird nur für den stärkeren Körper (de

n gleich sind, und die eine vor dem Stoße ruhend
het die vorher bewegte, und sie giebt der vorher
ihre Geschwindigkeit. Die Summe der Pro-
jeder Masse, mit dem Quadrate ihrer Geschwin-
st vor und nach dem Stoße gleich.

er Stoß nicht gerade, sondern schief, so zerleget
Bewegungen vor dem Stoße, wie bei unelasti-
rpern, auf eine solche Art, daß man ein Paar
Bewegungen bekomme, und ein anderes Paar,
geraden Stoß verursachen. Es wird die aus
toße entstehende Geschwindigkeit für jeden Kör-
ondere gesuchet, und diese wird mit der parallelen
digkeit zusammen gesetzet.

t merkwürdig, daß auch beim schiefen Stoße voll-
elastischer Körper, die relative Geschwindigkeit
Stoße die nämliche ist, als vorher.

t ein vollkommen elastischer Körper gegen eine
en elastische Ebne, so prallet er zurück, mit un-
er Geschwindigkeit, und der Reflexions-Winkel
Einfalls-Winkel gleich. Ist er senkrecht gegen
angekommen, so gehet er in derselbigen Linie zurück.

n ein Körper unelastisch, und der andere vollkom-
isch ist, so erfolget alles wie in dem Falle, wo
kommen elastisch sind.

Der

dem Stoße ...
ie giebt der vorher
Summe der Pro-
te ihrer Geschwin-
ich
schief, so zerleget
, wie bei unelasti-
daß man ein Paar
ein anderes Paar,
Es wird die aus
keit für jeden Kör-
mit der parallelen

chiefen Stoße voll-
e Geschwindigkeit
orher.
Körper gegen eine
r zurück, mit un-
eflexions-Winkel
r senkrecht gegen
bigen Linie zurück.
r andere vollkom-
n dem Falle, wo

Der

---

der andere aber weniger oder gar nicht e

Bei dem geraden Stoße unvollkom
per wird fast eben so verfahren, wie bei
schen. Jedoch, anstatt die für den un
gefundene Geschwindigkeit zu doppeln,
derselben einen Theil addiren, der m
Elastizität gleichverhaltend sei. Und,
Geschwindigkeit vor dem Stoße zu sub
ren, muß wiederum nur ein solcher The
werden.

Bei solchen Körpern verhält sich die
digkeit vor und nach dem Stoße, wie
Elastizität zur wirklich vorhandenen.

Ist der Stoß schief, so verfährt m
bei vollkommen elastischen Körpern;
geraden Theile des Stoßes auf den Gr
Rücksicht genommen werden.

Geschiehet der Stoß gegen eine un
so ist der Reflexions-Winkel größer, a
elastischen Körpern, das heißt, größer,
Winkel, und dieser Reflexions-Winke
der größeren Elastizität, es mag diese
in dem stoßenden Körper vorhanden sei

§. 1.

n Körper bloß durch eine augenblickliche Wir-
Kraft in Bewegung gesetzet wird, und sonst
rniß vorhanden ist, so gehet er in der erhaltenen
und mit der Geschwindigkeit, die er bekommen
r weiter fort. (Stat. Hauptst. III, §. 3). Seine
ist demnach einförmig. Hingegen, wenn der
n einer solchen Kraft beweget wird, die ihn
erfolget und vor sich weg treibet, oder die sonst
einer Art immer in derselbigen Richtung auf
, so gehet er allmählig geschwinder. Seine
ist also in diesem Falle beschleuniget (Stat.
I, §. 23), und eine solche Kraft wird eine
igende Kraft genannt. Wenn nun ferner
hleunigung so geschiehet, daß die Kraft in allen
eittheilchen gleich stark auf den Körper wirket,
eine Geschwindigkeit um gleich viel vermehret,
Bewegung auf eine einförmige Art beschleuniget,
kürzer zu reden, es ist eine einförmig-beschleu-
vegung.

Hinge-

genblickliche Wir-
wird, und sonst
r in der erhaltenen
, die er bekommen
III, §. 3). Seine
ngegen, wenn der
jet wird, die ihn
bet, oder die sonst
gen Richtung auf
winder. Seine
chleuniget (Stat.
Kraft wird eine
Wenn nun ferner
die Kraft in allen
n Körper wirket,
viel vermehret,
Art beschleuniget,
rmig-beschleu-

Hinge-

Lehrsatz.

Bei einer einförmig-beschleun
ist der in einer beliebigen Zeit dur
nur halb so groß, als er gewesen
Körper gleich anfänglich so gesch
wäre, als er wirklich zuletzt gehet.

Beweis. Ob gleich bei der einför
Bewegung, und bei der beschleunigten
nommen wird, daß die Kraft in eins fo
wir uns doch anfänglich vorstellen, daß
Stöße geschehe, die in gleichen Zeiträ
folgen. Gesetzt also, der Körper be
einer Anzahl n solcher Zeittheile oder
ersten durchläuft er einen Weg g, v
Stoßes. Bekäme er keinen neuen S
mit dieser Geschwindigkeit seinen Weg f
im zweiten Zeittheile einen gleichen Ra
Da er aber im Anfange dieses zweite
einen solchen Stoß bekömmt, so läuft
beider Geschwindigkeiten (Stat. Haup
durchläuft er im zweiten Zeittheile $2g$.
also schon von selbst im Stande, wied

eßion, und die Summe aller, das ist, der
wird gefunden, wenn man den ersten Satz
addiret, mit der Anzahl der Sätze multiplizi-
rch 2 dividiret, wie die Rechenkunst es lehret.
diese Summe

$$\frac{(ng + g)n}{2}$$

$$\frac{n^2 g}{2} + \frac{ng}{2}$$

der der Körper gleich anfänglich in jedem Zeit-
hier ganz zuletzt, den Raum ng zurückgeleget,
nfalls während n Zeittheilen beweget, so wäre
wesen (Stat. Hauptst. II, §. 24)

$$ng \times n$$

er $n^2 g$

Hälfte $\frac{n^2 g}{2}$

Hälfte nun durchlief der Körper im vorigen
noch darüber den Raum $\frac{ng}{2}$. Je größer eine

Zahl

man ohne merklichen Irrthum $\frac{ng}{2}$ wegl

$$\frac{n^2g}{2}+\frac{ng}{2}$$

setzen $\frac{n^2g}{2}$

und in diesem Falle ist der, vermittelst folgender Stöße durchlaufene Raum, n so groß, als er gewesen wäre, wenn d gleich anfänglich so groß gewesen wäre, al

Wenn nun die Kraft nicht durch al sondern in eins fortwirket, so ist die unendlich groß, indem die Zeiträumch sind. Dann verschwindet $\frac{ng}{2}$ ganz in und es ist nicht mehr ohngefähr, sonder tig, daß der, vermittelst einer einför Bewegung durchlaufene Raum, nur h als wenn der Körper sich während der der ganz zuletzt erhaltenen Geschwindigk

Bewegung muß man unter der letzten Ge-
digkeit nicht denjenigen Weg verstehen, den
per in dem letzten endlichen Zeittheile, z. E. in
en Sekunde zurückleget; denn während dieser
Sekunde gehet die Beschleunigung noch immer
; am Ende derselben gehet die Bewegung ge-
er als in ihrem Anfange. Es ist demnach die
eschwindigkeit eigentlich diejenige, die der Kör-
etzten Augenblicke der letzten Sekunde hat, oder
ser, es ist derjenige Raum, den jetzt nach Ver-
der gegebenen Zeit, der Körper in der folgen-
kunde durchlaufen würde, wenn er sich selbst
en würde, und die Kraft gänzlich aufhörte, auf
irken. Denn in diesem Falle würde er mit der
en Augenblicke der Beschleunigung erhaltenen
ndigkeit fortgehen. Wenn also die Geschwin-
ekundenweise gerechnet werden soll, so ist die
eschwindigkeit nicht der in der letzten Sekunde
fene Raum, sondern derjenige, den der Körper
Schnelligkeit, die er ganz zuletzt bekommen hat,
ganzen Sekunde durchlaufen würde.

ng III. Wenn man nicht die ganze Zeit der
ng, sondern nur einen Theil derselben betrachtet,
den

der letzten Ge-
g verstehen, den
ittheile, z. E. in
n während dieser
gung noch immer
ie Bewegung ge-
s ist demnach die
ige, die der Kör-
Sekunde hat, oder
en jetzt nach Ver-
rper in der folgen-
venn er sich selbst
lich aufhörte, auf
würde er mit der
igung erhaltenen
lso die Geschwin-
n soll, so ist die
letzten Sekunde
den der Körper
t bekommen hat,
ürde.

e ganze Zeit der
selben betrachtet,
den

schwindigkeit fortgehet, so wird er in e
doppelten Weg zurücklegen. Denn da
Geschwindigkeit den doppelten Weg wäh
Zeit zurückgeleget hätte, so wird er i
in gleicher Zeit den doppelten Weg wir

Zusatz II. Die erhaltene Geschw
Zeit der einförmig-beschleunigten Bew
an sei t, so würde der durchgelaufene R
die Bewegung einförmig gewesen wäre
§. 24). Also ist der durchgelaufene Ra

$$w = \frac{vt}{2}$$

wo wir unter w den ganzen Weg od
unter t die Anzahl der Sekunden, u
Geschwindigkeit, in dem Verstande de
dritten Anmerkung erkläret worden,
ger nicht aus den Augen lassen muß.

§. 3.

Lehrsatz.

Bei einem und demselben Kör
einförmiger Beschleunigung bew

em Verhältnisse zu. Um dieses zu versinnlichen, an an, der Körper bekomme in jeder Sekunde Stöße, so bekömmt er in 3 Sekunden 3000000 ße, und wird durch den letzten dieser Stöße gesetzet, sekundenweise 3 Millionen solcher umchen durchzulaufen, als ein Stoß beträgt. ach 5 Sekunden hat er schon 5000000 Stöße durch deren letzten er in den Stand gesetzet 00 ebengedachter Räumchen in jeder folgenden ohne neue Stöße zu durchlaufen. Also ver- die nach 3 und nach 5 Sekunden erhaltenen gkeiten, wie 3000000 zu 5000000, das ist, oder wie die Anzahl der Sekunden, oder wie nen Zeiten, wenn man sie seit dem Anfange ng rechnet.

In der ersten Sekunde leget der einförmig- e Körper einen gewissen Weg zurück, dessen der Stärke der beschleunigenden Kraft oder ängt, das ist, von der Stärke der unendlich ße, die sie ihm giebt. Diesen Weg wollen wir Gesetzt nun, die Beschleunigung hörte auf, Körper schon von selbst im Stande, den dop- n, nämlich $2s$ in der zweiten Sekunde zu , und dieses $2s$ ist die in einer Sekunde eschwindigkeit. Es sei $2s = p$. Will

oder $2p$ zurückgeleget hat, und dabei die
erhalten hat.

§. 4.

Wir haben jezt die zwei Hauptglei
die ganze Theorie der einförmig-beschleu
beruhet, nämlich

$$w = \frac{vt}{2} \; (\S. 2)$$

$$\text{und } v = pt \; (\S. 3)$$

Sezet man den Werth von v aus der zw
so kömmt

$$w = \tfrac{1}{2}\, pt^2$$

Nimmt man den Werth von t, näm

zweiten, und sezet ihn auch in die erste,

$$w = \frac{v^2}{2p}$$

Diese zwei neuen Gleichungen nebst
geben also vier Formeln, die in manch
sein können.

Anmerkung. Die Größe $p = 2s$ wo
halben die Beschleunigung nennen

eschwindigkeiten verhalten. Wären die Zeiten
haltenen Geschwindigkeiten gleich, so würden
ge im ersten Falle gerade und im andern umge-
die Beschleunigungen verhalten.

II. Obgleich die gefundenen Formeln und
en ihre völlige Richtigkeit haben, so will ich
Sache noch auf andere Art deutlich zu machen
em ich aus der Erfahrung weiß, wie viel Schwie-
Anfänger bei diesen Lehren zu finden pflegen.

telle sich einen einförmig-beschleunigten Körper
schon eine Sekunde lang gegangen ist, und in
inen gewissen Weg s zurückgeleget hat, so hat
urch die Fähigkeit erhalten, in der folgenden
on selbst $2s$ durchzulaufen (§. 2, Zus. I), also
e am Ende der ersten Sekunde erhaltene Ge-
it.

h würde der sich selbst überlassene Körper in der
kunde $2s$ durchlaufen. Hingegen, da er wäh-
zweiten Sekunde eben so viel Stöße von der
enden Kraft bekömmt, als in der ersten, so
e Stöße eben so viel als in der ersten Sekunde,
i sie, daß er anstatt $2s$ wirklich $2s + s$, also
urft. Jetzt hat der Körper in den beiden ersten
schon $s + 3s = 4s$ durchlaufen; und würde,
sich

gleich, so würden
im andern umge-
en.

en Formeln und
aben, so will ich
eutlich zu machen
, wie viel Schwie-
finden pflegen.

hleunigten Körper
angen ist, und in
leget hat, so hat
in der folgenden
.2, Zus. I), also
de erhaltene Ge-

ene Körper in der
egen, da er wäh-
l Stöße von der
n der ersten, so
ersten Sekunde,
h $2s + s$, also
den beiden ersten
en; und würde,
sich

Sekunde erhaltene Geschwindigkeit. ...
kunde kömmt zur Geschwindigkeit $6s$, die
hat, noch s wegen der fortdaurenden G...
durchläuft der Körper $7s$. Er hat dem...
den durchlaufen $s + 3s + 5s + 7s = 16$...
ist nun von selbst im Stande, in 4 ande...
durchzulaufen, welches $8s$ für jede Sek...
dieses ist seine in 4 Sekunden erhaltene Ge...
seine erhaltene Geschwindigkeit am Ende d...

So kann man weiter fortfahren, u...
finden, wie in folgender Tafel.

Ordnung der Sekunden.	Weg in jeder einzelnen Sekunde.	Weg seit A... fang der B... wegung.	
1	s	s	:
2	$3s = s + p$	$4s$	:
3	$5s = s + 2p$	$9s$	:
4	$7s = s + 3p$	$16s$	:
5	$9s = s + 4p$	$25s$	:
6	$11s = s + 5p$	$36s$	:
7	$13s = s + 6p$	$49s$	:
8	$15s = s + 7p$	$64s$	:
9	$17s = s + 8p$	$81s$	:
10	$19s = s + 9p$	$100s$	:

, wenn sie als bekannt angenommen wird,
die erstere hergeleitet werden. Man darf nur
hiede zwischen s und $4s$, $4s$ und $9s$, $9s$ und
n u. s. f., so bekömmt man die vorhergehenden
, $5s$, $7s$ 2c.

aß die erhaltenen Geschwindigkeiten sich wie die
Zeit-Einheiten verhalten; denn sie sind $1p$, $2p$,
s. f., wo p allemal soviel als $2s$ gilt.

§. 5.

siehet aus dem vorhergehenden, daß bei einer
beschleunigten Bewegung drei Dinge zu betrach-
wenn man die beschleunigende Kraft und folglich
leunigung selbst als unveränderlich annimmt,
1) der durchlaufene Weg, 2) die seit dem An-
Bewegung verflossene Zeit, 3) die am Ende der
erhaltene Geschwindigkeit. Von diesen läßt
s einer der beiden andern finden, nämlich

r Weg aus der Zeit, dazu dienet die Formel
^{2} (§. 4).

der Weg aus der endlichen Geschwindigkeit;

(ebendaselbst).

III)

ngenommen wird,
Man darf nur
und $9s$, $9s$ und
ie vorhergehenden

eiten sich wie die
n sie sind $1p$, $2p$,
$2s$ gilt.

n, daß bei einer
Dinge zu betrach-
Kraft und folglich
erlich annimmt,
die seit dem An-
die am Ende der
Von diesen läßt
n, nämlich
enet die Formel

Geschwindigkeit;

III)

$v = pt.$

§. 6.

Wenn man die Gesetze der einförm
Bewegung wohl verstanden hat, so wi
verspätete nicht viel Schwierigkeit mach
sich vor, die verspätende Kraft (§. 1) g
unendlich viel kleine Stöße in entgegeng
so häufen diese Stöße ihre Wirkungen
bei der einförmig-beschleunigten Bewe
geben sie dem Körper zuletzt seine erhalt
keit; hier aber vermindern sie seine anfän
digkeit.

Gesetzt, man wisse aus der Erfahru
schwindigkeit nach 1 Sekunde um p ve
so wird sie, wegen der einförmigen V
t Sekunden um pt vermindert sein. (
die übrigbleibende Geschwindigkeit, un
vorhandene, so ist

$$v = c - pt$$

Gesetzt ferner, die Bewegung h
gedauert, so würde der Körper mit einför
den Weg ct zurückgeleget haben. Zu

$$w = (v + \tfrac{1}{2}pt)\,t$$

ämliche Gleichung $v = c - pt$ giebt $pt = c - v$,

$- \frac{1}{2}v$, und $t = \frac{c-v}{p}$. Setzet man auch

rthe in $w = (c - \frac{1}{2}pt)\,t$, so kömmt

$\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}v).\left(\frac{c-v}{p}\right) = (\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}v).\left(\frac{c-v}{p}\right)$

$\frac{v).(c-v)}{p} = \frac{c^2 - v^2}{2p}$. Also bekommen

$$w = \frac{c^2 - v^2}{2p}$$

§. 7.

r einförmig-verspäteten Bewegung, wenn man ende Kraft, und folglich p als unveränderlich it annimmt, sind vier Größen zu betrachten, die anfängliche Geschwindigkeit c; 2) die Dauer vegung, seit dem Anfange gerechnet; 3) der ne Raum w; 4) die zuletzt übrig bleibende Geschit v. Von diesen vier Größen läßt sich jede er übrigen bestimmen, nämlich

1) die

t giebt $pt = c - v$,
Setzet man auch
$) t$, so kömmt
$c + \frac{1}{2}v) . \left(\frac{c-v}{p}\right)$
Also bekommen

gung, wenn man
s unveränderlich
n zu betrachten,
c; 2) die Dauer
echnet; 3) der
g bleibende Ge-
n läßt sich jede

1) die

da (§. 6)

$$w = \frac{c^2 - v^2}{2p}$$

so ist
$$2pw = c^2 - v^2$$
$$2pw + v^2 = c^2$$
$$\sqrt{(2pw + v^2)} = c$$

4) Die Zeit t aus der anfänglichen
c und dem Wege w. Denn

$$w = ct - \tfrac{1}{2}pt^2$$
$$\tfrac{1}{2}pt^2 = ct - w$$
$$\tfrac{1}{2}pt^2 - ct = -w$$
$$pt^2 - 2ct = -2w$$
$$t^2 - \frac{2c}{p}t = -\frac{2w}{p}$$
$$t^2 - \frac{2c}{p}t + \frac{c^2}{p^2} = \frac{c^2}{p^2} - \frac{2w}{p}.$$
$$= \frac{c^2 - 2pw}{p^2}$$
$$t - \frac{c}{p} = \frac{\pm\sqrt{(c^2 - \ldots}}{p}$$
$$t = \frac{c \pm \sqrt{(c^2 - \ldots}}{p}$$

Da $\quad w = vt + \frac{1}{2}pt^2$

ist $\quad 2w = 2vt + pt^2$

$$\frac{2w}{p} = \frac{2v}{p}t + t^2$$

$$+ \frac{2v}{p}t = \frac{2w}{p}$$

$$\frac{v}{p}t + \frac{v^2}{p^2} = \frac{v^2}{p^2} + \frac{2w}{p}$$

$$= \frac{v^2 + 2pw}{p^2}$$

$$t + \frac{v}{p} = \frac{\pm\sqrt{(v^2 + 2pw)}}{p}$$

$$t = \frac{-v \pm \sqrt{(v^2 + 2pw)}}{p}$$

Der Weg w aus der anfänglichen Geschwindig-
der Zeit t. Es ist

$$w = (c - \tfrac{1}{2}pt)\,t$$

8)

$2pw)$

$v^2 + 2pw)$

chen Geschwindig-

8)

11) Die endliche Geschwindigkeit
lichen c und dem Wege w. Es ist

$$w = \frac{c^2 - v^2}{2p}$$

$$2pw = c^2 - v^2$$

$$v^2 = c^2 - 2pw$$

$$v = \sqrt{(c^2 - 2}$$

12) Die endliche Geschwindigkeit
und dem Wege w.

Da $w = vt + \frac{1}{2}pt^2$

so ist $w - \frac{1}{2}pt^2 = vt$

$$\frac{w}{t} - \frac{1}{2}pt = v$$

§. 8.

Wenn der einförmig-verspätete K
in seiner ersten Richtung fortgegangen
seine ganze anfängliche Geschwindigk
tende Kraft vernichtet, und es bleib
davon übrig, so daß $v = 0$. Will

in $w = (\frac{1}{2}pt)t$

er $w = \frac{1}{2}pt^2$

ichen, aus

$$w = \frac{c^2 - v^2}{2p}$$

wird $w = \frac{c^2}{2p}$

aupt, man bekömmt die nämlichen Formeln, einförmig-beschleunigte Bewegung (§. 4), nur, anfängliche Geschwindigkeit c anstatt der endsetzet. Dieses kann auch nicht anders sein. nn man sich vorstellet, ein einförmig-beschleuper, der anfänglich in Ruhe war, sei bis zu ssen Orte gekommen, wo er eine gewisse Geit erlanget hat; und er werde jetzt mit einer eschwindigkeit zurück gestoßen, so nimmt ihm inigende Kraft, die ihm jetzt zuwider ist, nach ben so viel Geschwindigkeit ab, als sie ihm ge; folglich muß er wieder in eben so viel Zeit it zurück gehen, bis er alle seine erhaltene Geit verloren hat.

Zusatz.

mlichen Formeln,
egung (§. 4), nur,
c anstatt der end:
nicht anders sein.
förmig: beschleu:
war, sei bis zu
eine gewisse Ge:
de jetzt mit einer
, so nimmt ihm
uwider ist, nach
, als sie ihm ge:
eben so viel Zeit
e erhaltene Ge:

Zusatz.

der anstoßen, wieder eben so weit zurück
und dieses Hin: und Hergehen wird in
dauren, vorausgesetzt, daß die Ben
Raume geschehe, und auch keine Reib
Um dieses zu versinnlichen, darf man sic
nigende Kraft ohngefähr wie einen Wi
die Kugel treibet.

§. 9.

Wenn der einförmig: verspätete Kö
schwindigkeit verloren hat, so giebt ihm
Kraft wiederum eine neue Geschwindig
gegengesetzter Richtung; dann gehet er
Weg zurück, wodurch er gekommen ist
also zweimal an derselbigen Stelle sein
Ist er wieder an seinem ersten Orte geko
er kein Hinderniß, so gehet er nun ins
Richtung der beschleunigenden Kraft fort,
in Betracht der ersten Richtung, nega
stelle sich hier wiederum einen Körper v
Wind geworfen wird, zuletzt seine Gesc
ret, und dann in der Richtung des Wi
ben wird. Hieraus wird man begrei

ziehet, wenn $2pw > c^2$ oder $w > \frac{c^2}{p^2}$. In
le wird $c^2 - 2pw$ negativ, und folglich
pw) imaginär.

§. 10.

rde eine überflüssige Mühe sein, die einförmig-
e oder verspätete Bewegung so genau zu unter-
nn wir nicht in der Natur einen Fall hätten,
lich Statt findet. Die Erfahrung lehret, daß
e man frei herunter fallen läßt, sich mit einför-
eunigter Bewegung der Erde nähern, wenn
nen nicht merklich widerstehet. Man muß sich
lkraft als eine solche vorstellen, die in der Nach-
r Erde allenthalben vorhanden ist, und dem
örper in jedem Augenblicke neue Stöße giebt,
gezwungen wird, immer geschwinder zu gehen.
ntlich das Wesen bestehet, welches diese Kraft
t bisher unbekannt, aber ihre Wirkung lieget
ig vor Augen. Von dieser unbekannten Kraft
hlich folgendes zu merken.

re Wirkung ist in allen Zeiten einerlei. Man
icht, daß derselbige Körper an einem Tage
geschwin-

er $w > \frac{c^2}{p^2}$. In
iv, und folglich

n, die einförmig-
so genau zu unter-
inen Fall hätten,
hrung lehret, daß
t, sich mit einför-
e nähern, wenn
Man muß sich
, die in der Nach-
en ist, und dem
eue Stöße giebt,
winder zu gehen.
iches diese Kraft
e Wirkung lieget
bekannten Kraft

einerlei. Man
an einem Tage
geschwin-

den gewöhnlichen Verrichtungen erreich
trächtlich sind, und man auch den A
näher kömmt.

3) Sie verursachet in allen Körpern
oder klein, dicht oder undicht sein, ein
keit des Falles, wenn sonst nichts hinder
Versuche gefunden, daß unter der Glock
eine Feder eben so geschwinde fällt, al
Dieses ist auch leicht zu begreifen. Den
wovon wir reden, jedem Theilchen der
wisse Geschwindigkeit giebt, so wird die
durch die Menge der Theile weder verm
dert. (Wenn man Pferde hat, die
Geschwindigkeit laufen, so wird dies
dadurch nicht verändert, daß man w
Pferde zusammen laufen läßt.) Man ver
gleiche Geschwindigkeit der fallenden Kör
Schwere. Diese wird bestimmet durch
die Körper gegen die Hand oder jeden a
ausüben, der sie zu fallen verhindert.
desto größer, je mehr Materie im drück
handen ist. (Denn, um bei der vorige
bleiben, so ist klar, daß, ob gleich hu

nachet, können also nicht vollkommen mit der
vereinstimmen, die für den leeren Raum einge=
Die Bewegung beschleuniget sich in der Luft
l als sie sollte, wegen des beständigen Wider=
Luft. Jedoch hat man gefunden, daß wenn
e Körper von Gold, Blei, und überhaupt von
dichten Materie ist, alles genau genug eintrift,
n die Höhen von denen man ihn fallen läßt, nur
Fuß betragen. Newton hat aus den verschie=
ckwerken eines hohen Thurmes bleierne Kugeln
n, und gefunden, daß sich die durchlaufenen
nau genug wie die Quadrate der verflossenen
ielten, welches eine einförmig=beschleunigte
verräth (§. 4, Zus. I).

enn ein Körper von der Erde gerade aufwärts
der geschossen wird, so wirket die Fallkraft ihm
dlich viel kleine Stöße entgegen, und seine Be=
rd einförmig=verspätet (§. I). Da aber die
h widerstehet, so leidet er noch mehr Verspä=
nur, wenn er von sehr dichter Materie ist, und
iche Geschwindigkeit nicht zu groß ist, wird er
n der einförmig=verspäteten Bewegung ziemlich
en. Ich sage, wenn die anfängliche Geschwin=
mittelmäßig ist; denn man kann bemerken, daß
jedes

hat, auch in Fußen; *c* die anfängliche
wenn der Körper aufwärts geworfen wi
Endlich ist *p* die Wirkung der Fallkraft n
kunde, oder die Geschwindigkeit, die ein
am Ende der ersten Sekunde seines Fa
oder das Doppelte des Raumes, den er
kunde des Falles durchläuft. Alles d
Grunde einerlei (§. 3 und 4). Auch
wird in Fußen gerechnet, und muß dur
bestimmt werden. Die genauesten Ver
die daraus gezogenen Folgerungen, bewe
lender Körper, dem die Luft nicht merkli
der ersten Sekunde seines Falles einen ve
15,0981 Pariser Fuß durchläuft. Nu
Pariser Fuß 14400 Rheinländische
15,0981 Pariser Fuß soviel als 15,626
oder in Duodezimal-Maaß 15 Rheinlän
$6\frac{1}{5}$ Linien ohngefähr. Hiervon ist das dop
in Rheinländischen Fußen.

§. 12.

Laßt uns jetzt durch Exempel zeigen,
für die einförmig-beschleunigte Beweg

2

…pel II. Von welcher Höhe muß ein Körper …llen, um daß er zuletzt eine Geschwindigket von … für eine Sekunde) erhalte?

$$w = \frac{v^2}{2p}$$

$$w = \frac{(50)^2}{2 \times (31,253)} = \frac{2500}{62,506} = \frac{2500000}{62,506}$$

…96 Fuß.

…pel III. Wie viel Zeit braucht ein Körper, …ner Höhe von 200 Fuß herunter zu fallen?

$$t = \sqrt{\frac{w}{\frac{1}{2}p}}$$

$$t = \sqrt{\frac{200}{15,6265}}$$

$$200 = 2,3010300$$

$$15,6265 = 1,1938617$$

$$1,1071683$$

$$: 2) \quad \overline{0,5535841} = \mathfrak{L}\, 3,5775$$

Also $t = 3,5775$ Sekunden.

Exem-

e muß ein Körper
Geschwindigket von

500 / 62,506 = 2500000 / 62,506

raucht ein Körper
ter zu fallen?

3,5775 Sekunden.

Exem-

Hier $v = \sqrt{(62,506 \times 300)} =$

Exempel VI. Welches ist die endl
keit eines Körpers, der während 4 Sekun

$v = pt$

Hier $v = 31,253 \times 4 = 125,0$

§. 13.

Wenn von Körpern die Rede ist, n
tikalen Linie aufsteigen, nachdem sie mit
fänglichen Geschwindigkeit aufwärts
so können die Fragen die sich darauf be
die im 7ten Paragraph gegebenen Regeln
verspätete Bewegung, aufgelöset werde

Exempel I. Wenn ein Körper
kunden bis zu einer Höhe von 300 Fu
steigen soll (wobei jedoch nichts hinder
noch höher steige), mit welcher Gesch
geworfen werden? Oder wenn ein Kör
300 Fuß hoch gestiegen ist, welches wa
keit, mit welcher er unten seine Beweg

$$c = v + pt$$

$$c = 50 + (31,253) \times 2$$

$$c = 50 + 62,506 = 112,506 \text{ Fuß.}$$

pel III. Welches ist die anfängliche Geschwin-
er die Geschwindigkeit des Wurfs, wenn dem
achdem er 300 Fuß gestiegen ist, noch 10 Fuß
gkeit übrig bleiben?

$$c = \sqrt{(2pw + v^2)}$$

$$c = \sqrt{(62,506 \times 300 + 100)}$$

$$c = \sqrt{(18751,8 + 100)}$$

$$c = \sqrt{(18851,8)}$$

$$c = 137,3018 \text{ Fuß.}$$

pel IV. Wie viel Zeit braucht ein gerade auf-
rfener Körper um 12 Fuß hoch zu kommen,
it einer Geschwindigkeit von 30 Fuß geworfen

$$t = \frac{c \pm \sqrt{(c^2 - 2pw)}}{p}$$

$$t = \frac{30 \pm \sqrt{[(30)^2 - (62,506) \times 12]}}{31,253}$$

Dieses

die Auflösung unmöglich geworden sein
Körper hätte gar nicht die verlangte H
nen. Die Möglichkeit der Auflösun

$$2pw < c^2, \text{ folglich } w < \frac{c^2}{2p} \text{ oder } w$$

Exempel V. Wenn ein Körper mit
digkeit von 137 Fuß aufwärts geworfen w
Zeit verringert sich diese Geschwindigkeit b

$$t = \frac{c - v}{p}$$

$$\text{Hier } t = \frac{137 - 10}{31{,}253} = \frac{127}{31{,}253} =$$

Exempel VI. Ein Körper ist gest
und hat übrig eine Geschwindigkeit von 4
wie viel Sekunden ist er gestiegen?

$$t = \frac{-v \pm \sqrt{(v^2 + 2pw)}}{p}$$

Hier

$$t = \frac{-43{,}875 \pm \sqrt{[(43{,}875)^2 + (62{,}50}}{31{,}253}$$

$$w = (c - \tfrac{1}{2}pt)\, t$$

er $w = (279 - 15{,}6265 \times 3) \times 3$

$$w = 396{,}3615 \text{ Fuß.}$$

pel VIII. Wenn ein Körper mit 15 Fuß Ge-
eit aufwärts geworfen ist, wie hoch muß er
is daß ihm nur noch 1 Fuß Geschwindigkeit
et?

$$w = \frac{c^2 - v^2}{2p}$$

er $w = \dfrac{(15)^2 - (1)^2}{62{,}506}$

$$w = 3{,}567 \text{ Fuß.}$$

pel IX. Ein Körper ist während $2\frac{1}{2}$ Sekunden
und hat noch eine Geschwindigkeit von 100 Fuß,
t er jetzt gekommen?

$$w = (v + \tfrac{1}{2}pt)\, t$$

er $w = (100 + 15{,}6265 \times 2\frac{1}{2}) \times 2\frac{1}{2}$

$$w = 347{,}66562 \text{ Fuß.}$$

Exem-

$$v = \sqrt{(c^2 - 2pw)}$$

Hier ist $v = \sqrt{(150^2 - 62,5}$

$$v = 128,255$$

Exempel XII. Ein gerade auf
Körper ist während 3 Sekunden 200 F
wie viel bleibet ihm Geschwindigkeit?

$$v = \frac{w}{t} - \tfrac{1}{2}pt$$

Hier ist $v = \frac{200}{3} - 15,6265$

$$v = 19,787 \text{ Fuß.}$$

§. 14.

In den zwölf vorhergehenden Exempel
steigende Bewegung bis zu einem beliebig
rechnet. Man kann aber auch solche Fr
wo von der ganzen Dauer und dem ganze
steigenden Körpers die Rede ist, bis zu
wo er aufhöret zu steigen, indem alle
Geschwindigkeit durch die Gegenwirkun
verzehret ist. In solchen Fällen kömm

er im Anfange des Steigens hatte. Wir kön-
h bei den folgenden Aufgaben die Formeln des
raphs von neuem gebrauchen.

pel I. Ein gerade aufwärts geworfener Kör-
während $3\frac{1}{2}$ Sekunden, wie hoch gehet er hin-
e Frage wird eben so aufgelöset, als die fol-
n Körper ist während $3\frac{1}{2}$ Sekunden gefallen,
Höhe ist er gekommen?

$$w = \frac{1}{2} p t^2$$
$$w = 15{,}6265 \times (3{,}5)^2$$
$$w = 191{,}425 \text{ Fuß.}$$

pel II. Wie hoch steiget ein Körper, der mit
windigkeit von 100 Fuß aufwärts geworfen
der: von welcher Höhe muß ein Körper fallen,
ine Geschwindigkeit von 100 Fuß bekomme?

$$w = \frac{v^2}{2p}$$
$$w = \frac{(100)^2}{62{,}506} = 159{,}984$$

pel III. Ein gerade aufwärts geworfener
het 350 Fuß hoch, in wie viel Zeit geschiehet
dieses?

fallen, um eine Geschwindigkeit
erhalten?

$$t = \frac{v}{p}$$

Hier ist $t = \frac{300}{31,253}$

$t = 9,599$ Sekund

Exempel V. Mit welcher Gesc
Körper gerade aufwärts geworfen we
287 Fuß hoch steige? Oder: Wel
erlanget ein Körper, der aus einer Höhe

$$v = \sqrt{(2pw)}$$

Hier $v = \sqrt{(62,506 \times$

$v = 133,937$ Fuß.

Exempel VI. Wenn ein Körpe
kunden gerade aufsteigen soll, mit welc
muß er geworfen werden? Oder: W
keit erhält ein Körper, der während 2

$$v = pt$$

Hier $v = 31,253 \times 2\frac{1}{4}$

$v = 70,319$ Fuß.

oder Fallens nehmen, und die Aufgabe, so
orher geschehen ist, auflösen müssen.

§. 15.

ir bisher von geworfenen Körpern gesaget
nur bloß für den Fall, wo der Wurf gerade
er in einer vertikalen Richtung geschiehet.
ist aber der seltenste. Deswegen müssen wir
chen, wie sich ein Körper beweget, der im
e, oder in einem wenig widerstehenden Raume,
ichtung geworfen wird, die von der vertikalen
het. Hierbei wird vorausgesetzt, daß der
enschaften der Parabel kennet, einer Linie, von
llen Lehrbüchern der höheren Geometrie gehan-
Allenfalls kann ein Anfänger auch meinen
n Unterricht in der höheren Meßkunst
, wenn er dieses Buch besitzet.

§. 16.

Lehrsatz.

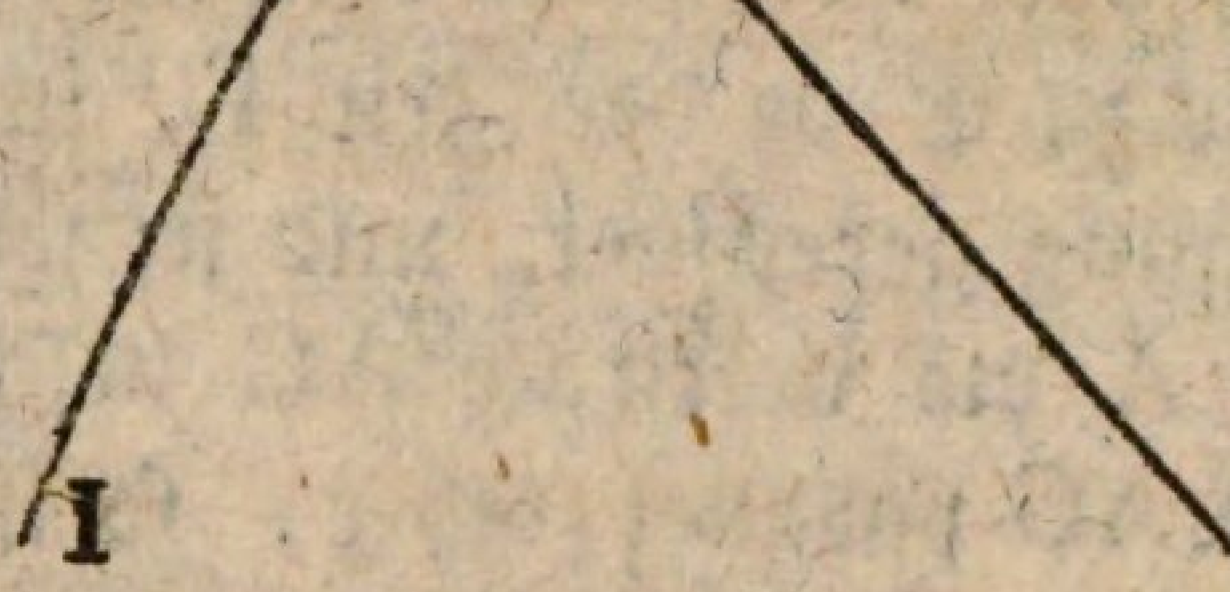
ein schwerer Körper im leeren Raume
wird, in einer Richtung, die nicht ver-
so beschreibet er eine Parabel.

(Siehe folgende Figur.)

Wenn

aufwär
diesem
gung i
nach je
gung f

Ei
in der
Fallkra
ger Be
durchla
würden.
halten
Zeiten



Wenn der Wurf in vertikaler R[...]
aufwärts geschiehet, so haben wir sch[...]
diesem Falle der Körper mit einförmi[...]
gung in gerader Linie steiget. Gesch[...]
nach jeder anderen Richtung, so kann [...]
gung folgender Weise vorstellen.

Ein schwerer Körper, der anfäng[...]
in der Richtung AD geworfen; so wü[...]
Fallkraft vorhanden wäre, in der Linie [...]
ger Bewegung fortgehen, und solc[...]
durchlaufen, die sich wie die verflosse[...]
würden. Z. E. die Wege AB und A[...]
halten wie die vom Anfange der Bewe[...]
Zeiten t und T, kurz, es wäre

$$AB : AD :: t : T$$

e AD, oder FH, ſamt dem Körper, falle nun
ter, bis zu Ende der Zeit T, immer ſeit dem
Bewegung gerechnet, und ſie ſei dann in GE.
Ende A die vertikale AG beſchrieben, und
DE mit AG parallel ziehet, ſo iſt DE = AG,
kt D ſamt dem Körper muß jetzt in E ſein.
rhalten ſich bei fallenden Körpern die durch=
ume, wie die Quadrate der, ſeit dem Anfange
ng an, verfloſſenen Zeiten (§. 4, Zuſatz I).

$$AF : AG :: t^2 : T^2$$

n $$AB : AD :: t : T$$

$$AB^2 : AD^2 :: t^2 : T^2$$

erſten und letzten dieſer drei Proporzionen folget

$$AF : AG :: AB^2 : AD^2$$

$$AF : AG :: FC^2 : GE^2$$

der Linie AI, die der geworfene Körper be=
rhalten ſich die Abziſſen AF, AG, wie die
r zuſtimmenden Applikaten FC, GE. Und
eis ſich auf jede zwei andere Paar Koordinaten
ßt, ſo iſt AI eine Linie, in welcher ſich die auf
n AG genommenen Abziſſen allemal verhalten,
nmenden, mit AD parallelen Abziſſen.

Dieſe

Körper, ...
, immer seit dem
ie sei dann in GE
beschrieben, und
so ist DE = AG,
eßt in E sein.
örpern die durch-
seit dem Anfange
4, Zusatz I).

roporzionen folget

rfene Körper be-
AG, wie die
C, GE. Und
aar Koordinaten
cher sich die auf
emal verhalten,
Abzissen. Diese

zissen mit x, den Parameter aber mit
bekanntermaaßen,

$$y^2 = px$$

folglich $$p = \frac{y^2}{x}$$

oder $$p = \frac{FC^2}{AF}$$

oder $$p = \frac{GE^2}{AG}$$

Ueberhaupt, wenn man ein einzig
dinaten bestimmet hat, so läßt sich d
finden, wenn man das Quadrat der
Abzisse dividiret, oder, welches einerlei
Abzisse und zur zustimmenden Applikate
zional-Linie suchet.

Da aber die Parabel für jeden
anderen Parameter hat, so verstehe
vom Parameter des Diameters AG, w
die Rede ist.

Zusatz III. Ferner, wenn die La
AG, samt der Lage der Tangente AD

o stelle man sich vor, daß der Körper mit der-
aft, und folglich mit derselbigen anfänglichen
gkeit im leeren Raume gerade aufwärts gewor-
dann ist es gewiß, daß er bis zu einer gewissen
n muß, die von der Größe der werfenden Kraft
nfänglichen Geschwindigkeit abhänget (§. 14.
).

o einen deutlichen Begriff von der werfenden
eben, kann man den Diameter der Parabel
verlängern, bis zur Höhe, wohin der Körper
ne, wenn der Wurf vertikal wäre. Diese Ver-
tellet alsdann die Kraft des Wurfes vor, und
auch leicht die anfängliche Geschwindigkeit
eßen (§. 14. Exempel V).

§. 18.

Lehrsatz.

ertikal-Linie, welche die Kraft des Wur-
et, ist der vierte Theil des gemeinsamen
rs aller möglicher Parabeln, welche der
gen Richtungen, vermöge dieser Kraft
Körper, beschreiben kann.

Es

er Körper mit der
digen anfänglichen
e aufwärts gewor
s zu einer gewissen
r werfenden Kraft
abhänget (§. 14.

von der werfenden
eter der Parabel
wohin der Körper
wäre. Diese Ver
Wurfes vor, und
e Geschwindigkeit

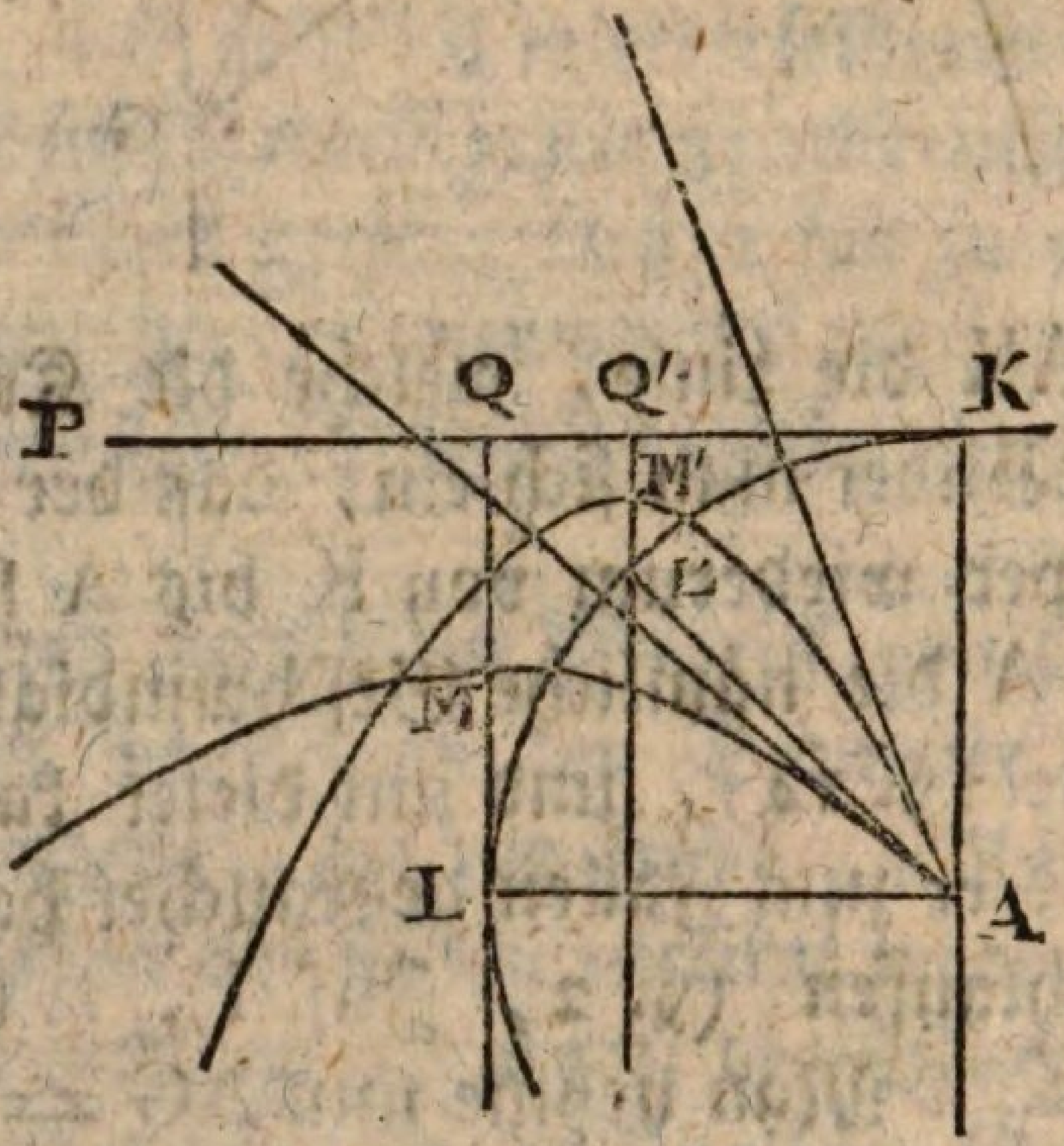
Kraft des Wur
s gemeinsamen
ln, welche der
e dieser Kraft
n.
Es

Es sei AK die Linie, welche die
vorstellet. Bildet man sich ein, daß d
stiegene Körper wiederum von K bis A
erhält er in A die nämliche Geschwini
fänglich hatte (§. 14), und mit dieser
viel Zeit, als er zum Fallen gebrauche
Raum durchlaufen (§. 2, Zus. I).
AD = 2 AK. Man nehme nun AG
Linie AD sammt dem bewegten Körper
G (mit der nämlichen Bewegung, als f
während daß der Körper von A bis D
ist der Körper in E, im Winkel de
ADEGA. Nun ist vermöge der Natu

$$GE^2 = AG \times p$$

oder da GE = AD = 2 AK und AG

$$(2\,AK)^2 = AK \times$$
$$4\,AK^2 = AK \times$$
$$4\,AK = p$$
$$AK = \tfrac{1}{4}p.$$



oder Brennpunkte L oder L′ allemal der vierte
zum Diameter gehörigen Parameters ist,
$= \frac{1}{4}p =$ AK, desgleichen AL′ $= \frac{1}{4}p =$ AK.
AL′ = AL. Wenn man also aus A mit dem
AK einen Zirkel KL beschreibet, so liegen in
eise die Brennpunkte aller möglichen Parabeln,
A mit der Kraft AK geworfener Körper be-
nn.

III. Wenn man annimmt, daß alle Richtun-
lich alle Parabeln in einer Ebne liegen, und
man

allemal der vierte
Parameters ist,
$L' = \frac{1}{4}p = AK.$
so aus A mit dem
bet, so liegen in
glichen Parabeln,
fener Körper be-

daß alle Richtun-
bne liegen, und
man

dem lassen sich also leicht zeichnen, und
Axen und der Brennpunkte nebst den
gegeben sind.

Anmerkung. Unter dem Haupt Para
denjenigen, der zur Axe gehöret.

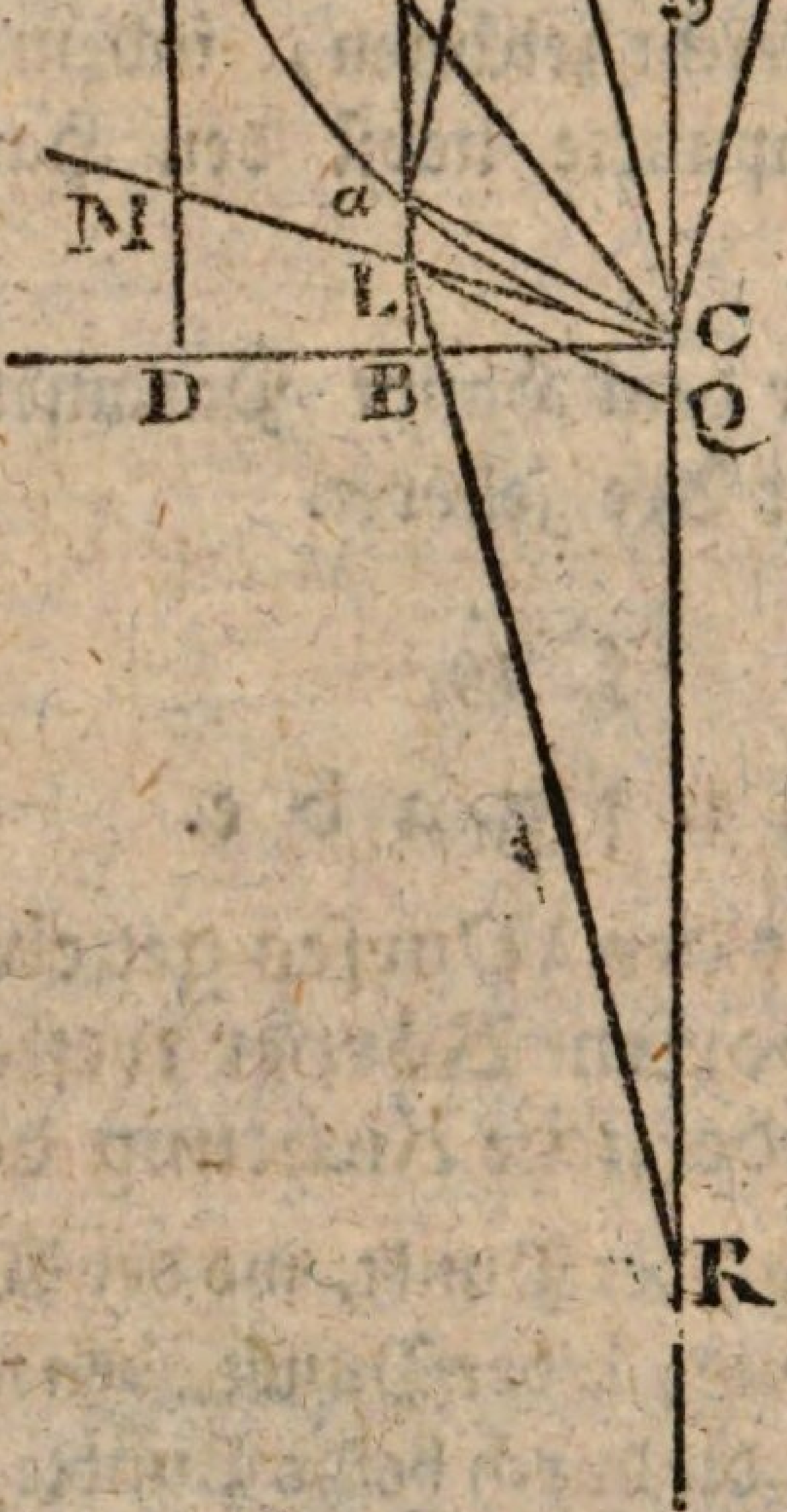
§. 19.

Aufgabe.

Es ist die Kraft des Wurfes ge
Punkt, den der geworfene Körper tr
verlanget die erforderliche Richtung

Es sei C (folg. Fig.) der Punkt, wo de
CD eine horizontale Linie, L der Punkt, d
CM eine gerade Linie, die durch beide Pun
Cb die vertikale Linie, welche die Kraft
zeiget, CP auch vertikal und $= 4\,Cb$, so
der Parameter aller möglichen Parabeln
Kraft Cb geworfene Körper beschreiben k

Man nehme $CF = 2\,Cb = \frac{1}{2}CP$.
F ziehe man eine horizontale Linie GN.
man in C die senkrechte Linie CG. Au
wo GN und CG einander begegnen, u



beschreibe man den Zirkelbogen CNP. Durch t L ziehe man die vertikale Linie LA. Vom ziehe man gerade Linien nach den Punkten A o der Zirkelbogen von der Linie LA geschnitten nd diese Linien CA, C*a* die beiden Richtungen, der Körper C mit der Kraft C*b* geworfen wer- wenn er den Punkt L treffen soll.

Zum

gen CNP. Durch
Linie LA. Vom
ch den Punkten A
nie LA geschnitten
beiden Richtungen,
Cb geworfen wer
soll.

Zum

Mit den Seiten AC und AL mache n
logramm ALRCA, so ist CA = RL u
folglich $RL^2 = PC \times CR$

Wenn man demnach eine Parabel be
CR ein Diameter, C dessen Anfang, CE
CA die Tangente bei C ist, so gehet dies
den Punkt L, in dem das Quadrat der Ap
ist, dem Rektangel aus der Abzisse CR u
ter CP. Da aber eine solche Parabel,
4Cb zum Parameter hat, eine von de
durch die Kraft des Wurfes Cb erzeuget n
sie zugleich durch L gehet, so thut sie dem
nüge, und ihre Tangente CA ist eine Ri
fes, wodurch der Punkt L getroffen wird.

Auf eine ganz ähnliche Art wird ben
die Dreiecke PCa, CaL ähnlich sind, da

$$PC : Ca :: Ca : aL$$

oder wenn man das Parallelogramm CaL

$$PC : QL :: QL : CQ$$

daß folglich

$$QL^2 = PC \times CQ$$

CN ist alsdann nur einfach, und sie halbiret den
CM, welchen die Linie CM worin das Ziel lieget,
tikalen PC machet. Denn der Halbmesser GN
Sehne PC, worauf er senkrecht ist, und folglich
PNC. Nun hat ∠PCN, halb so viel Grade, als
PAN, und ∠NCM halb so viel, als der Bogen
nun diese Bögen gleich sind, so sind es auch jene
Folglich ∠PCN = ∠NCM = $\frac{1}{2}$∠PCM.

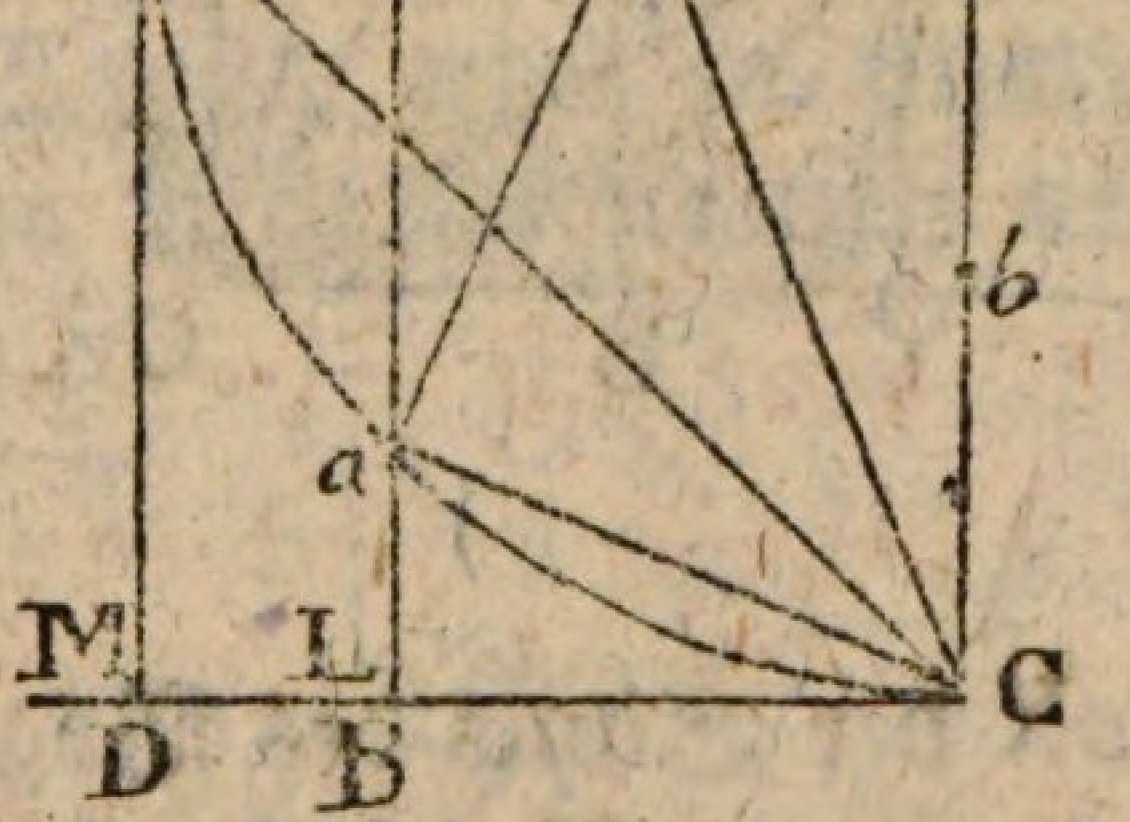
III. Wenn die Vertikal-Linien LA den Zir-
schneidet, so sind allemal zwei Richtungen
vermittelst welcher das Ziel L getroffen werden
beide machen gleiche Winkel mit der Richtung
eitesten Wurfes. Denn da GN auf die Sehne
cht ist, so halbiret GN diese Sehne und den
Na, so daß AN = aN. Daher sind die auf
N gestützte Winkel ACN, aCN gleich.

s folget auch, daß ∠PCA = ∠LCa, welche
übrig bleibet, wenn man ∠ACN = ∠aCN
N = NCM abziehet. Die beiden Richtungen
rch der Punkt L getroffen wird, machen gleiche
er eine mit der Linie CM, worin das Ziel lieget,
mit der Vertikal-Linie PC.

IV. Wenn der Punkt, welcher getroffen
, in der nämlichen Horizontal-Linie lieget, mit
dem

und sie halbiert
orin das Ziel lieget,
der Halbmesser GN
echt ist, und folglich
alb so viel Grade, als
viel, als der Bogen
so sind es auch jene
CM $= \frac{1}{2} \angle$ PCM.
Linien LA den Zi
l zwei Richtungen
L getroffen werden
el mit der Richtung
GN auf die Sehne
se Sehne und den
Daher sind die auf
CN gleich.
$= \angle$ LCa, welche
ACN $= \angle a$CN
beiden Richtungen
rd, machen gleiche
rin das Ziel lieget,

welcher getroffen
Linie lieget, mit
dem



auf CD, der Punkt L auf B, M auf I
G auf F. In diesem Falle ist die gr
$=$ CD $=$ GN $=$ GC $= \frac{1}{2}$PC $= 2$Cb,
halben Parameter der Parabel, oder de
Cb, welche die Kraft des Wurfes vorstell
mit dem Horizont, welcher diese größte
NCD $= \frac{1}{2}$PCD $= 45$ Grad

Zusatz V. Im nämlichen Falle, n
einer horizontalen Ebne oder Linie gesch
sich die Weiten der Würfe wie die Sin
Winkel, welche die Richtungen mit dem H

Denn es werde ein Körper aus C (f
Kraft, die durch C b vorgestellet wird, in
oder Ca geworfen, so ist die Weite des Wur
in der Richtung CS oder Cs geworfen, so

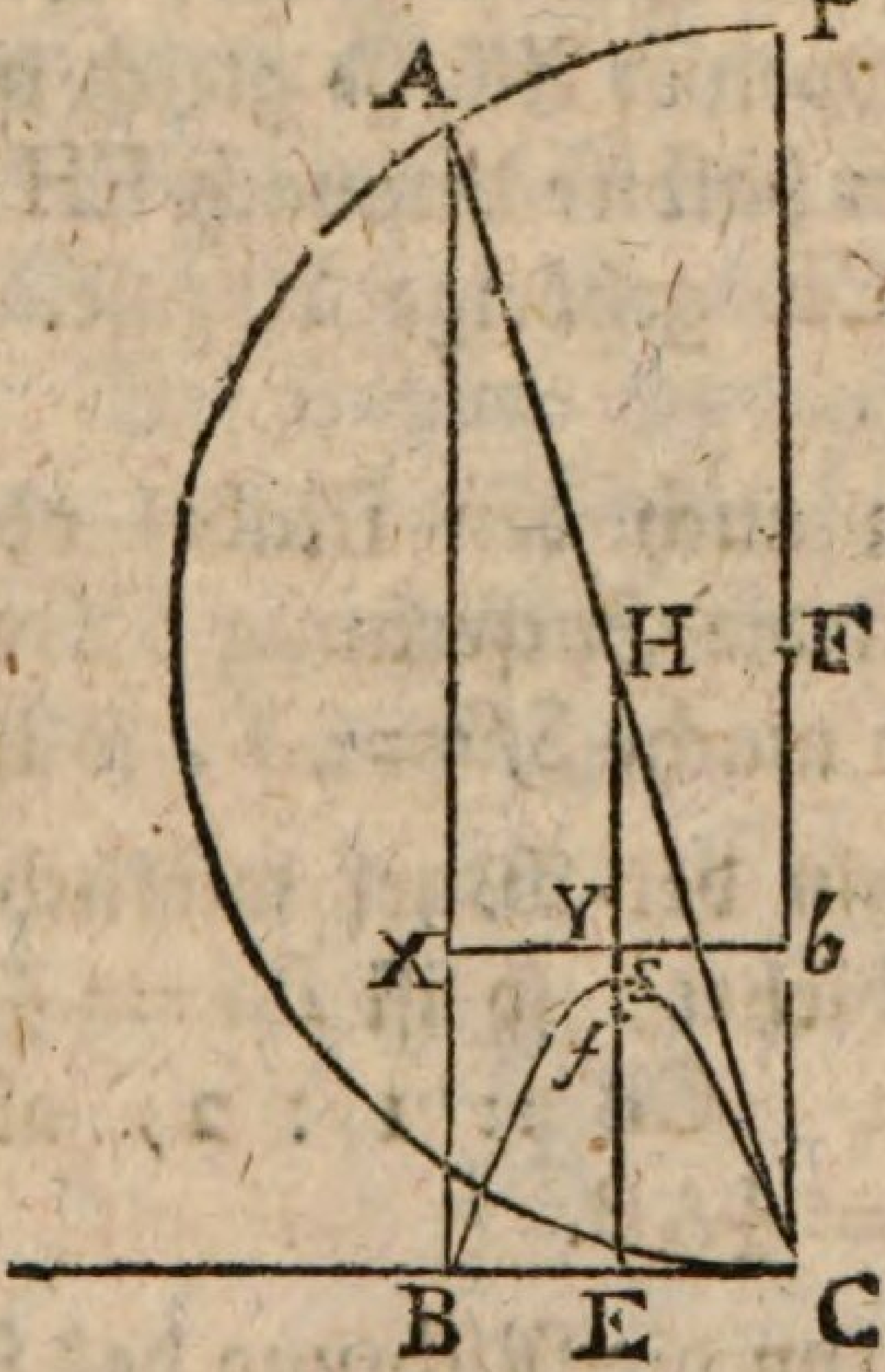
oder aX der Sinus des Bogens Ca oder des
Sinkels aCB. Ebenfalls ist CB oder TA der
Bogens PA oder seines Supplements $ASsC$,
Bogen $ASsC$ hat doppelt so viel Grade als der
B zwischen der Sehne und der Tangente.
) gezeiget, daß $CY = Vs = US$ der Sinus der
$CasS$, oder der doppelten Winkel sCY, SCY
in die Sinusse der nämlichen Winkel in jedem
ei Verhältniß haben, so verhalten sich in der
Seiten der Würfe auf einer horizontalen Ebne,
usse der doppelten Winkel, welche die Rich-
dem Horizont machen.

VI. Beide Winkel über den Horizont, welche
ite des Wurfes auf einer horizontalen Ebne
) einer das Komplement des andern, oder
mmen 90 Grad. Denn z. E. der Winkel SCY
viel Grade als der Bogen CsS, und der Win-
) so viel als der Bogen Cas, oder als PAS,
also

gens Ca oder des
CB oder TA der
pplements ASsC,
iel Grade als der
d der Tangente.
JS der Sinus der
Winkel sCY, SCY
Winkel in jedem
halten sich in der
rizontalen Ebne,
welche die Rich-

Horizont, welche
rizontalen Ebne
s andern, oder
der Winkel SCY
, und der Win-
oder als PAS,
also

einer gewissen Kraft, und in einer
tung geworfene Körper steigen m



Es werde aus C ein Körper mit eine
gestellten Kraft in der Richtung CA gew
man an, der Wurf geschehe auf einer h
CB (wenn auch dieses wirklich nicht Sta
mache wie vorher CF = 2C*b*, CP = 4

B in der Mitte liegen. Man halbire demnach
nd ziehe EH senkrecht bis daß sie der CA in H
bestimmet diese EH die Lage der Axe.

CH eine Tangente der Parabel ist (§. 16,
ist EH die Subtangente, welche bei der Pa-
der doppelten Abzisse gleich ist (Höh. Geom.
Man halbire demnach EH in S, so ist ES
likate CE gehörige Abzisse. Folglich ist S

an nun auch den Nabel oder Brennpunkt
esse man die Entfernung SY vom Scheitel bis
e, und mache $Sf = SY$, so ist f der Nabel.

Wenn der Wurf wirklich auf einer hori-
ne geschiehet, so ist $ES = \frac{1}{4}AB$. Denn es
:: CE : CB :: 1 : 2, also $EH = \frac{1}{2}AB$,
$\frac{1}{2}EH = \frac{1}{4}AB$.

l. Wenn die Richtung des Wurfes mit dem
en Winkel von 45 Graden machet, so ist die
der geworfene Körper steiget, gleich dem
des Parameters, oder der Körper gehet vier-
als er hoch steiget (Folg. Fig.).

diesem Falle ist $ES = \frac{1}{2}EH = \frac{1}{4}MN = \frac{1}{8}CP$,
$= CF = \frac{1}{2}CP$, so ist $ES = \frac{1}{4}CM$.

Auch

n halbirt benn...
ß sie der CA in H
e der Axe.

rabel ist (§. 16,
welche bei der Pa
ist (Höh. Geom.
I in S, so ist ES
Folglich ist S

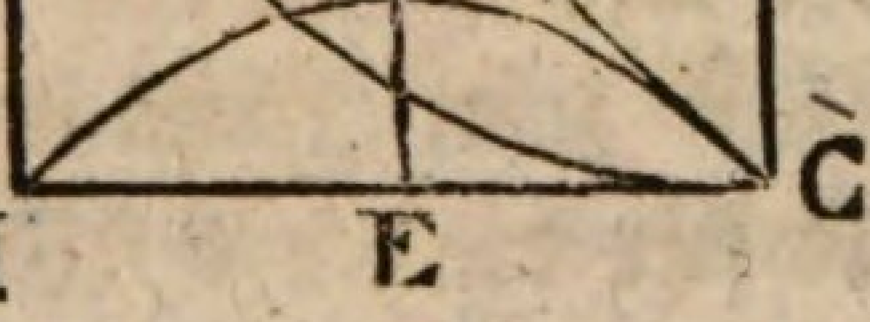
der Brennpunkt
vom Scheitel bis
ist f der Nabel.

) auf einer hori
$\frac{1}{2}$AB. Denn es
lso EH $= \frac{1}{2}$AB,

Wurfes mit dem
achet, so ist die
et, gleich dem
rper gehet vier

$\frac{1}{4}$MN $= \frac{1}{8}$CP,
$\frac{1}{4}$CM.

Auch



Auch ist hier E der Brennpunkt, u
Parameter. Hingegen ist der Parame
meter, der durch C gehet $= 4$CE $= 2$C
welches mit der Konstrukzion übereinstim

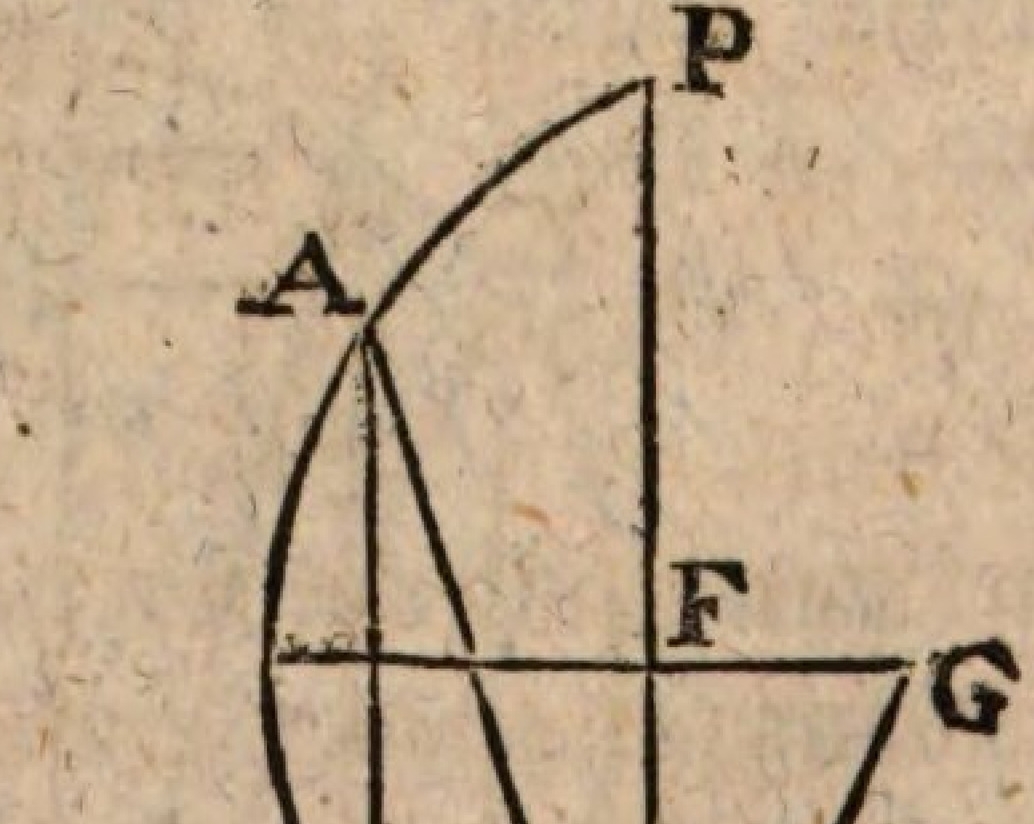
Zusatz III. Die Höhen, bis wohi
Geschwindigkeit geworfenen Körper steig
wie die Sinusverse der doppelten Winkel
tungen mit dem Horizonte machen.

, oder wie CI zu CH, oder wie der Sinus-
∠ ACF zum Sinusversus von 2∠ ECF.
enfalls für die zwei Würfe, die denselbigen
(§. 19, Zus. III).

§. 21.

Lehrsatz.

en, in welchen ein Körper das gegebene
eine oder die andere dazu dienliche
reichet, verhalten sich wie die Si-
inkel, den beide Richtungen mit dem
n.



Wir

liegt.
demnach
der Bög
ist allema
Also verh
der halbe
Sinusse d
eben so v
verhalten
ACL, aC

Man
Theorie de
ten Raum
ziemlich zu
hat, um di
und wenig
Lufttheilch
einer nicht
um daß die
demnach e
wirft, so b
denn Was

r wie der Sinus
von $2\angle ECF$.
die denselbigen

r das gegebene
dazu dienliche
wie die Si-
ngen mit dem

Wir

demnach wie die Linien CA, C*a*, ode
der Bögen C*a*A, und C*a*. Die Se
ist allemal gleich dem doppelten Sinus d
Also verhalten sich die Zeiten, wie die
der halben Bögen C*a*A und C*a*, oder
Sinusse der halben Bögen. Da nun d
eben so viel Grade haben, als die Wink
verhalten sich die Zeiten, wie die S
ACL, *a*CL.

§. 22.

Man vergesse nicht, daß die bi
Theorie der geworfenen Körper nur eige
ren Raum eingerichtet ist. Jedoch trift
ziemlich zu, wenn der Körper viel M
hat, um die Luft mit desto mehr Stärke
und wenig Volumen oder Ausdehnung,
Lufttheilchen im Wege anzutreffen; und
einer nicht gar zu großen Geschwindigk
um daß die Luft zum Ausweichen Zeit h
demnach eine eiserne oder bleierne Kug
wirft, so beschreibet sie ziemlich genau ei
wenn Wasser aus einer Röhre spritzet,

aft, die hinlänglich war, um das Fallen auf
üten.

§. 23.

ir nun die im gegenwärtigen Hauptstücke vor-
ehrsätze ins Kurze zusammenziehen, so lauten

in Körper durch eine Kraft getrieben wird,
vegung auf eine einförmige Art beschleuniget,
einer gewissen Zeit, seit dem Anfange der
nur den halben Weg zurück, den er durch-
wenn er sich mit der zuletzt erhaltenen Ge-
einförmig beweget hätte.

ltenen Geschwindigkeiten aber verhalten sich
m Anfange der Bewegung verflossenen Zeiten.

dem Anfange der Bewegung durchlaufenen
ten sich wie die Quadratzahlen der verflossenen
auch wie die Quadratzahlen der erhaltenen
eiten.

an die Zeit in gleiche Theile eintheilet, so
in den einzelnen Zeittheilen zurückgelegten
ie ungeraden Zahlen, zu.

Wenn

n das Fallen auf

Hauptstücke von
iehen, so lauten

getrieben wird,
rt beschleuniget,
em Anfange der
, den er durch
t erhaltenen Ge

r verhalten sich
lossenen Zeiten.
durchlaufenen
der verflossenen
der erhaltenen

eintheilet, so
zurückgelegten

Wenn

durch die doppelte Beschleunigung divi

Vermittelst der vier angeführten
sich alle Aufgaben auflösen, die sich au
schleunigte Bewegung beziehen.

Die nämlichen Gleichungen könne
Aufgaben gebrauchet werden, die sich
verspätete Bewegung beziehen, wenn
daß die Bewegung so lange dauret, bis
digkeit null geworden ist. Denn jede de
kann mit einer andern verwechselt werde
wegung einförmig=beschleuniget ist.
liebige Dauer der Bewegung angeno
zwei Geschwindigkeiten, die anfänglich
nebst der Zeit, dem Wege, und die B
gensatze der Beschleunigung), in Betr
solche Fälle sind die gehörigen Formeln

Alle Körper in der Nähe der Erd
Raume, mit einer einförmig=beschleu
und wenn man sie gerade aufwärts wir
einer einfömig=verspäteten Bewegung.

Regeln, wie es im leeren Raume geschehen

egeln sind keine andern, als die vorher von
-beschleunigten, oder einförmig-verspäteten
berhaupt, gegeben werden; und vermöge
nen alle Aufgaben aufgelöset werden, die sich
nd gerade aufsteigende Körper beziehen.

in Körper nicht gerade aufwärts geworfen
n in einer Richtung, die mit dem Horizont
Winkel machet, so ist die Bahn eine Para-
esetzet, daß der Wurf im leeren Raume ge-
r beinahe eine Parabel, wenn der Wurf in
iehet, und nur mit einer mittelmäßigen Ge-

n Wurf in schiefer Richtung geschiehet, so
nal angeben, wie hoch der Körper steigen
n er durch dieselbige Kraft, und folglich mit
fänglichen Geschwindigkeit gerade aufwärts
de. Diese Höhe giebt demnach die Kraft
u erkennen.

Die

Raume geschehen

s die vorher von
rmig-verspäteten
; und vermöge
werden, die sich
er beziehen.

fwärts geworfen
it dem Horizont
Bahn eine Para-
eeren Raume ge-
nn der Wurf in
ittelmäßigen Ge-

g geschiehet, so
Körper steigen
und folglich mit
gerade aufwärts
nnach die Kraft

Die

talen Ebne einen Winkel von 45 Grad.
die Höhe bestimmen, bis zu welcher der
steigen muß.

Die genauere Entwickelung aller d
man in den Stellen, wo sie abgehande
lesen.

---

§. 1.

Lehrsatz.

schwerer Körper längs einer schiefen
nter gleitet, so ist seine Bewegung ein=
schleuniget, und nach jeder gegebenen
em Anfange der Bewegung, hat er eine
gkeit, die sich zu derjenigen, welche er
freien Fall erhalten hätte, eben so ver=
die senkrechte Höhe der Ebne zu ihrer
er wie der Sinus des Neigungs=Win=
inus=totus.

der Körper H (folg. Fig.) laufe längs der
GF herunter, so bekömmt er von der Fall=
ch viel gleiche und in gleichen Zeiträumchen
folgende Stöße, die in vertikaler Richtung
ch unten gehen. Diese Stöße werden zwar
Widerstand der schiefen Ebne geschwächet; da
kel, den die Vertikal=Linie mit der Ebne GF
mal gleich ist, so werden sie alle um gleich
het, wie aus den Regeln des Stoßes (H. II,
zu folgern ist. Also bleiben demnach die
Stöße

Stöße unter sich gleich. Folglich ist
hende Bewegung einförmig=beschleunige

Laßt uns jetzt genauer betrachten, n
hältnisse jeder Stoß geschwächet wird.
schiefe Ebne, EF waagerecht, EG loth
per, A sein Schwerpunkt, AC lothrecht,
Verlängerung der AC, AD mit GF g
und CD auf GF senkrecht, M ein Punkt
lich nahe bei A, MK mit CD und ML

Gesetzt, ein einziger der Stöße,
von der Fallkraft leidet, sei im Stande,
frei ist, ihn von A bis M zu treiben, s
Geschwindigkeit AM in zwei andern AI
letztere durch den Widerstand der Eb
wird. Es bleibet also nur die Geschwin
verhält sich die ganze Wirkung der F
Theile derselben, welcher auf der schiefe
bet, wie AM zu AK, oder wie AC zu A
zu BC. Nun sind die Dreiecke ACB
weil sie bei C Scheitelwinkel und jed
haben. Ferner sind auch die Dreiecke
lich, weil CI und EG gleichlaufend sin

der Sinus=Totus zum Sinus des Neigungs=

Es sei demnach p die nach einer Sekunde
lles erhaltene Geschwindigkeit, der Neigungs=
, der Sinus=Totus sei 1, und die nach einer
f der schiefen Ebne erhaltene Geschwindig=
ist, wenn $\mathfrak{S}$ den Sinus bedeutet,

$$p : x :: 1 : \mathfrak{S}\varphi$$

her $x = p.\mathfrak{S}\varphi$

I. Alle Formeln für die einförmig=beschleu=
ung (Hauptst. III, §. 4. u. 12), lassen sich hier
als bei dem freien Falle gebrauchen, wenn
$\mathfrak{S}\varphi$ anstatt p setzet. Es ist demnach

$$w = \tfrac{1}{2}p.\mathfrak{S}\varphi.\ t^2$$

$$w = \frac{v^2}{2p.\mathfrak{S}\varphi}$$

$$t = \sqrt{\frac{w}{\frac{1}{2}p.\mathfrak{S}\varphi}}$$

$$t = \frac{v}{p.\mathfrak{S}\varphi}$$

$$v = \sqrt{(2p.\mathfrak{S}\varphi.w)}$$

$$w = p.\mathfrak{S}\varphi.t$$

in

h einer Sekunde
t, der Neigungs-
nd die nach einer
ne Geschwindig-
eutet,

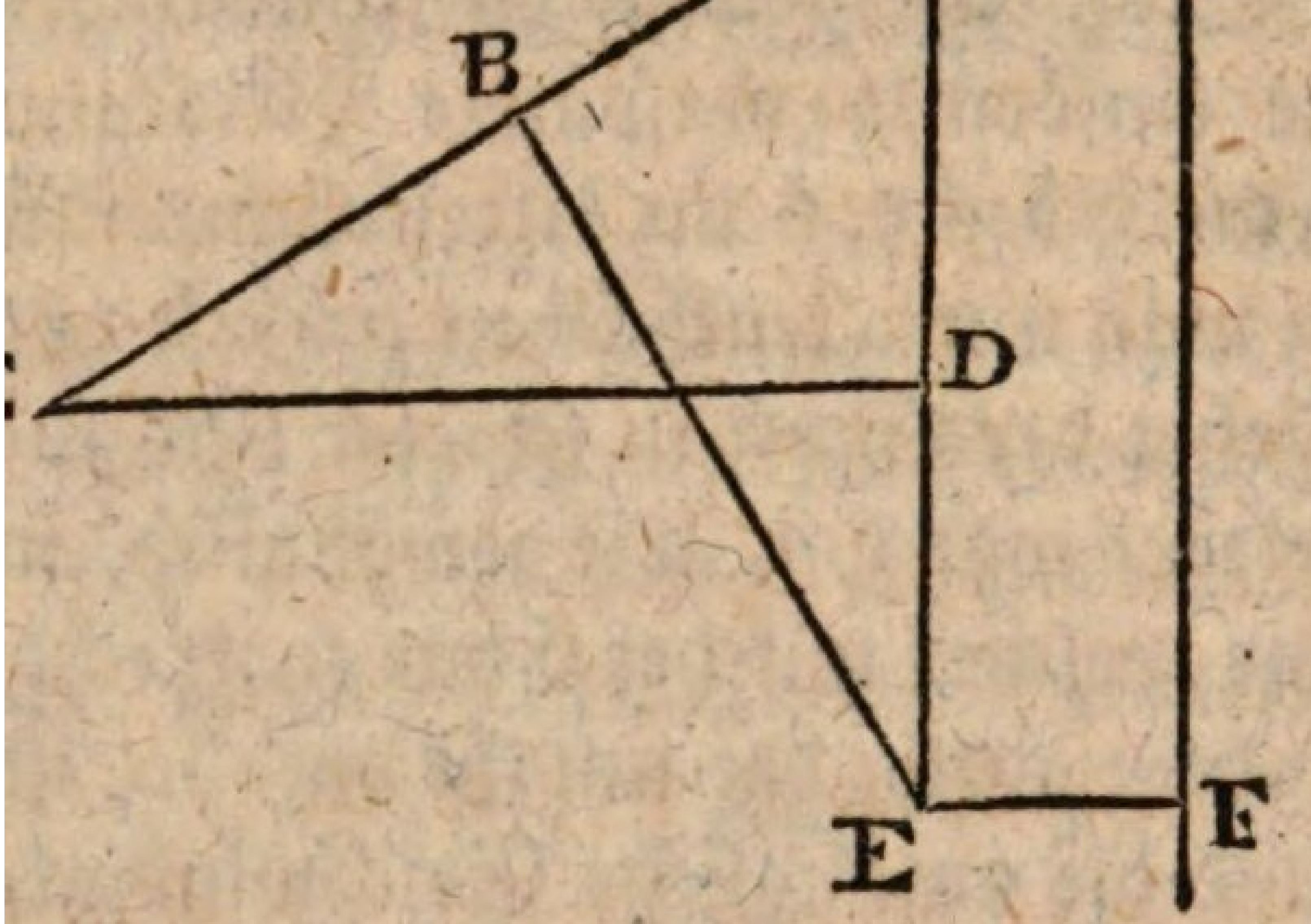
förmig-beschleu-
, lassen sich hier
rauchen, wenn
emnach

im

entstehet eine einförmig-verspätete Be
man alle Formeln des §. 6 im IIIten Hau
kann, wenn man nur allenthalben p S
bet. Geschiehet der Stoß in schiefer R
Ebne, so zerleget man ihn, wie gewöhnl
wovon der eine welcher auf der Ebne sen
gehet, der andere aber, der mit ihr para
kung thut, und die anfängliche Geschwi

Anmerkung I. Exempel wären hier
jeder, der die Lehre vom Fallen und S
wenn sie frei sind, recht verstanden h
wegungen auf den schiefen Ebnen ke
finden, und wenn er es für nöthig
Exempel machen können.

Anmerkung II. Es wird vorausgese
wegung im leeren Raume geschiehet,
daß der Körper eine beträchtliche Mass
Volumen habe, um daß ihm die Luft
derstehe. Auch wird angenommen, d
Reibung Statt findet. Ohne die
würden die Regeln und Formeln die
rung nicht aushalten.



Körper gleite aus A längs der schiefen Ebne
vertikale Höhe AD, und deren horizontale
. Zu gleicher Zeit falle ein anderer Körper
runter, indem G so hoch ist als A, oder AG
ale Linie ist. Nun sei der Körper G bis F
und es werde gefraget, wo dann A ist Man
öthigenfalls AD, und nehme AE = GF.
ziehe durch F die horizontale FE, die den
immet. So kann man sich vorstellen, der
be anstatt AF den gleichen Raum AE durch-
s E fälle man EB auf AC senkrecht, so ist B
wo sich A befindet, wenn G in F ist.
ist der Weg des G = $\frac{1}{2}pt^2$ (H. III, §. 5),
= $\frac{1}{2}p.\mathfrak{S}\varphi.t^2$ (§. 1, Zus. II). Da nun die
Zeiten

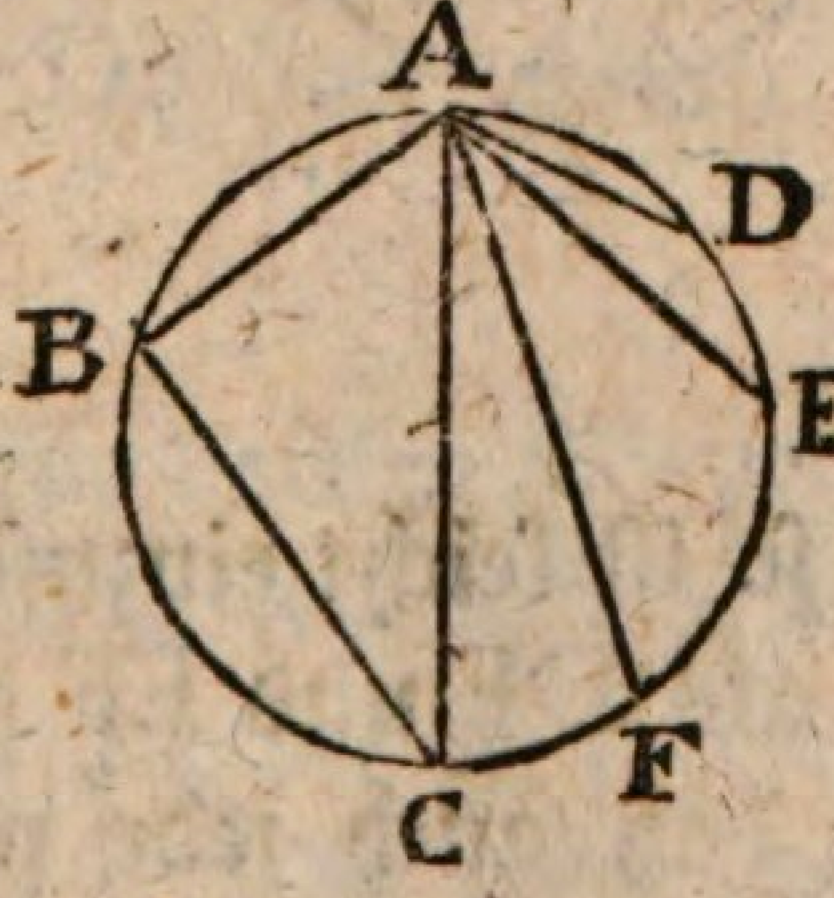
ber schiefen Ebne
eren horizontale
anderer Körper
als A, oder AG
Körper G bis F
nn A ist Man
ne AE = GF.
e FE, die den
vorstellen, der
aum AE durch
krecht, so ist B
n F ist.
(H. III, §. 5),
Da nun die
Zeiten

so wird auf AC im Punkte B die BE
Dann es ist der Weg des gleitenden zum
den, wie $\frac{1}{2}p.S\varphi.t^2$ zu $\frac{1}{2}p.S\varphi$, oder w
wie AD zu AC, oder wie AB zu AE.

§. 3.

Lehrsatz.

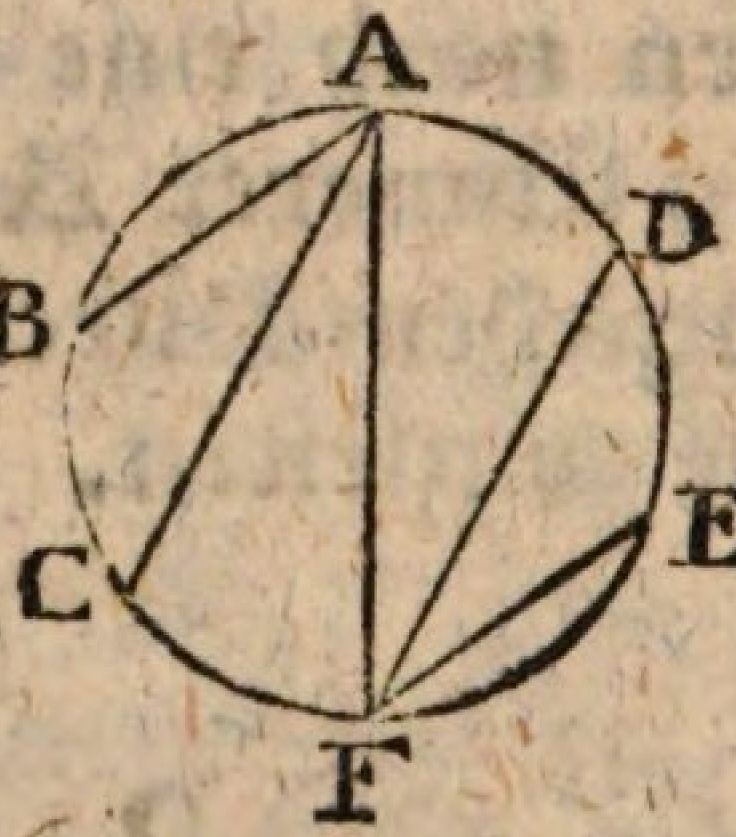
Wenn man in einem Zirkel, de
kal ist, einen vertikalen Durchme
oberen Ende desselben noch eine b
ziehet, so brauchet ein schwerer Kö
Zeit, um entweder längs dem Durch
oder längs der Sehne zu gleiten.



Es falle ein Körper längs dem vertik
AC, und ein anderer gleite längs der Se

Es wird gleich viel Zeit erfordert, um
er, welche man will von den Sehnen AB,
r AD durchlaufe, nämlich allemal so viel,
all längs AC.

. Der Lehrsatz gilt auch, wenn die Sehnen
rn Ende F des vertikalen Durchmessers aus-
)F, EF. Denn man ziehe AC mit DF,



arallel, so ist leicht einzusehen, daß AC und
eben so als DF und EF gegen den Horizont
sondern daß auch jede mit jeder gleich ist.
so DF und EF eben so geschwinde durchge-
C und AB, das heißt, eben so geschwinde,
messer AF.

§. 4.

Es sei
AC, und
in B gekom
Punkte B
E auf AI se
A in B ist

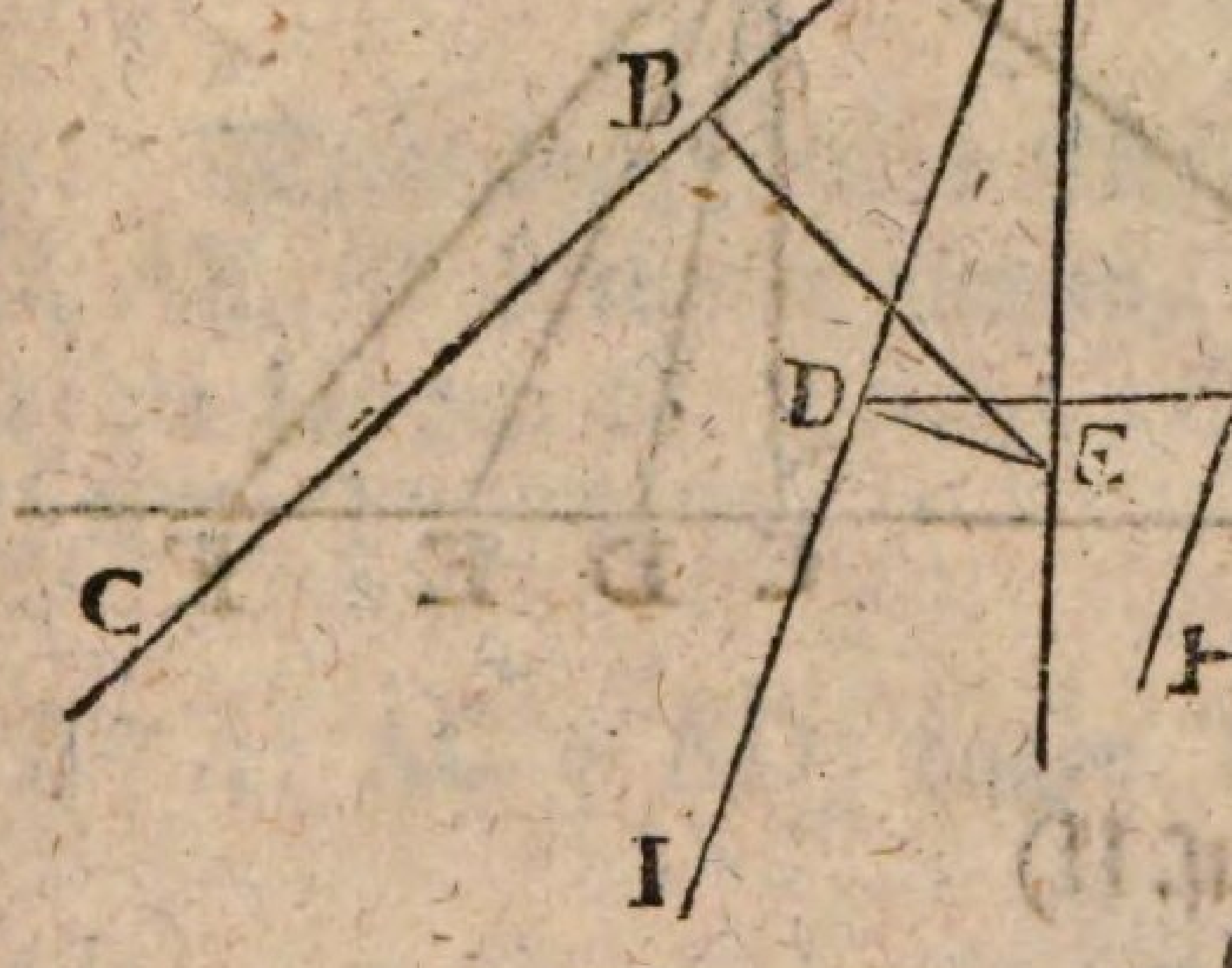
Denn
AE, so wä
ferner, GF
Zeit G in
GF=AD
in E, und
Dynamik

t erfordert, um
den Sehnen AB,
allemal so viel,

wenn die Sehnen
urchmessers aus-
e AC mit DF,

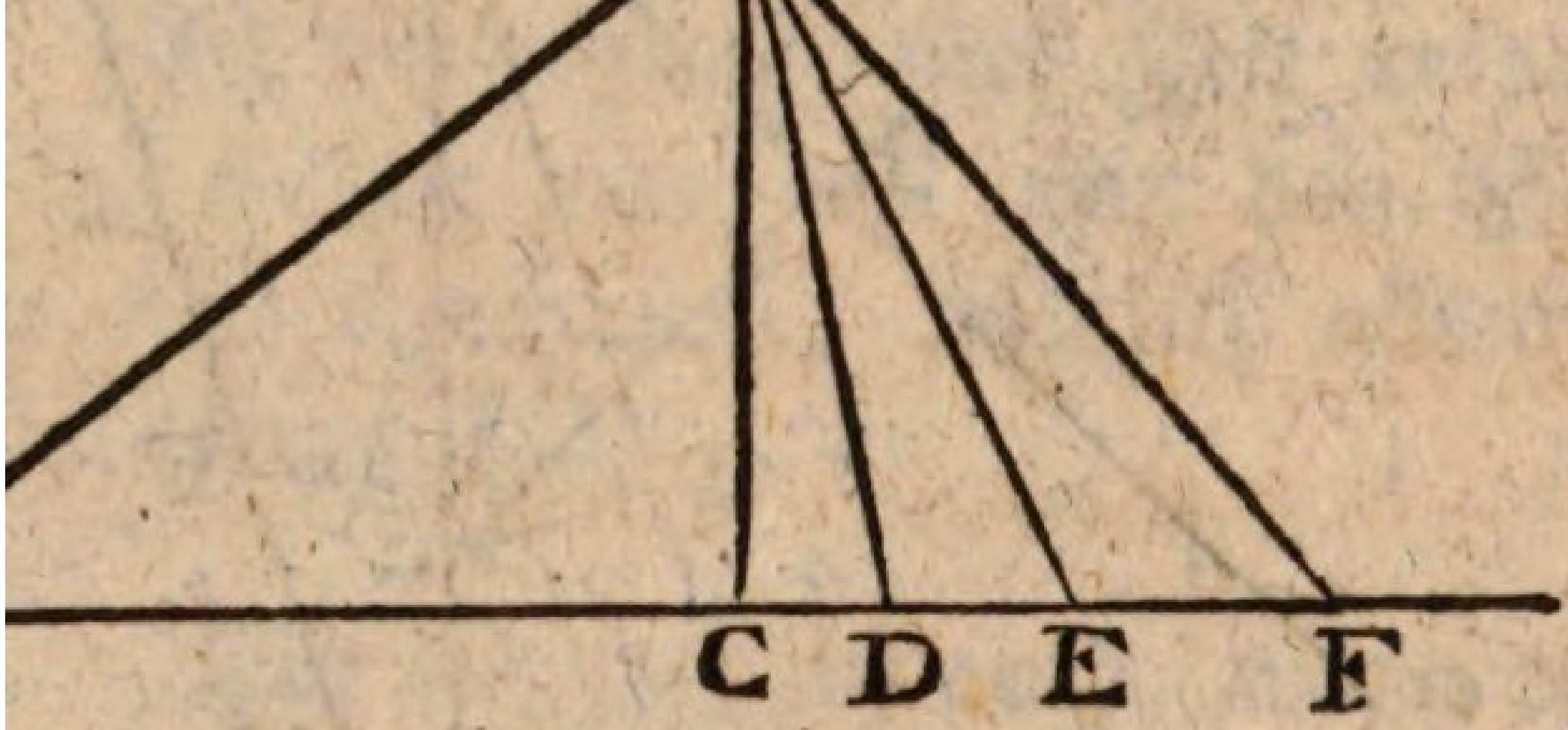
, daß AC und
n den Horizont
eder gleich ist.
winde durchge-
so geschwinde,

§. 4.



Es sei AG horizontal. Aus A gleit
AC, und aus G ein anderer längs GH
in B gekommen. Ziehe AE lothrecht,
Punkte B senkrecht, AI mit GH gleich
E auf AI senkrecht, DF horizontal, so
A in B ist.

Denn gesetzt, ein dritter Körper fi
AE, so wäre er in E, wenn A in B is
ferner, GH befände sich in AI, so wä
Zeit G in D (§. 2). Da nun durch
GF = AD, so ist G in F, wenn der ei
in E, und folglich wenn A in B ist.



. 1 Zuſ. II)

$$AC = \tfrac{1}{2} p . t^2$$

$$AB = \tfrac{1}{2} p . S\varphi . T^2$$

it des Fallens und T die Zeit des Gleitens
Daher iſt

$$t^2 = \frac{AC}{\tfrac{1}{2} p}$$

$$T^2 = \frac{AB}{\tfrac{1}{2} p . S\varphi}$$

$$t^2 : T^2 :: \frac{AC}{\tfrac{1}{2} p} : \frac{AB}{\tfrac{1}{2} p . S\varphi}$$

$$:: AC : \frac{AB}{S\varphi}$$

Ferner

od

Zu
Ebnen
Zeiten
Zeiten

t :

t :

t :

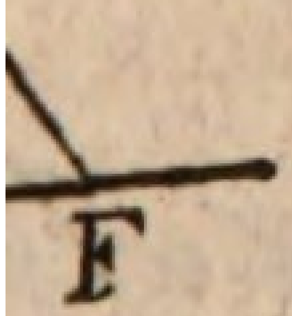
Alſo

T′

T′

T″

oder



Zeit des Gleitens

Ferner

Zusatz. Wenn verschiedene Körp
Ebnen AD, AE, AF herunter gleiten,
Zeiten wie die Längen der Ebnen.
Zeiten T′, T″, T‴, so ist

$t : T' :: AC : AD$, daher T

$t : T'' :: AC : AE$, daher T

$t : T''' :: AC : AF$, daher T

Also

$$T' : T'' :: \frac{AD.t}{AC} : \frac{AE.t}{AC} ::$$

$$T' : T''' :: \frac{AD.t}{AC} : \frac{AF.t}{AC} ::$$

$$T'' : T''' :: \frac{AE.t}{AC} : \frac{AF.t}{AC} ::$$

oder $T' : T'' : T''' :: AD :$

$$v = pt$$
$$V = p.\mathfrak{S}\varphi.T$$

it des Fallens und T die Zeit des Gleitens ist.

$$v : V :: pt : p.\mathfrak{S}\varphi.T$$
$$v : V :: t : T.\mathfrak{S}.\varphi.$$

(§. 5) $T : t :: AB : AC :: 1 : \mathfrak{S}\varphi.$

lso $T.\mathfrak{S}\varphi = t,$

ich $v : V :: t : t$

er $v = V.$

Wenn verschiedene Körper längs verschiede-
leiten, die einerlei Höhe haben, so bekommen
le einerlei Geschwindigkeit. Z. E. Wenn sie
D, AE, AF (Seite 178) durchlaufen, so haben
, F, dieselbige Geschwindigkeit, welche der
windigkeit eines Körpers gleich ist, der von A
en ist.

§. 7.

Lehrsatz.

verschiedene Körper aus derselbigen
r auf verschiedenen schiefen Ebnen, her-
unter

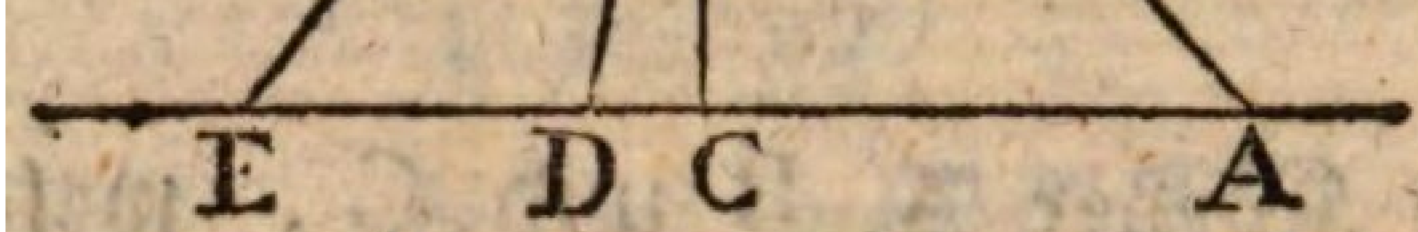
Wenn die Körper A, B und C, ...
Ebnen AG, BH, CI gleiten, anfänglic...
tal=Ebne AC liegen, und man leget n...
Ebnen DEF, GHI nach Belieben, ...
nämliche Geschwindigkeit als B in E, u...
so haben A in G, B in H, und C in I ...
digkeit. Man darf sich nur vorstellen...
Ebnen sich in DF oder in GI endigen...
Beweis. Man kann auch, wenn man...
Ebnen so zusammen rücken, daß die ...
im vorigen Paragraph auf einander fal...

Anmerkung. Man beobachte, daß ...
gar nicht die Rede ist, und daß ...
zugleich in D, E und F, oder G, H...
(§. 5); sondern, wenn sie angekomm...
einerlei Geschwindigkeit, die der eine...
früher bekömmt.

§. 8.

Lehrsatz.

Wenn ein Körper mit einer ge...
digkeit anfängt, längs einer schi...

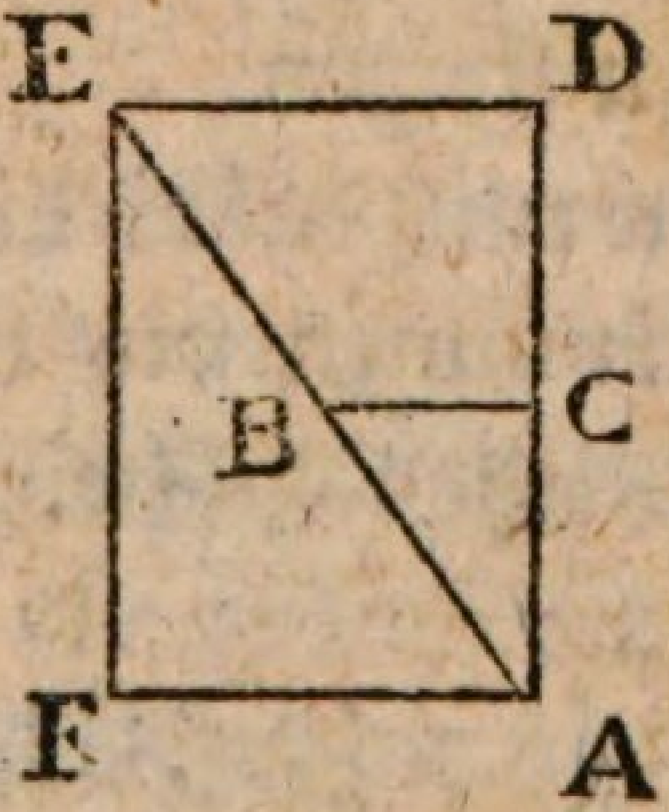


so, ein Körper sei von B bis A geglitten, A eine Geschwindigkeit c erlanget. Wenn eser Geschwindigkeit c anfängt zu klimmen, is B zurück, bevor seine Bewegung ganz Auch brauchet er eben so viel Zeit von A B bis A.

Da der Körper im Absteigen eine Geschwin- lten hat, so würde er auch im Fallen längs che Geschwindigkeit c erhalten haben (§. 6). vermöge dieser Geschwindigkeit, wiederum fsteigen; er kann aber auch, vermöge der- bis B gerade aufsteigen (Hauptst. III, §. 8). n Körper mit einer gewissen Geschwindigkeit einer schiefen Ebne zu steigen, so kömmt er als er kommen würde, wenn er mit dersel- chen Geschwindigkeit gerade aufstiege.

Verschiedene Körper, die von der näm- tal-Fläche an, mit derselbigen anfänglichen it, auf verschiedenen schiefen Ebnen steigen, kommen

get, so hat er in jeder Höhe diesel
digkeit, als wenn er mit der nämlich
Geschwindigkeit bis zur nämlichen
aufwärts gestiegen wäre.



Gesetzt, zwei Körper steigen zugleic
anfänglichen Geschwindigkeit, einer lä
Ebne AE, der andere gerade aufwärts lä
ziehe BC horizontal, oder mit AF pa
$\varphi = \angle EAF = \angle ABC$, der Neig
Ebne AE gegen den Horizont. Es sei v
keit in C, und V die in B, so ist

$$v^2 = c^2 - 2p.AC \text{ (H. III, §. 1}$$
$$V^2 = c^2 - 2p.S\varphi.AB \text{ (§. 1,}$$

schwindigkeit gleich ist, so haben sie allemal
öhen, als in F, E, D, die nämliche Ge-
welche derjenigen eines gerade aufsteigenden
G gleich ist, der mit der nämlichen Geschwin-
ungen hat zu steigen.

I. Und wenn dabei die Neigungen zweier
sind, so kommen die beiden Körper auch in
eit zur nämlichen Höhe. Denn es ist

$$= \frac{c - v}{p \cdot \mathfrak{S}\varphi}$$ (§.1.Zus.III, u.H.III, §.13 Ex.V.)

φ für beide Ebnen einerlei ist, und weil auch
Höhen einerlei ist, so ist gleichfalls t einerlei.

§. 10.

Lehrsatz.

zwei Körper längs zwei gleich schiefen
tweder heruntergehen oder aufwärts
verhalten sich die Qudrate der wäh-
ganzen Bewegungen verflossenen Zeiten,
ngen der durchlaufenen Räume.

Es

haben sie allemal
die nämliche Ge
rade aufsteigenden
nlichen Geschwin

Neigungen zweier
en Körper auch in
Denn es ist

H.III, §.13 (Er.V.)

st, und weil auch
chfalls t einerlei.

gleich schiefen
oder aufwärts
rate der wäh-
lossenen Zeiten,
äume.

Es

Körper gleite von A bis B, in der Zeit
C bis D in der Zeit T, so ist (§. 1, Zu

$$AB = \tfrac{1}{2}p.S\varphi.t^2$$

$$CD = \tfrac{1}{2}p.S\varphi.T^2$$

folglich AB zu CD, wie $\frac{1}{2}p.S\varphi.t^2$ zu
wie t^2 zu T^2.

Steiget ein Körper B mit einer ge
Geschwindigkeit bis A, und D mit eine
steigen sie so hoch und so lange, als sie
geglitten sein, um die gedachten Gesch
halten. Folglich findet hier die nämliche

§. 11.

Lehrsatz.

**Wenn ein Körper ohne Sch
dem Umfange eines Vielecks bewe
er beim Uebergange von einer S
zur folgenden, einen Theil seiner G
und die verlorne Geschwindigkeit
ganzen die er hatte, wie der Si
Winkels, den die eine Seite mit d
der andern machet, zum Sinus-T**

D zu bewegen. Auf der verlängerten AB
E gleich der Geschwindigkeit, mit welcher
) längs AB bewegete. Man ziehe EF mit
hingegen EG und BF auf BC senkrecht, so
indigkeit BE in zwei andere BF und BG zer-
ien BF ohne Wirkung bleibet, BG aber den
der BC forttreibet. Aus dem Mittelpunkte
albmesser BE beschreibe man einen Bogen
H = BH — BG = BE — BG. Also ist
ne Geschwindigkeit. Da nun GH der Sinus-
BE der Halbmesser ist, so hat der Lehrsatz
eit.

§. 12.

Lehrsatz.

n Körper gezwungen ist, sich längs
en Linie zu bewegen, so verlie:et er
ts von seiner Geschwindigkeit, sondern
geschwinde, als wenn er seinen Weg
den Linie fortsetzte.

sich eine krumme Linie als ein Vieleck von
Seiten vorstellen. Jede dieser Seiten machet
ngerung der vorhergehenden einen unendlich
l. Also verlieret (§. 11) der Körper, bei
dem

Denn
uch der Si

daher

Da nun
BE^2
$\overline{AB}$ unendli

nd also auch
rem Falle,
Versus eine
ummen eine
heißt, der K
verliert über
einer Geschw

Zusatz I.
n Zirkel,

it, mit welcher
an ziehe EF mit
BC senkrecht, so
BF und BG zer
t, BG aber den
em Mittelpunkte
an einen Bogen
– BG. Also ist
GH der Sinus
hat der Lehrsatz

t, sich längs
so verlieret er
gkeit, sondern
r seinen Weg

ein Vieleck von
Seiten machet
einen unendlich
er Körper, bei
dem

Denn es sei der Bogen DE unendli
auch der Sinus EB unendlich klein; nun

$$AB : BE :: BE : BD$$

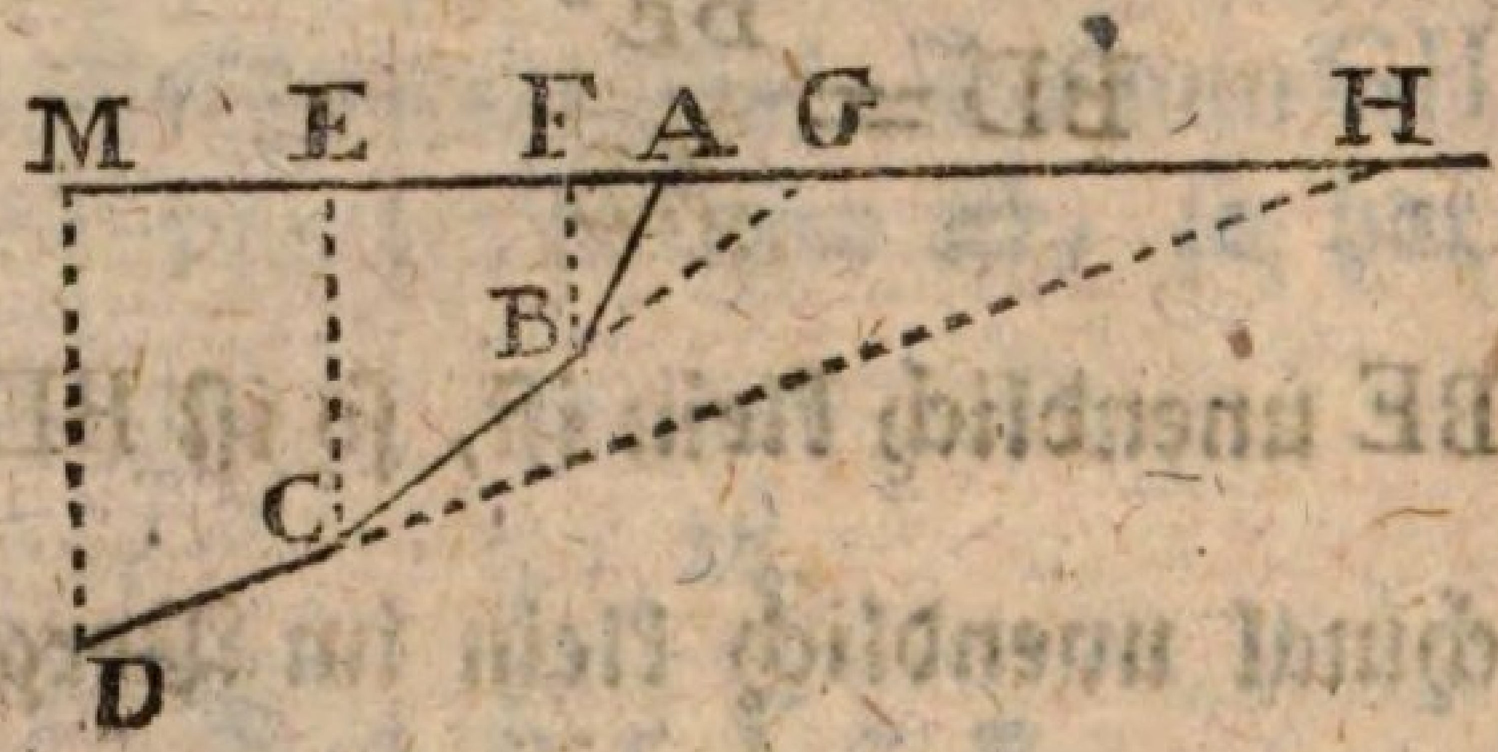
daher $$BD = \frac{BE^2}{AB}$$

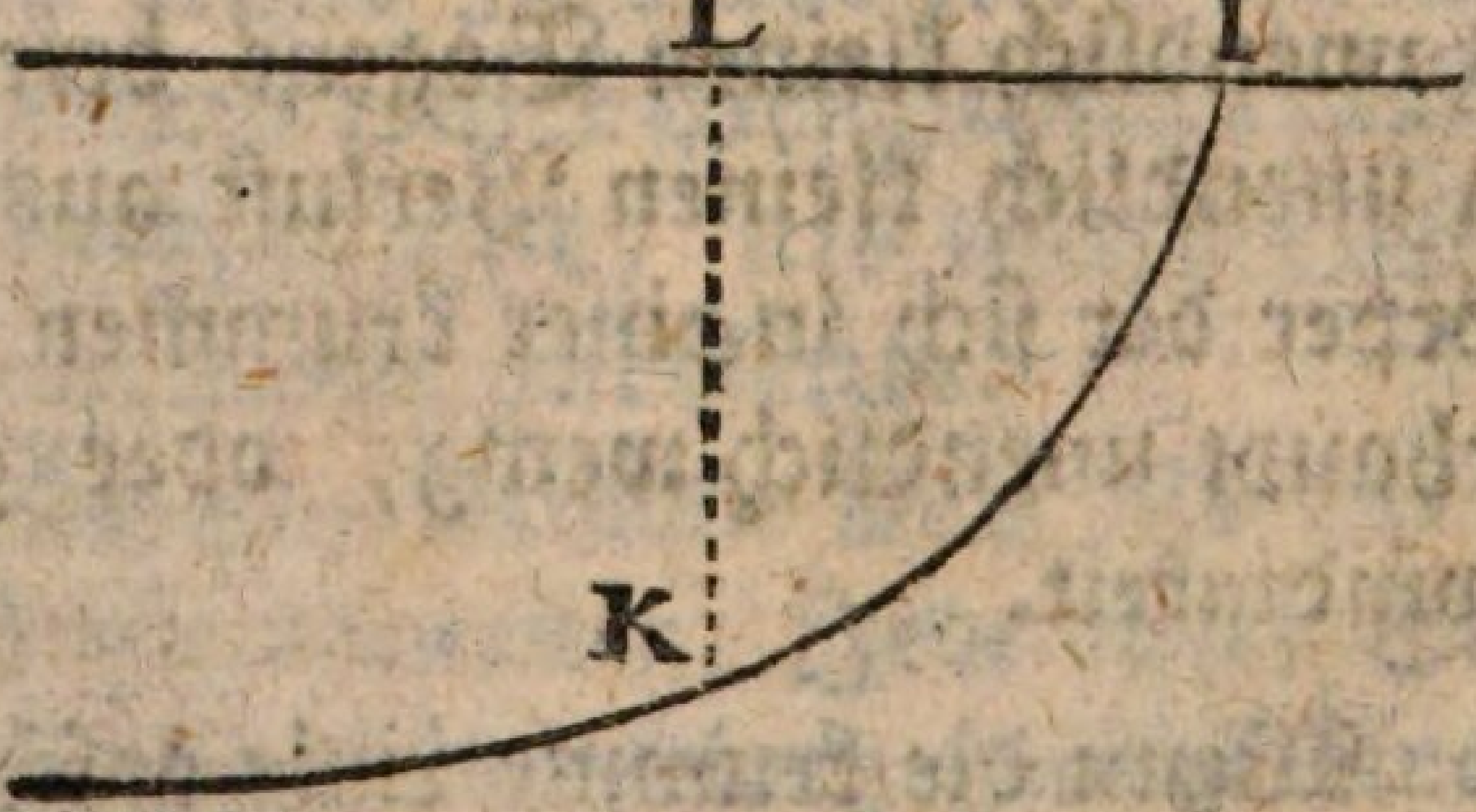
Da nun BE unendlich klein ist, so ist
$\frac{BE^2}{AB}$ unendlichmal unendlich klein im V
und also auch mit AC oder CD. Folgli
serm Falle, unendlich viel solche Verluste
Versus eines unendlich kleinen Bogens
sammen einen unendlich kleinen Verlust
heißt, der Körper der sich in einer krumm
verlieret überhaupt unendlich wenig, od
seiner Geschwindigkeit.

Zusatz I. Wenn die krumme Linie g
ein Zirkel, eine Ellipse u. s. w., so

Lehrsatz.

ein schwerer Körper längs einer krum-
heruntergleitet, die in einer vertikalen
, so hat er an jeder Stelle die nämliche
igkeit, als wenn er von derselben Höhe
ergefallen wäre.

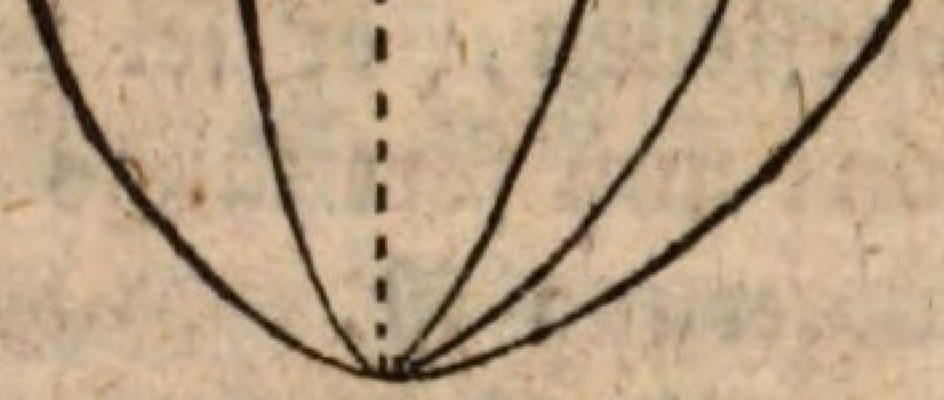




Läßt

gekommen, und fahre nun fort längs B
von GB die Verlängerung ist. Hierau
nun in C die nämliche Geschwindigkeit
in der Linie EC heruntergefallen, oder lä
geglitten wäre (§. 6), welche HC die
CD ist. Was die bloße erhaltene Gesch
so kann man sich also vorstellen, der
bis C gekommen, und gelange nun bis
der Voraussetzung zufolge, der Geschwi
gehet. Wenn er also bis D gekommen
die nämliche Geschwindigkeit, als we
heruntergefallen wäre. Und so kann m
Hier siehet man deutlich, daß die G
Ende jeder Seite des Polygons eben so
der Körper von derselbigen Höhe frei heru

Nimmt man nun anstatt des Polyg
Linie IK, so ist diese als ein Polygon
Seiten zu betrachten, und in diesem
die Voraussetzung, daß der Geschwin
Uebergang von jeder unendlich kleinen S
nichts abgehet (§. 12). Daraus folget
ein Körper von I bis nach K längs der
glitten ist, er in K die nämliche Gesch



A

nn B långs BA, C långs CA, D långs DA, F långs FA, gleiten, so haben sie alle in A digkeit, die ein Körper zuletzt haben würde, A gefallen wäre.

. Ich sage nicht, daß sie alle in gleicher terkommen, sondern daß sie alle am Ende n gleich geschwinde gehen.

§. 14.

Lehrsatz.

ein Körper mit einer gewissen anfäng- hwindigkeit längs einer krummen Linie, vertikalen Ebne lieget, hinaufsteiget, er bis zur nämlichen Höhe, wohin er wäre, wenn er mit derselbigen anfäng- windidkeit gerade aufwärts gestiegen

Gesetzt,

A, D längs DA,
haben sie alle in A
etzt haben würde,

e alle in gleicher
ie alle am Ende

wissen anfäng-
rummen Linie,
hinaufsteiget,
he, wohin er
bigen anfäng-
ärts gestiegen

Gesetzt,

fänglichen Geschwindigkeit gerade aufwärt
Es seien AB, BD, DF, FH, HK die
geraden Theilchen der krummen AK.
talen Linien BC, DE, FG, HI, KL,
Körper, wenn er in B gekommen ist,
schwindigkeit, als der andere in C (§. 9
Geschwindigkeit in B verlieret nichts dur
von der einen unendlich kleinen Seite
andern (§. 13). Also steiget der eine K
und der andere längs CE, beide mit glei
Geschwindigkeit. Wenn sie also bis zur sel
Linie DE gekommen sind, so haben sie
Geschwindigkeit (§. 9, Zus. I). Eben
daß in F und G, H und I, K und L e
digkeit Statt findet. Wenn also die Ge
null geworden ist, so ist sie auch in K nul
Körper sind gleich hoch gestiegen, und
Geschwindigkeit ist nun ganz erschöpfet.

Anstatt zwei Körper, kann man si
gedenken, der zu verschiedenen Zeiten
krummen Linie, und das anderemal gerade

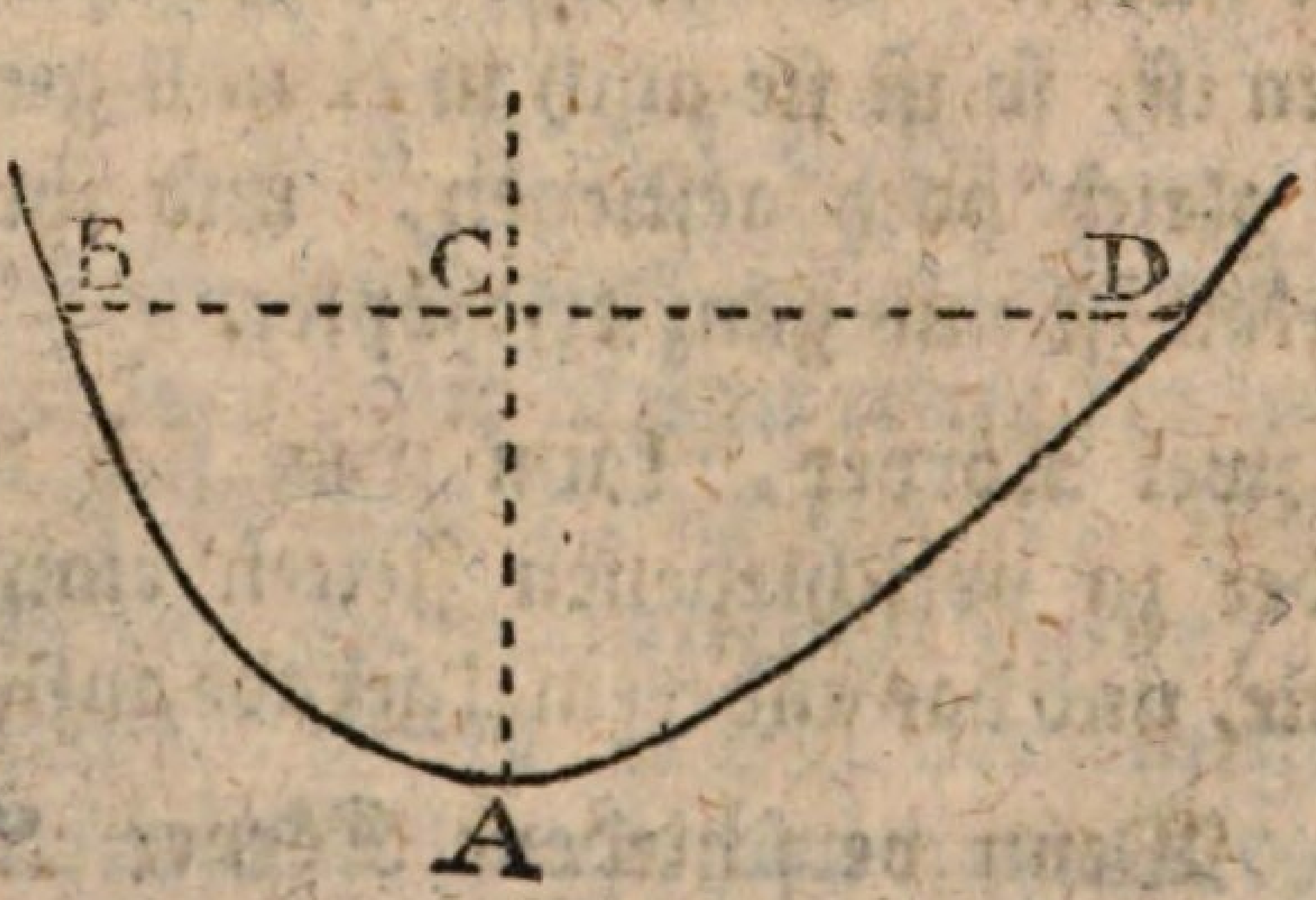
Zusatz. Wenn verschiedene Körpe
denen, entweder krummen oder geraden,

. E. aus A verschiedene Körper mit gleicher
Geschwindigkeit längs AC, AD, AE, stei-
ngen sie bis zur selbigen horizontalen Linie BE,
so hoch kommen, als ein Körper, der mit
fänglicher Geschwindigkeit, von A bis B
iget. Von den krummen Linien ist es eben jetzt,
geraden oben (§. 8, Zus. I) bewiesen worden.

§. 15.

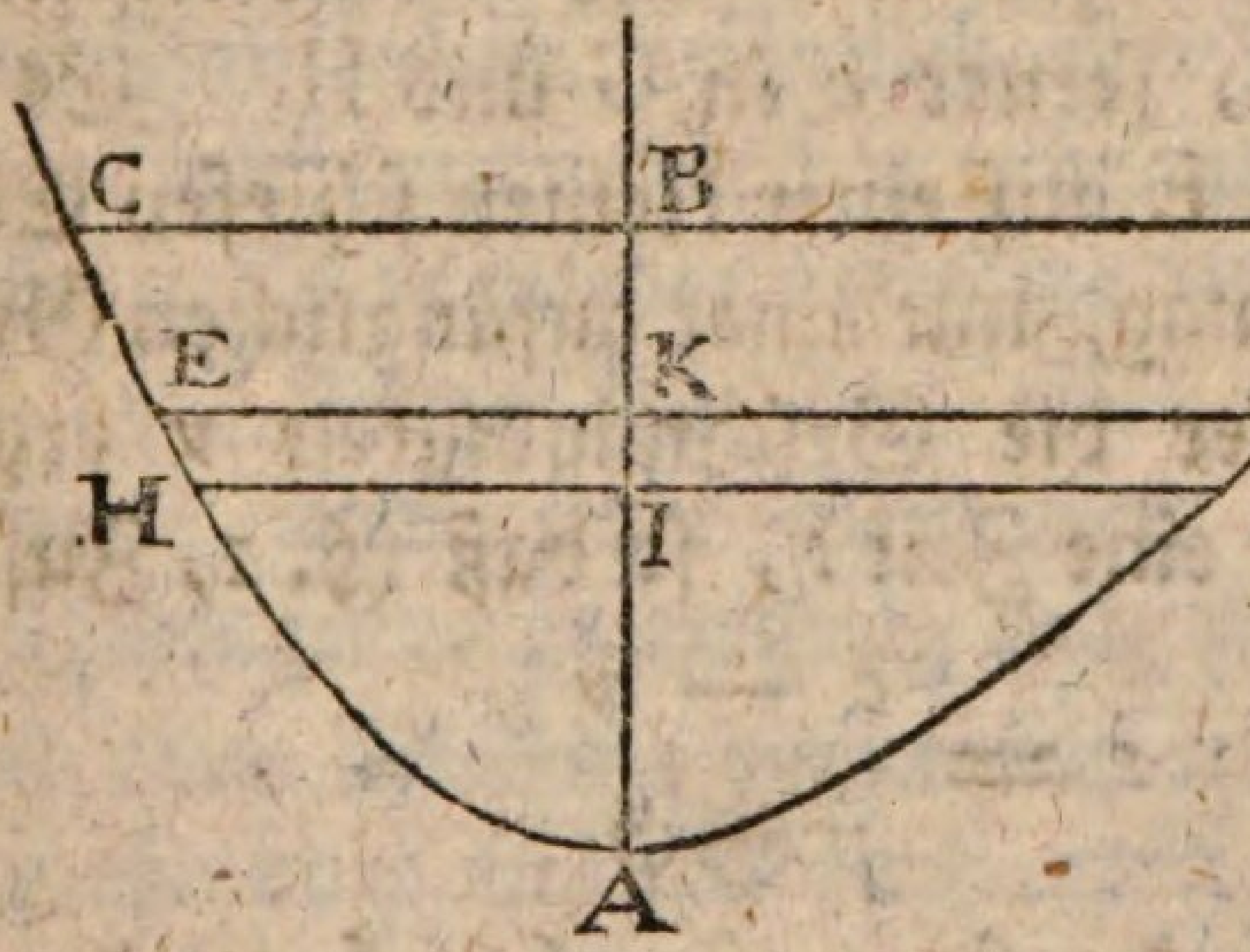
Lehrsatz.

ein Körper längs einer krummen Linie
het, die sich wieder aufwärts bieget,
im aufwärts gehenden Theile bis zur
öhe, von welcher er heruntergekom-



Es

steigende Körper in einerlei Höhe auch e
digkeit. Zum Exempel wenn der Kör



heruntergekommen ist, so hat er die nä
digkeit als ein fallender Körper in K habe
Und wenn er von A bis E gestiegen ist,
nämliche Geschwindigkeit, die ein mit de
lichen Geschwindigkeit gerade aufsteigen
in K haben würde (§. 14. Diese ist aber in
gen einerlei. Denn es sei v die Geschwi
Fallen, und V beim Steigen, so ist

$v^2 = 2p.\mathrm{BK}$ (H. III, §. 12, E

$V^2 = c - 2p.\mathrm{KA}$ (H. III, §. 13,

un ziehe nach Belieben zwei horizontale Linien
unendlich nahe an einander. So ist schon
igen Zusatze bekannt, daß die Geschwindigkeit
desgleichen in G und H einerlei ist. Sie sei
nd E, ferner c in G und H. Es steigt also
I bis E auf einer kleinen schiefen Ebne, deren
sein mag, mit einer anfänglichen Geschwindig-
daß er die Geschwindigkeit v erhalten hat.
et er eine Zeit t, so daß (§. 1, Zus. III)

$$t = \frac{c - v}{p \cdot S \varphi}$$

n, beim Heruntergehen hatte der Körper in
Geschwindigkeit v; diese wurde aber durch die
Wirkung der Fallkraft größer, und in G war
Die Fallkraft hat demnach von F bis G eine
r Geschwindigkeit verursachet, die $= c - v$
so die Geschwindigkeit v in F nicht vorhanden
e, so hätte der Körper durch sein Gleiten auf
chiefen Ebne bloß die Geschwindigkeit $c - v$
Dazu brauchet die Fallkraft ebenfalls die Zeit
2, Er. IV)

$$t = \frac{c - v}{p \cdot S \varphi}$$

vermöge

herunter bis A, und bekömmt die nämlic
keit, die dem Falle aus der Höhe BA er
mittelst dieser Geschwindigkeit steiget er vo
zur Höhe des Punktes B, nämlich eben
vermittelst der Geschwindigkeit A gerade au
wäre. Dann gehet er wieder herunter bi
bis C, u. s. w. Jeder Hingang wird
gung genannt, und jeder Hergang
würde diese schwingende Bewegung ewig f
keine Luft und keine Reibung vorhanden w
diese immer mehr oder weniger vorhanden
der Körper das erstemal nicht ganz bis C,
bis D, und seine Schwingungen werden ü
kürzer und kürzer, bis daß sie ganz auf
Körper unten in A ruhet.

§. 16.

Lehrsatz.

**Wenn zwei Körper ähnliche Th
krummen Linien durchlaufen, die
Lage gegen den Horizont haben, ent
untergleiten, oder im Aufsteigen, so
die Quadrate der Zeiten wie die Län
selbst, oder wie ihre ähnliche Dimen**

besser vorstellen, als wenn man außerhalb der
einen Punkt C annimmt, aus unendlich viel
AB gerade Linien, wie AC, DC, EC, BC,
iehet, alle diese Linien nach einem gewissen
in a, d, e, b theilet, so daß z. E. $a\mathrm{C} = \frac{1}{2}\mathrm{AC}$,
C, $e\mathrm{C} = \frac{1}{2}\mathrm{EC}$, $b\mathrm{C} = \frac{1}{2}\mathrm{BC}$, und durch die
d, e, b, eine krumme Linie *adb* ziehet. Dann
er AB ähnlich, weil es leicht zu beweisen ist,
ecke CADB und C*adb* aus ähnlichen Dreiecken
lbst ähnlich sind, und ähnliche Perimeter haben.
, ein schwerer Körper gehe herunter längs
nd ein anderer längs der ähnlichen *adb*. Man
e Zeit, welche jeder auf den zustimmenden
DE und *de* zubringet. Zu diesem Ende ziehe
d *fg* beide horizontal durch A und *a*. Man
DE bis F, und *de* bis *f*, so ist nicht schwer zu
ß DFA und *dfa* ähnliche Dreiecke sind.
ehet der eine Körper von D bis E mit eben
hwindigkeit, und in eben soviel Zeit, als wenn
hon längs FD gekommen wäre, und der an-
längs *de*, als wenn er aus *f* gekommen wäre
Gesetzt, die erforderliche Zeit, um FD zu durch-
t, und für FE sei sie T, für *fd* mag sie sein t',
fe, so ist (§. 10)

$$\mathrm{T}^2 : t^2$$

oder $t : t' :: \sqrt{DE} : \sqrt{de}$

folglich $(T - t) : (T' - t') :: \sqrt{}$

Nun ist aber T — t die Zeit, währ
Theilchen DE, und T′ — t' diejenige, w
de durchlaufen wird. Also verhalten sich
zwei zustimmende Theilchen, wie die Qu
der Längen.

Da aber beide Figuren ähnlich sind,
die Seiten, wie jedes Paar zustimmender

z. E. $DE : de :: AB : ab$

oder $\sqrt{DE} : \sqrt{de} :: \sqrt{AB} : \sqrt{ab}$

also verhalten sich auch

$$(T - t) : (T' - t') :: \sqrt{}$$

Das nämliche gilt für alle übrig
Räumchen und Zeittheilchen. Es seien die
einerseits z, z', z'', z''' &c., anderseits Z, Z
so ist allemal

$$\left.\begin{array}{l} z : Z \\ z' : Z' \\ z'' : Z'' \\ z''' : Z''' \end{array}\right\} :: \sqrt{AB} : \sqrt{ab} :: \sqrt{AD}$$

&c.

Gesetzt, zwei Körper B und b steigen bis A
ähnlichen Bögen BDA und *bda*, so stelle man
seien erst von A bis B und von *a* bis *b* herunter-
und steigen dann mit den ganz unten erhaltenen
igkeiten wieder aufwärts, jeder längs einem,
chgleichen Zweige seiner Linie, oder längs dem-
weige, so wird, wie bei §. 15, Zus. I. bewiesen,
steigen von E bis D und von *e* bis *d* wieder in
Zeit geschiehet, als vorher das Heruntergehen
E und von *d* bis *e*, und daß folglich das Ver-
r Zeiten beim Steigen das nämliche ist, wie
untergleiten.

§. 17.

nde sind die vornehmsten Sätze, die ein An-
dem gegenwärtigen Hauptstücke zu bemerken hat.

hwerer Körper, der längs einer schiefen Ebne
eitet, beweget sich mit einförmig-beschleunigter
igkeit, wenn man alle Reibung, wie auch den
d der Luft, aus der Acht läßt.

Beschleunigung eines solchen Körpers verhält sich
leunigung eines frei fallenden Körpers, wie die
Höhe der Ebne zu ihrer Länge, oder wie der
s Neigungs-Winkels zum Sinus-Totus.

Wenn

Wen
gleitet,
würde, n
Wenn
in ihm ein
gen Sehn
fang nehm
längs aller
als die Zei
Die Z
verhält sic
wie der S
kels. Un
Höhe habe
längs dense
Die erf
Ebne, ode
pers ist eben
gerade heru
er aus d
Ebnen oder
zuletzt alle d
Steige
krummen Lin

d *bda*, so stelle ma
von *a* bis *b* herunt
anz unten erhalten
jeder längs einem
ie, oder längs dem
5, Zus. I. bewiesen
on *e* bis *d* wieder
das Heruntergef
ß folglich das W
nämliche ist, w

Sätze, die ein A
cke zu bemerken hat.
einer schiefen Ebn
rmig-beschleunigt
ung, wie auch den
l.
Körpers verhält sich
Körpers, wie die
ge, oder wie der
nus-Totus.
Wenn

gleitet, so läßt sich allemal der Ort fin
würde, wenn er frei herunterfiele.

Wenn ein Zirkel in einer vertikalen
in ihm ein vertikaler Durchmesser gezoge
gen Sehnen die am Ende dieses Durch
fang nehmen, so gleitet ein Körper i
längs allen diesen Sehnen, und diese Ze
als die Zeit des Fallens längs dem Durc

Die Zeit des Gleitens längs ein
verhält sich zur Zeit des Falles aus
wie der Sinus-Totus zum Sinus des
kels. Und wenn verschiedene schiefe E
Höhe haben, so verhalten sich die Ze
längs denselben, wie die Längen der Ebn

Die erhaltene Geschwindigkeit eines
Ebne, oder längs einer krummen Linie
pers ist eben so groß, als wenn er von
gerade heruntergefallen wäre, und wenn
per aus derselbigen Höhe längs vers
Ebnen oder krummen Linien herunterglei
zuletzt alle dieselbige Geschwindigkeit.

Steiget der Körper auf einer schiefen
krummen Linie, so nimmt die Geschwindi

en eines Winkels vermindern die Geschwin-
Körpers, welcher sich längs dem Umfange
beweget; hingegen die allmähligen Krüm-
krummen Linie verändern nicht die Geschwin-
her auch, wie wir jetzt gesehen haben, ver-
rsätze zugleich für schiefe Ebnen und für
n gelten.

ie Konkavität einer krummen Linie aufwärts
und man läßt einen Körper aus einer gewissen
n niedrigsten Punkte gleiten, so steiget er im
ge der krummen Linie, bis zur selbigen Höhe;
de Zweige ähnlichgleich sind, und gegen den
ähnliche Lage haben, so geschiehet das Her-
und das Hinaufsteigen in gleichen Zeiten.
und steiget der Körper wieder rückwärts u. s. w.
Abwärts- und Aufwärtsgehen macht eine
. Im leeren Raume, und wo keine Rei-
müßten die Schwingungen in Ewigkeit fort-
der Luft aber, und in der wirklichen Welt,
vegung ohne Reibung ist, werden die Schwin-
er kleiner und kleiner, bis daß sie gänzlich

Fünftes

Jeder sch
sich hin u
machen k
genannt.

Ein ei
vermittelst
unbeweglic
Schwingun
aber bloß
lichen, wer
die eine gro
oder Blei,
und diesen
gen dieser K
denjenigen
Rande nur v

Jeder a
ein bloßer s
schwingende
gesetztes P
In der Fol
mengesetzte b

rn die Geschw
gs dem Umfang
lmähligen Krüm
icht die Geschwin
ehen haben, ver
Ebnen und sin

en Linie aufwärts
aus einer gewissen
, so steiget er im
ur selbigen Höhe;
, und gegen den
schiehet das Her
gleichen Zeiten.
rückwärts u. s. w.
hen macht eine
wo keine Rei
n Ewigkeit fort
virklichen Welt,
den die Schwin
daß sie gänzlich

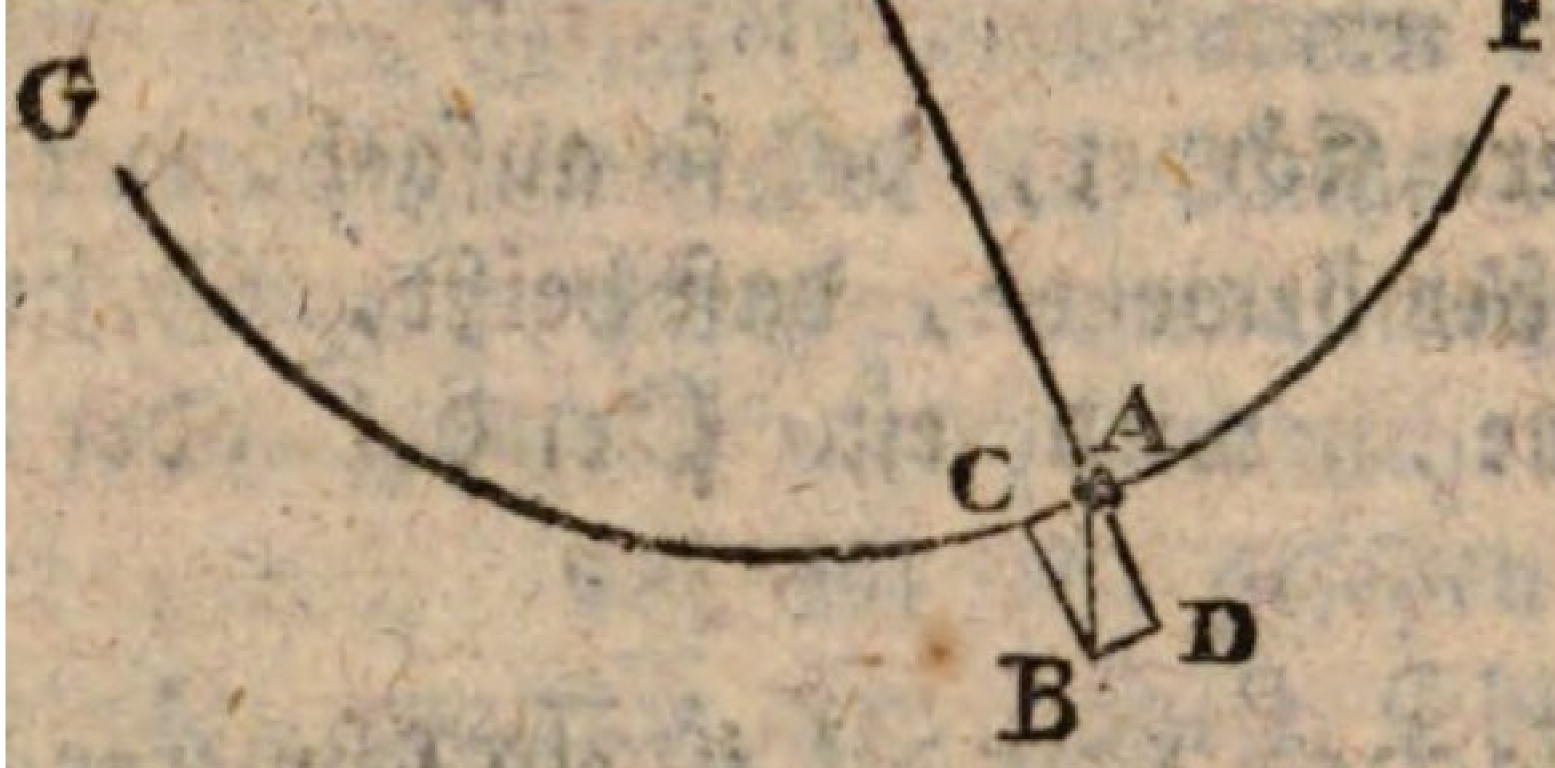
Fünftes

Jeder schwere Körper, der so aufgehä
sich hin und her bewegen, daß heißt,
machen könne, wird ein Pendel
genannt.

Ein einfaches Pendel ist ein schw
vermittelst einer Linie ohne Schwere,
unbeweglichen Punkte hänget, und
Schwingungen machen kann. Da ei
aber bloß ein ideales Wesen ist, so kan
lichen, wenn man eine kleine Kugel v
die eine große spezifische Schwere hat, a
oder Blei, an einem dünnen Faden o
und diesen an einem Nagel anhänget.
gen dieser Kugel werden, ohne merkliche
denjenigen Regeln erfolgen, welche in
stande nur vom schweren Punkte gelten.

Jeder angehängte und schwingende
ein bloßer schwerer Punkt ist, oder jede
schwingende System von Körpern mach
gesetztes Pendel. Jetzt reden wir n
In der Folge dieses Hauptstückes woll
mengesetzte betrachten.

N 5



der schwere Punkt oder der kleine schwere
änge vermittelst des Fadens AE an einem
nd er werde von der Vertikal-Linie entfernet,
Schwingungen mache. Er befinde sich jetzt
elle die kleine vertikale Linie AB den Weg vor,
nöge der Fallkraft, in einem bestimmten klei-
chen durchlaufen würde. Man verlängere
ziehe BC mit AD parallel, und BD mit AC,
ls eine kleine, auf EA senkrechte gerade Linie,
rd. So ist die Geschwindigkeit AB in zwei
und AC, zerleget. Die erste wird durch den
es Fadens und des festen Punktes E vernich-
re AC ist diejenige, welche die Fallkraft in
rtigen Umständen verursachen kann. Hat
per in A noch keine Geschwindigkeit, so
ie Geschwindigkeit AC, hat er schon eine
eit, so kömmt noch AC hinzu.

Gesetzt

er kleine schwere
s AE an einem
l=Linie entfernet,
befinde sich jetzt
AB den Weg vor,
bestimmten klei-
Man verlängere
nd BD mit AC,
hte gerade Linie,
gkeit AB in zwei
wird durch den
nktes E vernich-
die Fallkraft in
n kann. Hat
windigkeit, so
t er schon eine

Gesetzt

beweisen; daher also gefolgert werden
wegung in beiden Fällen genau einerlei

Zusatz. Was also schon von der
men Linien (Hauptst. IV) gesaget word
Pendel angewandt werden, und was
bewiesen werden soll, kann auf die
Zirkelbogen angewandt werden.

§. 3.

Lehrsatz.

**Wenn ein Pendel kleine Schw
so sind sie alle beinahe gleichzeiti
nicht von gleich viel Graden sind.**

Es beschreibe das Pendel den B
Fig.), und zu einer anderen Zeit den
theile beide Bögen in gleich viel The
und I*i* zwei zustimmende Theile,
:: KMF : KMG, und auch I*i* : F
:: KLI : KMF. Sind die Bögen
als sie in der Figur, um der Deutlich
net worden), so verhalten sie sich beina

$:: KLH : KLI$ und $KG : KF :: KMG$
lich ist beinahe

$H : KI :: KG : KF$,

$H^2 : KI^2 :: KG^2 : KF^2$

die Applikaten HB, IC, GD, FE. Nun
, wie KH, die mittlere Proporzional-Linie
stimmenden Abzisse KB und dem Durch-
Also $KH^2 = KB \times 2KA$, $KI^2 = KC$
$^2 = KD \times 2KA$, $KF^2 = KE \times 2KA$.
an diese Werthe, und läßt man in allen
eg, so ist

$B : KC :: KD : KE$

$C) : KC :: (KD - KE) : KE$

$C : KC :: DE : KE$

$C : \sqrt{KC} :: \sqrt{DE} : \sqrt{KE}$

$C : \sqrt{DE} :: \sqrt{KC} : \sqrt{KE}$

$I^2 = KC \times 2KA$ und $KF^2 = KE$
t $KI^2 : KF^2 :: KC : KE$, und $KI : KF$
E,

$C : \sqrt{DE} :: KI : KF$

und

schwindig
nach in g
allen zusti
KMG gil
durchlaufe
oder 5 G
die Bögen

Anmerkun
demnach
man da
des Pen
ob gleich
Bögen
das etwa
am Fad
dessen D
Fadens,
einfach a

Bei ei
verhalten

: KF :: KMG

D, FE. Nun
porzional-Linie
dem Durch-
KI² = KC
KE × 2KA.
man in allen

E) : KE

KF² = KE
und KI : KF

und

schwindigkeiten bei I und F. Diese
nach in gleichen Zeiten durchlaufen.
allen zustimmenden Theilchen beider
KMG gilt, so werden beide Bögen
durchlaufen, wenn sie klein sind, als h
oder 5 Graden; denn nur in diesem F
die Bögen allernächstens wie ihre Sehn

Anmerkung. Die Schwingungen ei
demnach ein bequemes einförmiges Z
man darf sich nicht ängstlich um di
des Pendels von der Vertikal-Linie
ob gleich die Schwingungen immer kl
Bögen machen, so bleiben sie doch
das etwas größere oder kleinere Gew
am Faden bindet, thut nichts zur
dessen Durchmesser, in Vergleich
Fadens, sehr wenig beträgt, so da
einfach angesehen werden könne (§. 1

§. 4.

Lehrsatz.

Bei einfachen Pendeln von u
verhalten sich die Dauern der

iden, wie die Lången der Pendeln. Ob
eweis nur in aller Strenge bei Schwingun-
viel Graden gilt, so erstrecket er sich doch
Schwingungen, wenn sie auch aus unähn-
bestehen, indem die Dauer aller kleinen
desselbigen Pendels einerlei ist (§. 3).

uadrate der Dauern sich verhalten, wie die
ndeln, so verhalten sich die Dauern selbst,
at-Wurzeln der Lången.

§. 5.

Lehrsatz.

hlen der Schwingungen zweier ein-
eln, im selbigen Zeitraume, verhalten
rt, wie die Quadrat-Wurzeln der
gen.

l kürzer die Dauer jeder Schwingung ist,
Schwingungen geschehen in einem gewissen
lso verhalten sich die Anzahlen der Schwin-
imlichen Zeitraume umgekehrt, wie die
nzelnen Schwingungen. Diese aber ver-
die Quadrat-Wurzeln aus den Pendel-
. Also verhalten sich die Anzahlen der
Schwin-

an, ein
Theil al
gungen
ether W
schwinge
eines glei
gefunden
wie die
Seiles,
senen Th
gemessene
durch die
Kronleuch

Ich w
Rechnung
gewiß kei
daran kein
als ein ei
fahren, w
bleiernen
dann auf
nung mach

an, einen gewissen Theil des Stricke
Theil als ein Pendel schwingen, und z
gungen während einer gewissen Zeit
einer Viertelstunde. Nun lasse man
schwingen, und zähle auch die Schwi
eines gleichen Zeitraumes. Ferner
gefundenen Anzahlen der Schwingu
wie die Quadratzahl der Schwingu
Seiles, zur Quadratzahl der Schwing
senen Theiles sich verhält, so verhält
gemessenen Theiles zur Länge des gan
durch die Höhe der Decke gefunden
Kronleuchter hängt.

Ich wollte aber keinem rathen, ein
Rechnung viel zu trauen. Denn de
gewiß kein bloßer schwerer Punkt,
daran keine bloße Linie, also das Gan
als ein einfaches Pendel. Sicherer
fahren, wenn man bloß einen dünnen
bleiernen Kugel am Ende, herunter h
dann auf die vorige Art den Versu
nung machte.

Schwingungen; so verhält sich die Länge des
Pendels zur verlangten Länge des Sekunden-
5).

I. Durch ein solches Verfahren hat man
gefunden, daß die Länge eines Sekunden-
Fuß 8,57 Linien, oder 440,57 Linien, des
gen Pariser Maaßes betrage. Nun machen
nien des Pariser Fußes soviel als einen Rhein-
Fuß. Dividiret man 440,57 durch 139,13,
n im Rheinländischen zwölftheiligen Maaße
oll, 11,99 Linien, oder mit Vernachläßigung
kleinen Bruches 3 Fuß 2 Zoll für die Länge
nden-Pendels.

gilt zwar diese Länge nur eigentlich für Paris,
t in solchen Gegenden, die nicht viel nörd-
südlicher liegen als Paris, noch kein merk-
erschied zu beobachten. Ich habe hier in
unden, daß ein einfaches Pendel von 3 Fuß
nlich richtig seine 60 Schwingung in einer
errichtete.

II. Eine viel genauere Methode zur Be-
der Länge des Sekunden-Pendels werden wir
Ende dieses Hauptstückes §. 45 anführen.

§. 7.

38 Zoll Rheinländisch sich verhalten zu
benen Pendels in Zollen, so verhält sich 1²
Quadratzahl der Dauer beim Sekunden-
vierten Zahl, welche das Quadrat der
gegebenen Pendel sein wird. Aus dieser
Quadratwurzel gezogen, so hat man die Da

2) Aus der Länge des Pendels die An
gungen in einer gegebenen Zeit.

Nachdem, wie kurz vorher, die Daue
gung gefunden worden, ist es ein Leichtes,
viel Schwingungen in einer gegebenen Zeit

3) Aus der Dauer jeder Schwin
des Pendels.

Die Dauer muß in Sekunden ausge
driret werden.

Dann saget man: Wie 1, das Qu
kunde, zum Quadrate der gegebenen S
halten sich 28 Zoll zu den verlangten Zoll

4) Aus der Dauer jeder Schwingun
Schwingungen in einer gegebenen Zeit.

Dieses ist eine Rechnung für Kinder.

5) Aus der Anzahl der Schwingung
benen Zeit die Länge des Pendels.

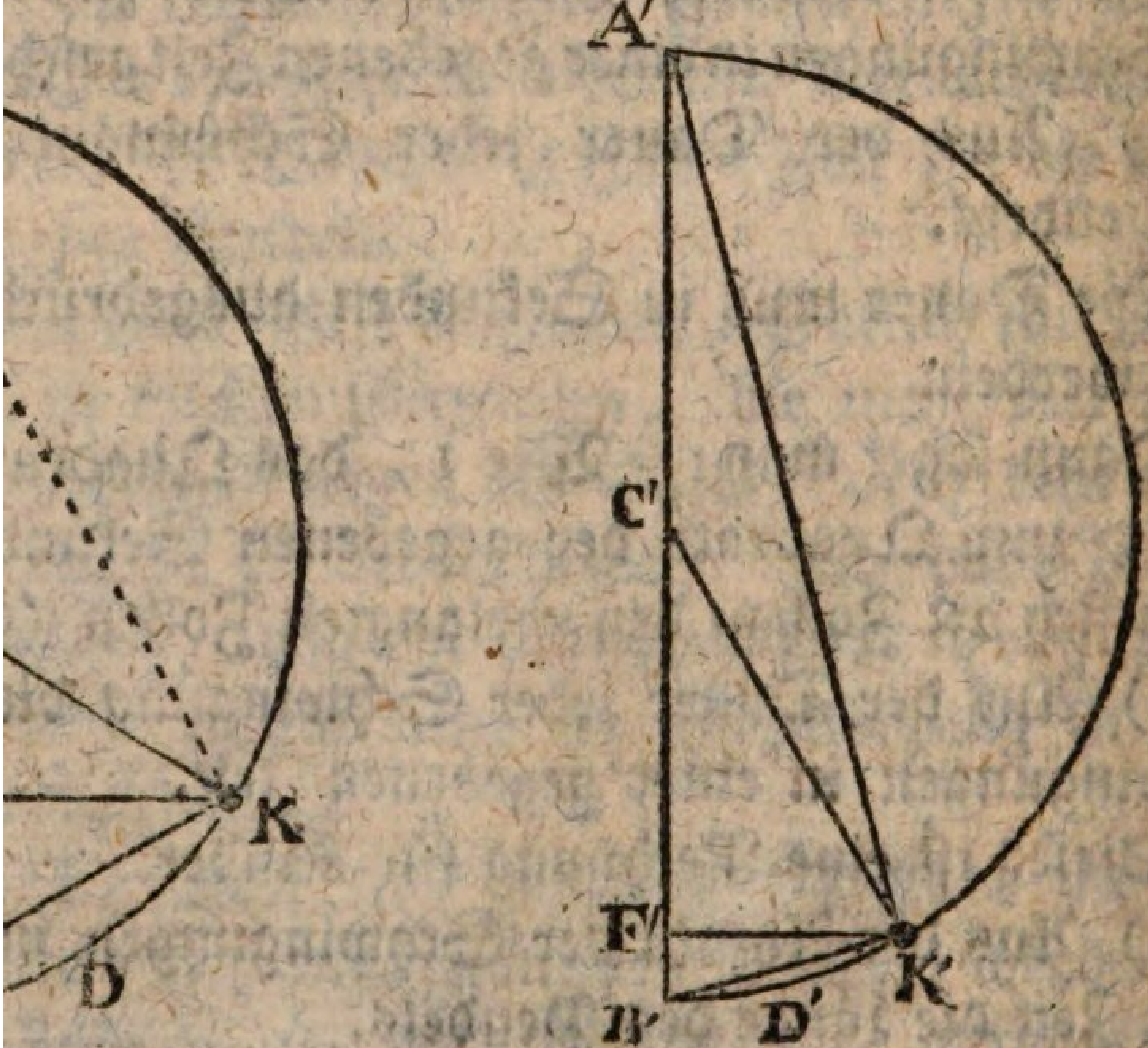
dann nach dem dritten Falle.

der Anzahl der Schwingungen in einer gegebenen ner einer jeden zu berechnen, ist eine Kleinigkeit.

§. 8.

Lehrsatz.

eschwindigkeiten gleicher Pendeln oder Pendels im Augenblicke des Durchgan- die Vertikal-Linie, verhalten sich wie n der beschriebenen Bögen.



Es

also
oder
Nun
d
Eben s
Folglich
V
Da abe
so ist V
und V
Anstatt
iche gedenke
Bögen besch
und CEB; da
wie DB zu C

2.
in einer gegebenen
st eine Kleinigkeit.

Pendeln oder
des Durchgan
halten sich wie
n.

Es

also $FB : F'B' :: V^2 : v^2$

oder $V^2 : v^2 :: FB : F'B'$

Nun ist in den ähnlichen Dreiecken

$$BF : BK :: BK : BA$$

$$\text{daher } BF = \frac{BK^2}{BA}$$

Eben so wird bewiesen, daß

$$B'F' = \frac{B'K'^2}{B'A'}$$

Folglich ist

$$V^2 : v^2 :: \frac{BK^2}{BA} : \frac{B'K'^2}{B'A'}$$

Da aber angenommen worden, da

so ist $V^2 : v^2 :: BK^2 : B'K'^2$

und $V : v :: BK : B'K'$

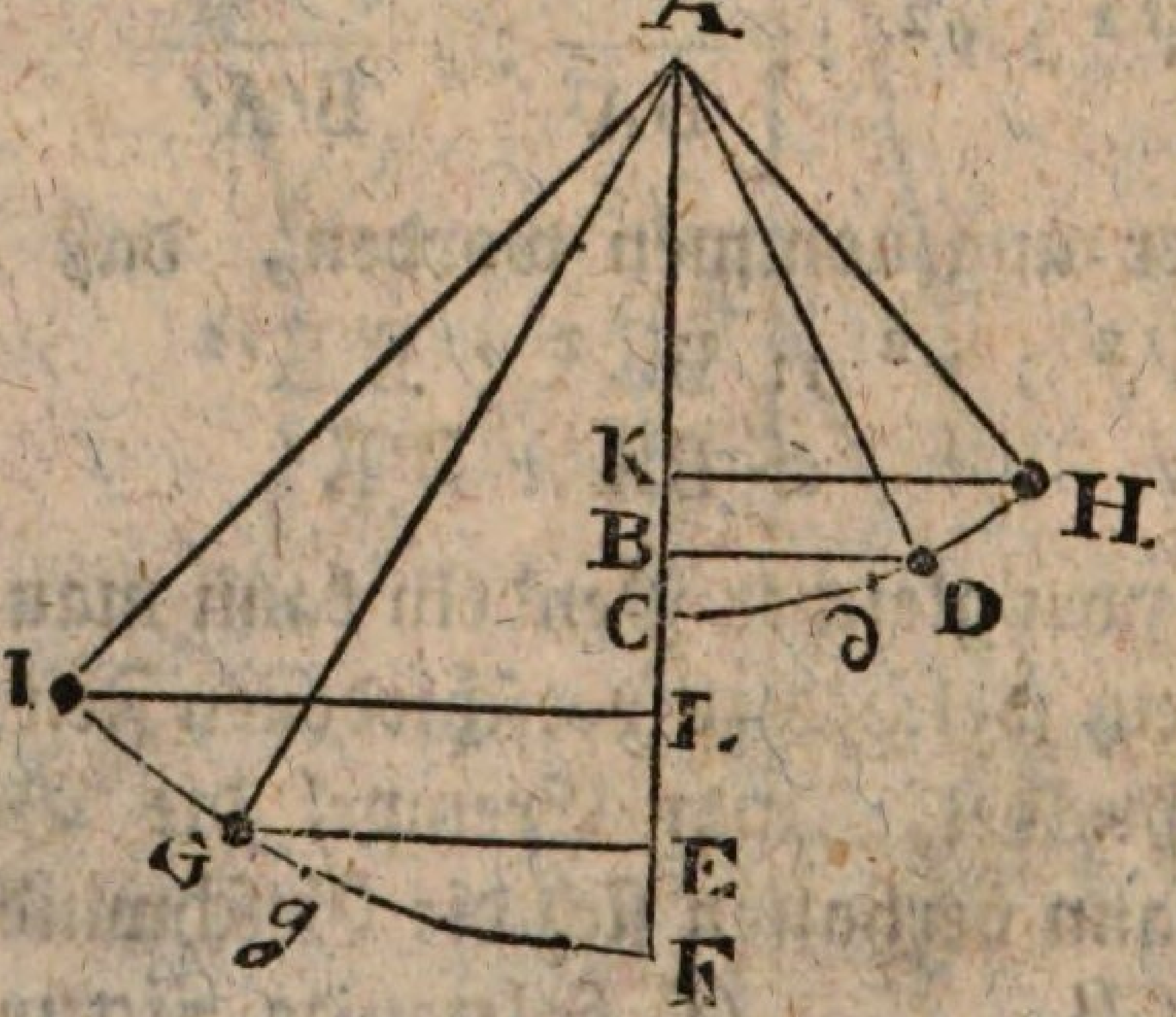
Anstatt zwei gleicher Pendeln kann m
liche gedenken, welches zu verschiedenen Z
Bögen beschreibet, zum Exempel die
und CEB; dann verhalten sich die Geschwi
wie DB zu CB. (s. folgende Fig

J. Dieser Lehrsatz gilt für große und kleine
ingen, da hingegen derjenige §. 3 nur für
.

§. 9.

Lehrsatz.

die Fallkraft bei zwei verschiedenen ein-
deln nicht einerlei ist, und die Längen
deln sich verhalten wie die Fallkräfte,
welcher sie sich bewegen, so verrichten
eln ihre Schwingungen in gleichen Zei-
usgesetzet, daß sie ähnliche Bögen be-
oder daß sie beiderseits nur kleine Bögen
l.



Gesetzt,

alſ
Nun iſt
alſo
daher
Folglich
$v^2 : V^2$
alſo $v : V$

$$KB = \frac{v^2}{2p} \text{ und } v^2 = 2p.$$

$$LE = \frac{V^2}{2P} \text{ und } V^2 = 2$$

also $v^2 : V^2 :: p.KB : P.LE$

Nun ist angenommen worden, es sei

$$p : P :: AD : AG$$
$$:: AC : AF$$
$$:: KB : LE$$

also ist $LE = \frac{P \times KB}{p}$

daher $P.LE = \frac{P^2 \times KB}{p}$

Folglich

$$v^2 : V^2 :: p.KB : \frac{P^2 \times KB}{p}$$
$$:: p^2 KB : P^2 KB$$
$$:: p^2 : P^2$$

also $v : V :: p : P$
$$:: AC : AF$$
$$:: CD : GF$$
$$:: Dd : Gg$$

tur Statt. Wenn obgleich die Fallkraft in elmäßigen Strecke, von unten nach oben ge- für unverändert gehalten werden kann, so ist ngerung doch schon auf hohen Bergen, wie dem Äquator merklich genug. Nämlich sie kleiner.

Da wir im letzten Theile des Beweises ge- en

$V :: p : P :: AC : AF :: CD : GF :: Dd : Gg,$

$V :: Dd :: Gg,$

aß diese Proporzion und die Folgerung daraus findet, wenn nicht $p : P :: AC : AF$. Wenn deln sich nicht verhalten, wie die Fallkräfte, die Schwingungen nicht gleich. Aus der er Schwingungen läßt sich also schließen, daß ln sich verhalten wie die Fallkräfte, oder die ie die Längen der Pendeln.

§. 10.

Aufgabe.

die Schwingungen des einfachen Pen- röße der Fallkraft an verschiedenen Orten schiedenen Höhen bestimmen.

Man

keit von $\frac{455 \times 31,253}{456} = 31,184$ F

Dieses wäre demnach der Werth der Be
jenen Ort. Ferner würde dort ein Kör

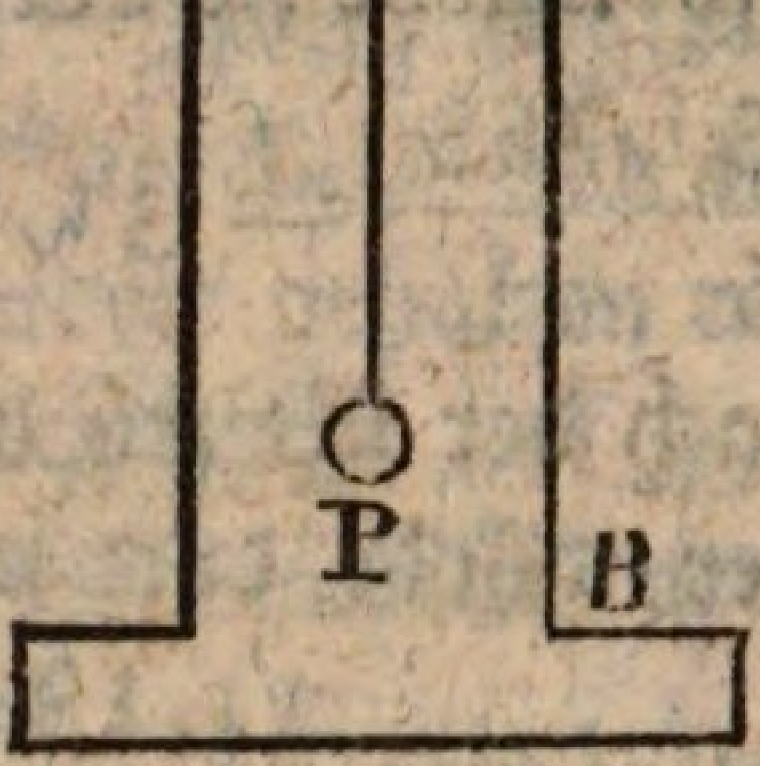
Sekunde seines Falles nur $\frac{31,184}{2} = 1$

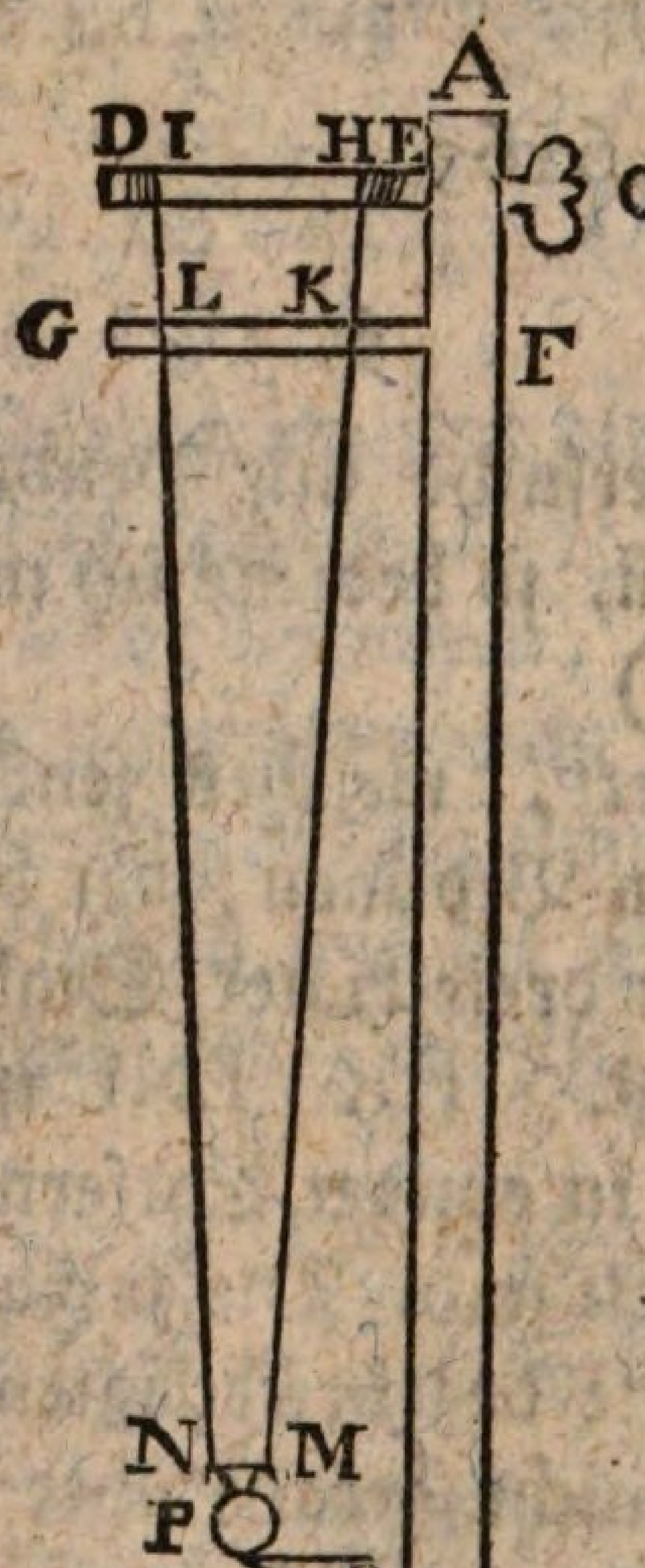
laufen, anstatt 15,6265.

§. 11.

Wenn ich Versuche mit Pendeln
Längen machen will, so bediene ich mich
mentes. (folg. Fig.)

AB ist ein Brett, welches senkrecht
ein Wirbel, wie an Violinen, der bei E
gehet. FG ist ein dreieckigter Stab,
Brette befestiget ist. HKMLNI ist ei
dessen beide Enden in einiger Entfernung
den Wirbel gewickelt sind. Dieser Faden
über die eine Kante des dreieckigten St
Wirbel CD muß nicht gerade über den
etwas seitwärts stehen. P ist eine bleiern
vermittelst zweier Häckchen bei M und





hänget/

hier ohngefähr den schweren Punkt vors
einfachen Pendel erforderlich ist (§. 1).

Anmerkung. Da die Schwingungen d
einen Zirkelbogen beschreibet, nicht v
zeitig sind (§. 3), so sind die Geometer
das Pendel nöthigenfalls so einzurichte
Zykloide oder Radlinie beschreibe,
Schwingungen, wenn sie im leeren R
vollkommen gleichzeitig sind.

§. 12.

Eine Zykloïde oder Radlinie ist ei
welche entstehet, wenn ein Zirkel in e
einer geraden Linie rollet, und ein Punkt
Zirkels auf der Ebne eine Spur seines W
Jeder Nagel am Umfange eines Wa
bet in der Luft eine Zykloïde.

Will man eine Zykloïde auf dem Pa
so nehme man ein Lineal AB, und eine
einen dünnen Zylinder C. An dieser R
einen Faden; man wickele ihn herum
andere Ende des Fadens am Lineale in D

D 5

hänget,

t E am Lineale in F anliege, und der Faden stramm angezogen sei. Nun schiebe man die weiter nach B hin, so daß sich der Faden all= ele, und der Stift zuletzt das Lineal wiederum so beschreibet dieser Stift eine Zykloïde FEG.

. Diese Linie ist eigentlich die einfache Zy= welche wir allein hier gebrauchen. Es giebt ängerte und verkürzte Zykloïden, des= uch verschiedene Arten der Epizykloïden. diesen Linien findet man in mehrern Büchern unter andern im zweiten Bande meiner hö= eßkunst.

§. 13.

nehmsten Eigenschaften der Zykloïde sind die ovon die höhere Geometrie die Beweise giebt, n meinem erleichterten Unterricht in der eßkunst anzutreffen sind.

Bogen AB (folg. Fig.) des erzeugenden Zirkels, n schon bei der Entstehung der Zykloïde die oder Basis CE berühret hat, und den Theil oïde beschrieben hat, ist gleich dem Theile ndlinie, worauf er gerollet hat.

II) Die

und der Faden
n schiebe man die
ch der Faden all
Lineal wiederum
e Zykloïde FEG.

die einfache Zy
ichen. Es giebt
ykloïden, des
Epizykloïden.
iehrern Büchern
ande meiner hö

Zykloïde sind die
e Beweise giebt,
terricht in der

igenden Zirkels,
der Zykloïde die
und den Theil
ich dem Theile
t. II) Die

linie ist gleich dem halben Umkreise des ...

III) Wenn man, mit der Grundli
eine gerade Linie GH ziehet, vom Zirkel
DF beschrieben ist, bis zum Umfange de
diese GH allemal dem Zirkelbogen FMC
vom Scheitel F bis zur Begegnung di
gerechnet wird.

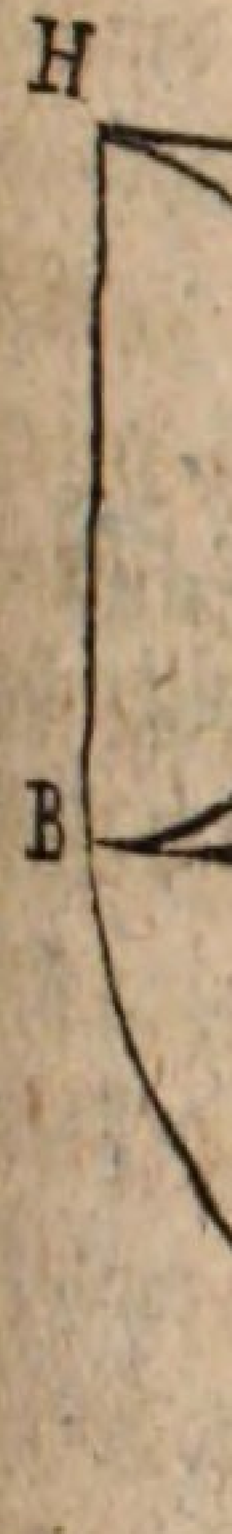
IV) Wenn für einen beliebigen Pun
die Tangente oder berührende Linie gez
so wird HG mit der Grundlinie gleic
welche HG vom Zirkel auf der Axe den
schneidet. Die Tangente IL ist allema
FG des gedachten Bogens parallel.

V) Wenn man den Halbmesser der
des küssenden Zirkels, oder den Stral der
alles einerlei ist) für einen beliebigen Punk
Zykloïde haben will, so ziehet man die Lin
ferner, die Sehne GD des Bogens GPD
der HG und der Basis CE lieget. Man
parallel, und machet HO = 2GD, od
ist HO, sowohl der Größe als der Lag
messer der Krümmung für den Punkt H
heißt, der Halbmesser eines Zirkels, de
mung hat, wie die Zykloïde bei H.

Evolute einer Zykloïde bestehet in zwei hal-
n, die mit den Hälften der gegebenen völlig
und nur in veränderter Lage erscheinen. Man
hälfte CDF der gegebenen Zykloïde in QRE,
e EDF in QSC, so daß SR eine gerade Linie
QR = QS = DE = CD, und ER = DQ
, so ist CQE die Evolute der Zykloïde CFE.
wenn man in Q einen Faden bindet, der so
QF oder 2DF, diesen Faden am Ende F
tramm hält, und zwischen den beiden halben
C und QE so herumführet, daß sich ein Theil
ließe, der andere OH aber gerade ausgedeh-
reibet das Ende F oder H die Zykloïde CFE.

der beliebige Bogen FH der Zykloïde, vom
erechnet, ist doppelt so lang, als die Sehne
nmenden Bogens des auf der Axe beschriebe-
Eigentlich wird in der höheren Geometrie
s FH = $2\sqrt{(FD \times TD)}$. Nun ist TF
FD, daher TF × FD = FG^2 und $\sqrt{(TD}$
G, also FH = 2FG.

VIII) Die



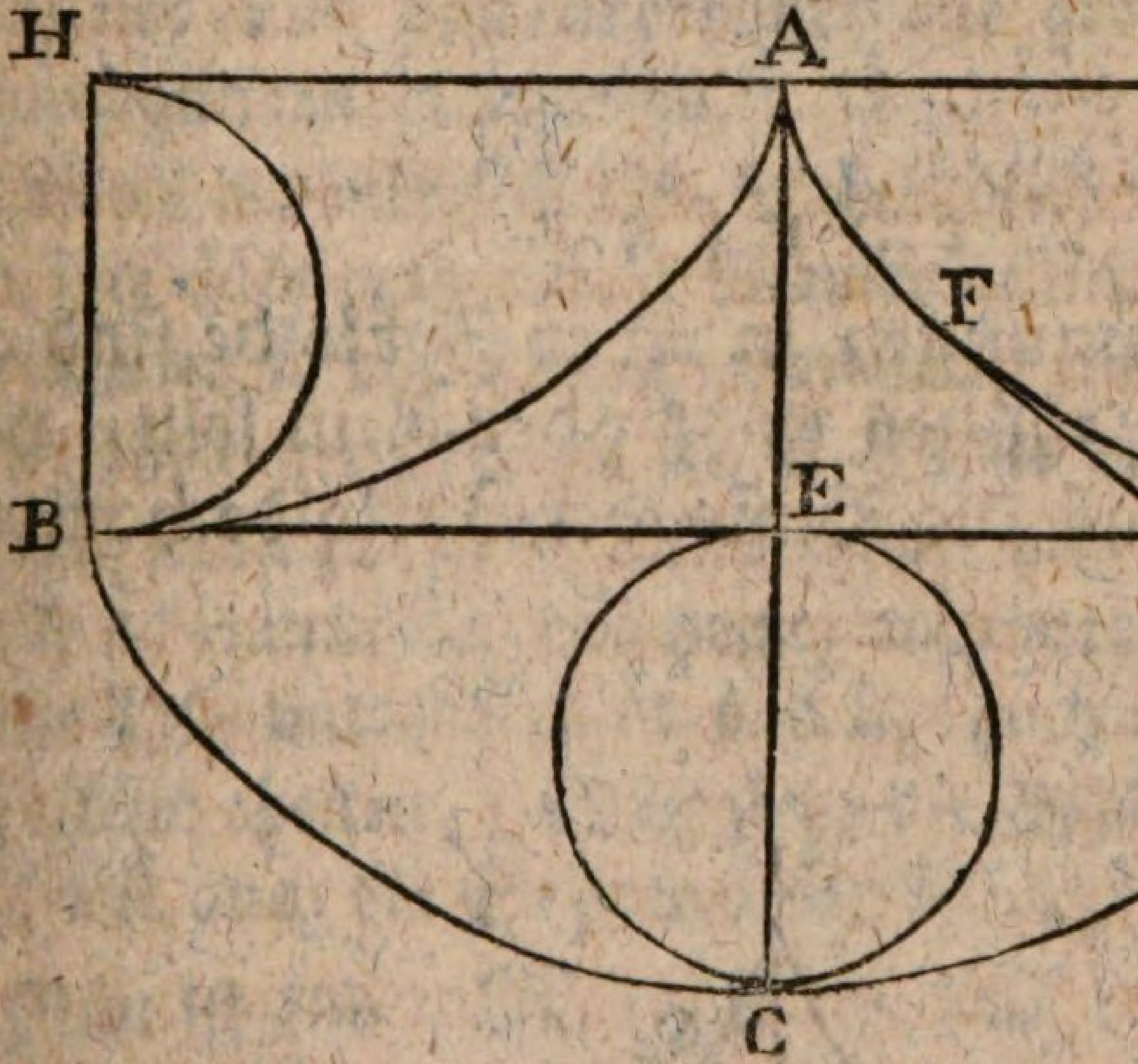
Es sei
DB ihre Gr
= CE.
BH und DG
denjenigen g
et hat, be
AB und AD
daß sie die
bekommen.

S

ehet in zwei hal-
gegebenen völlig
rscheinen. Man
ykloïde in QRE,
eine gerade Linie
und ER = DQ
r Zykloïde CFE.
n bindet, der so
en am Ende F
en beiden halben
aß sich ein Theil
erade ausgedeh-
Zykloïde CFE.

Zykloïde, vom
als die Sehne
Axe beschriebe-
eren Geometrie
Nun ist TF
2 und √(TD

VIII) Die



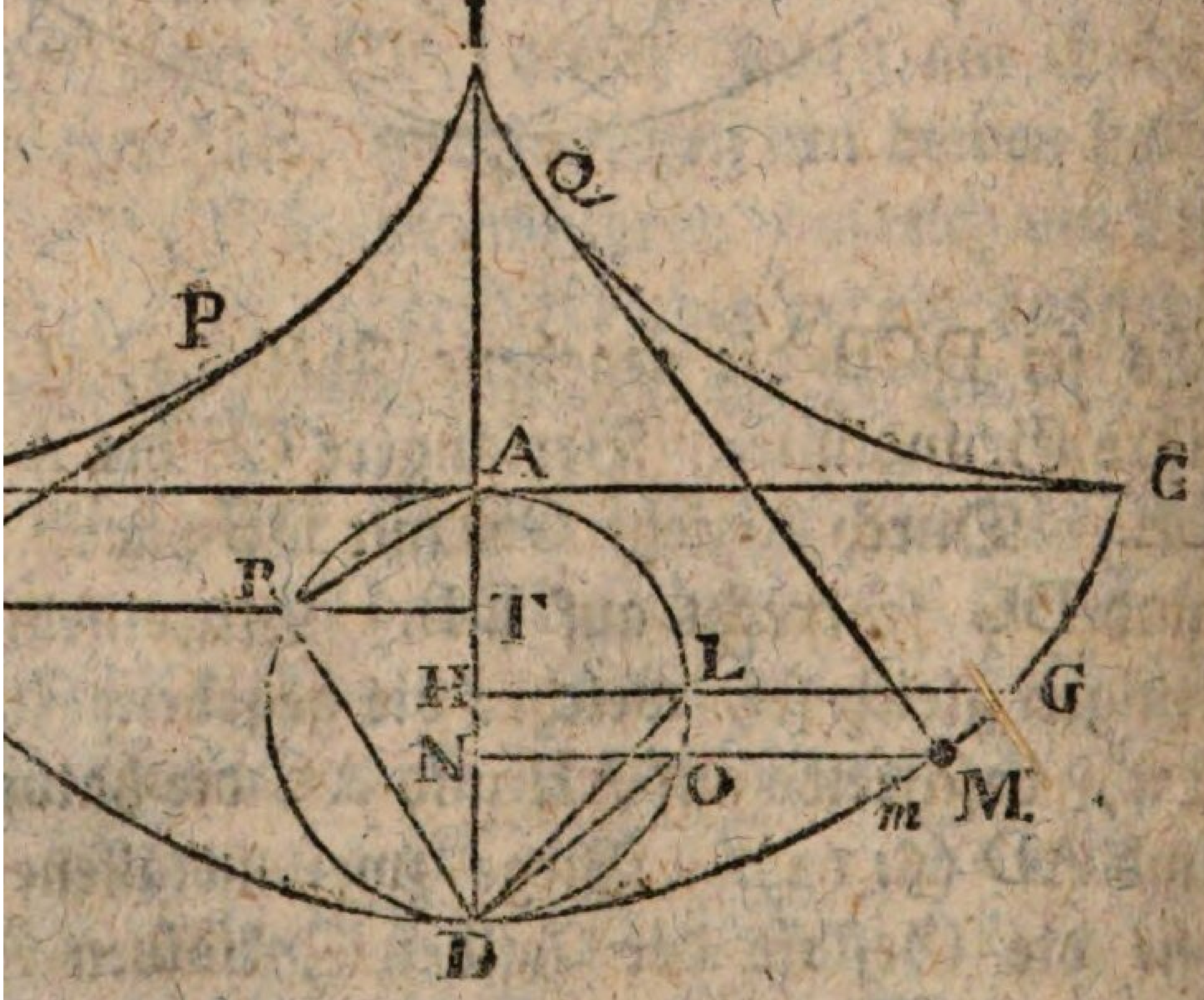
Es sei DCB die gegebene Zykloïde,
DB ihre Grundlinie. Verlängere CE bi
= CE. Durch A ziehe GH mit DB pa
BH und DG senkrecht auf DB. Mit e
demjenigen gleich sei, welcher die gegeben
get hat, beschreibe auf AH und AG die
AB und AD (§. 12). Biege zwei meta
daß sie die Gestalt der halben Zykloïd
bekommen. Binde einen kleinen schwer

ngen mache.

§. 15.

Lehrsatz.

hwingungen in einer Zykloïde sind alle , sie mögen groß oder klein sein, vor= , daß die Basis der Zykloïde horizon=



Es

Schwing
gleich ist,
Schwingu
Man
chen wie
DF in ebe
jeder The
wie DG se
Theile Mn
welche DG
verhaltend
GH, wie a
Nun is
Da ab
Hälfte des
so ist auch
also auch
Nun is
:DA. Als
:DT. Fe
×DA un
:: DH × D
man diese ne

kloïde sind all
lein sein, vor
kloïde horizon

Es

Schwingung der Schwingung in der
gleich ist, und daß überhaupt alle größ
Schwingungen gleich sind.

Man gedenke sich DG in unendlich vi
chen wie M*m* getheilet. Man stelle sich
DF in eben so viel Theilchen getheilet wie
jeder Theil der DG zu jedem Theile der
wie DG selbst zu DF. Man nehme nun z
Theile M*m* und E*e*, das heißt, man nehm
welche DG und DF in M und E, auch in
verhaltend theilen. Man ziehe die Appli
GH, wie auch die Sehnen DB, DO, D

Nun ist also $DF : DE :: DG :$ I

Da aber in der Zykloïde jede Seh
Hälfte des zustimmenden Bogens DE ist
so ist auch $DA : DB :: DL : DO$
also auch $DA^2 : DB^2 :: DL^2 : DO^2$

Nun ist $DB^2 = DT \times DA$, weil I
$: DA$. Also ist $DA^2 : DB^2 :: DA^2 : DT$
$: DT$. Ferner ist aus ähnlichen Gründe
$\times DA$ und $DO^2 = DN \times DA$, a
$:: DH \times DA : DN \times DA :: DH : DN$,
man diese neuen Verhältnisse,

die Geschwindigkeit des von F bis F gekom-
rs so groß, als wenn er von A bis T gefallen
st. IV, §. 13). Eben so ist die Geschwindig-
G bis M geglittenen Körpers so groß, als
H bis N gefallen wäre. Die Quadrate der
keiten fallender Körper verhalten sich bekann-
e die Höhen, oder die Geschwindigkeiten wie
wurzeln der Höhen: also, wenn die Geschwin-
oder T mit V, und in M oder N mit v be-
, so ist

$$\sqrt{AT} : \sqrt{HN} :: V : v$$

r und der vorigen Proporzion folget

$$V : v :: Ee : Mm$$

man siehet, daß die Geschwindigkeiten bei
verhalten, wie die Räumchen Ee und Mm.
diese Räumchen in gleichen Zeiten zurück
d da dieses von allen zustimmenden Theilchen
er DG gilt, so werden sowohl die halbe Sy-
beliebiger Theil derselben in gleichen Zeiten
oder die halben Schwingungen sind allemal
folglich auch die ganzen Schwingungen
§. 15, Zus. II).

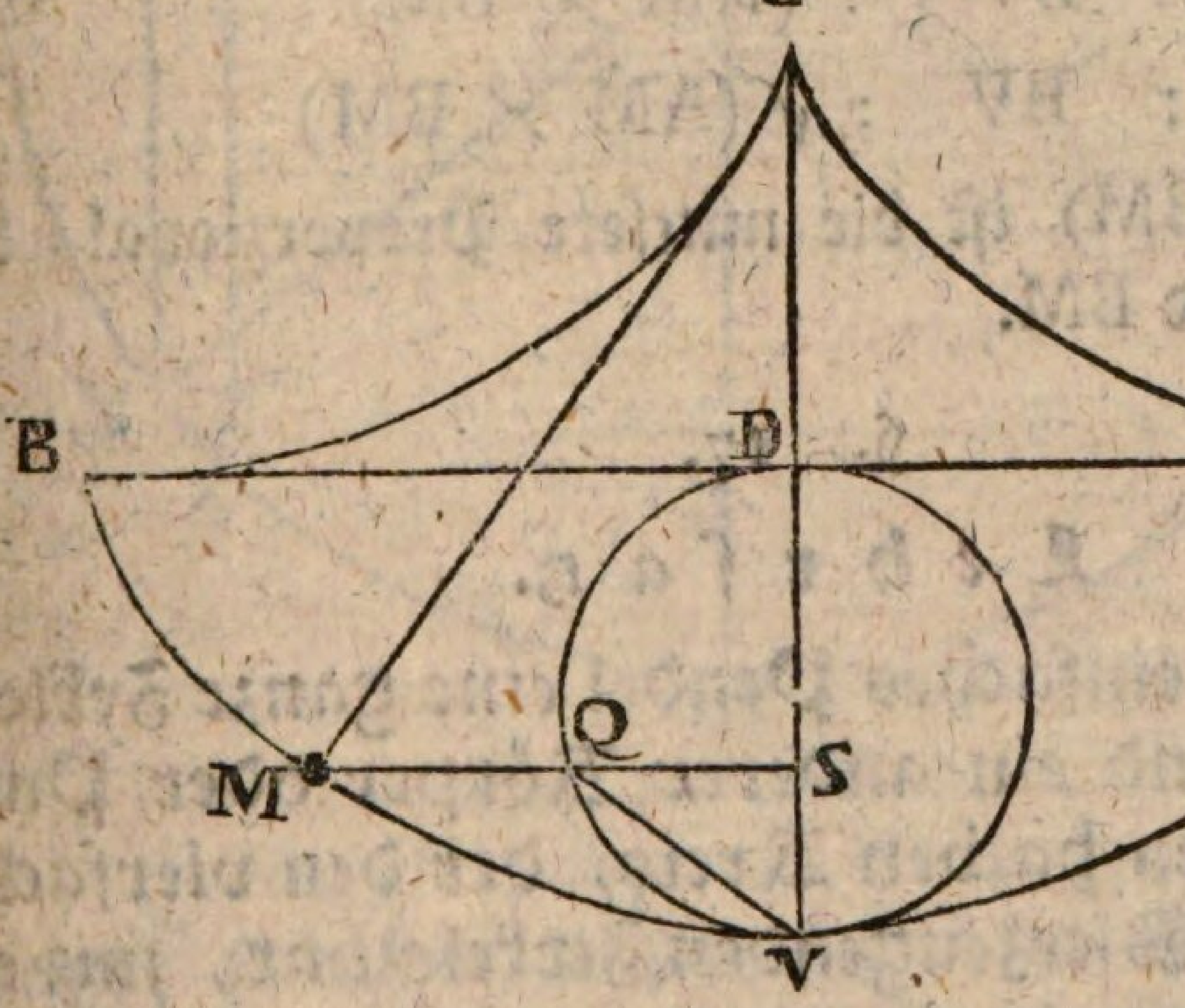
§. 16.

n F bis F gekom-
A bis T gefallen
die Geschwindig-
rs so groß, als
die Quadrate der
alten sich bekann-
windigkeiten wie
nn die Geschwin-
oder N mit v be-

n folget

windigkeiten bei
en Ee und Mm
n Zeiten zurück
enden Theilchen
hl die halbe Z-
gleichen Zeiten
gen sind allemal
Schwingungen

§. 16.



Es beschreibe ein Pendel die ganze
Die Geschwindigkeit in M sei v, und in
bekanntermaaßen (wie bei §. 8)

$$V : v :: \sqrt{(DV)} : \sqrt{(}$$

oder $V^2 : v^2 :: DV : DS$

Nun ist $DS = DV - VS$. Ferner

$\times VS$, so ist $VS = \frac{QV^2}{DV}$. Also DS

^{2} :: BV^2 : $(AM \times BM)$

:: BV : $\sqrt{(AM \times BM)}$

$\times BM)$ ist die mittlere Proporzional-Linie und BM.

§. 17.

Lehrsatz.

in einfaches Pendel eine ganze Zykloïde und ein anderer Körper oder Punkt einen halben Kreis, der den vierfachen des erzeugenden Zirkels hat, mit einewegung, und mit derjenigen Geschwindas Pendel in der Vertikal-Linie hat, beide Bewegungen gleich viel Zeit.

he UY mit AB parallel, und mache VY $VD = VB = VA$ (§. 13). Folglich ist Das Pendel sei von B an herunter gekomhreibe jetzt das Räumchen Mm. Ziehe MS B parallel, und die Sehnen VQ, Vq. Mache $= VM$, $Vn = 2Vq = Vm$. Stelle dir vor, oder ein anderer bewege sich in der geraden lche der halben Zykloïde BV gleich ist, nach esetze, wie er sich wirklich in der Zykloïde beweget;

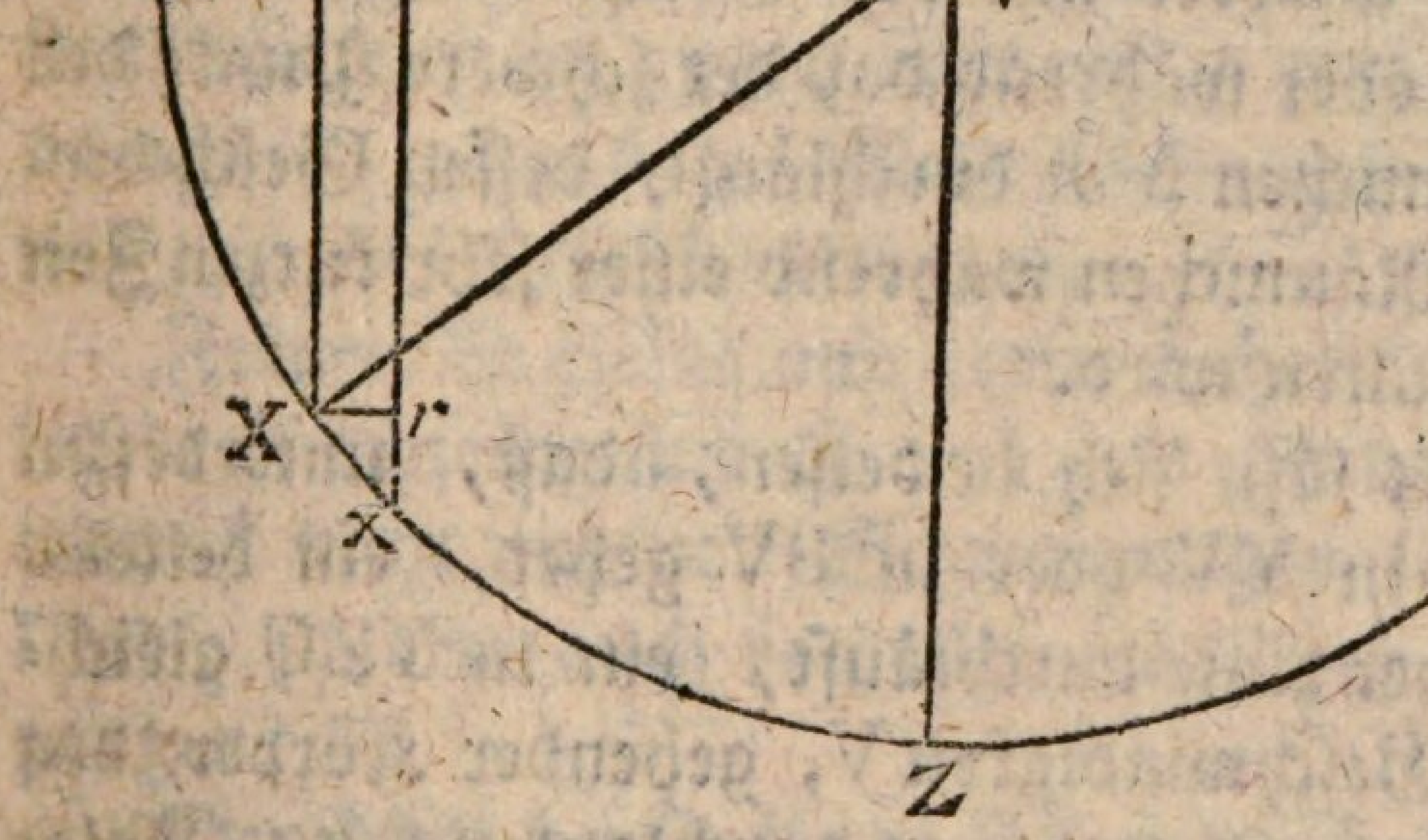
beweget; s
V zu befind
N, n, V be
Aus de
$= 2VD =$
Ziehe die A
Wenn i
ist, so haben
V
daher V
V
V

I)

M)

oporzional : Linie

ganze Zykloide
er oder Punkt
den vierfachen
hat, mit ein
igen Geschwin=
kal=Linie hat,
ch viel Zeit.
und mache VY
Folglich ist
herunter gekom
m. Ziehe MS
Q, Vq. Mache
Stelle dir vor,
in der geraden
gleich ist, nach
in der Zykloide
beweget;



beweget; so daß er, anstatt sich in den P
V zu befinden, sich in den zustimmend
N, *n*, V befinde.

Aus dem Mittelpunkte V mit dem
= 2 VD = VB beschreibe einen halb
Ziehe die Applikaten NX, *nx*.

Wenn immer V die Geschwindigkeit
ist, so haben wir gesehen, daß (§. 16)

$$V : v :: BV : \surd (BV^2 -$$

daher $V : v :: YV : \surd (YV^2 -$

$$V : v :: VX : \surd (VX^2 -$$

$$V : v :: VX \quad : \quad NX$$

ein anderer mit der Geschwindigkeit v das
n, oder während daß der schwere Punkt des
Räumchen Mm durchläuft, dessen Geschwin-
em Räumchen während einer sehr kurzen Zeit
gehalten wird.

e Art läßt sich beweisen, daß, unterdessen
der in YV oder in BV gehet, ein beliebi-
seiner Linie durchläuft, ein in YZU gleich-
er Geschwindigkeit V, gehender Körper, den
kleinen Zirkelbogen durchlaufen kann. Folg-
ränderliche Bewegung in BV oder YV und
in YZ von gleicher Dauer. Der nämliche
für die andere Hälfte der Figur, oder die
Bewegung des Pendels.

§. 18.

Lehrsatz.

er jeder Schwingung eines einfachen
der Zykloïde, verhält sich zur Zeit des
s der Axe, wie der Umkreis eines Zir-
Durchmesser verhält.

= 2DV, so fällt ein schwerer Körper
eben so langer Zeit, als er würde nöthig
haben,

wie der T
stens wie
10000 zu
und wie in
Ferne
kloide glei
hältniß ni
kloide, son
gungen.
Der T
Punkte V
cb, der au
aus dem 5
gefolgert w
oder des fü
Zirkel aber
am genaues
Also w
Zykloide st
Schwingun
1) Sc
zeitig gehal
zunehmen,
worden.

stens wie 113 zu 355, oder wie 1 zu 3,
10000 zu 31416. Man kann auch
und wie im Lehrsatze vortragen.

Ferner, da kleine und große Schwin
kloïde gleichzeitig sind (§. 15), so gilt d
hältniß nicht nur von Schwingungen i
kloïde, sondern auch von allen möglichen
gungen.

Der Theil der Zykloïde BVA, der be
Punkte V lieget, weichet nicht viel von
ab, der aus dem Mittelpunkte C beschr
aus dem 5ten Artikel des 13ten Parag
gefolgert werden, daß VC der Halbmess
oder des küssenden Zirkels für den Punk
Zirkel aber ist eben derjenige, der sich
am genauesten an die Zykloïde anschließt

Also wird alles, was von den Sch
Zykloïde strenge bewiesen worden, auch
Schwingungen in kleinen Zirkelbögen ge

1) Solche kleine Schwingungen
zeitig gehalten werden, ohnerachtet sie
zunehmen, welches schon auf eine an
worden.

elumkreis zu seinem Durchmesser wie π
. 18)

$$: 1 :: 1 \text{ Sek.} : x \left(= \frac{1}{\pi} \text{ Sek.}\right)$$

k. die Dauer des Falles längs a. Nun ver-

fallenden Körpern die Wege, wie die Qua-
en. Es sei also h die Höhe des Falles in
, so ist

$$\left(\frac{1}{\pi}\right)^2 : 1^2 :: a : h$$

$$\frac{1}{\pi^2} : 1 :: a : h$$

$$r\ h = a\pi^2$$

en schon bemerket, daß die Länge des Se-
els in unsern Gegenden 3 Fuß 2 Zoll, oder
ländisch beträgt (§. 6). Also $a = \frac{38}{2} = 19$.

$$= 19 \times (3{,}1416)^2$$

$$= 19 \times 9{,}8696 \text{ Zoll.}$$

$$= 15{,}6268 \text{ Fuß.}$$

welches

hmesser wie π

- Sek.)

gs a. Nun ver-

, wie die Qua-

e des Falles in

Länge des Se-

ß 2 Zoll, oder

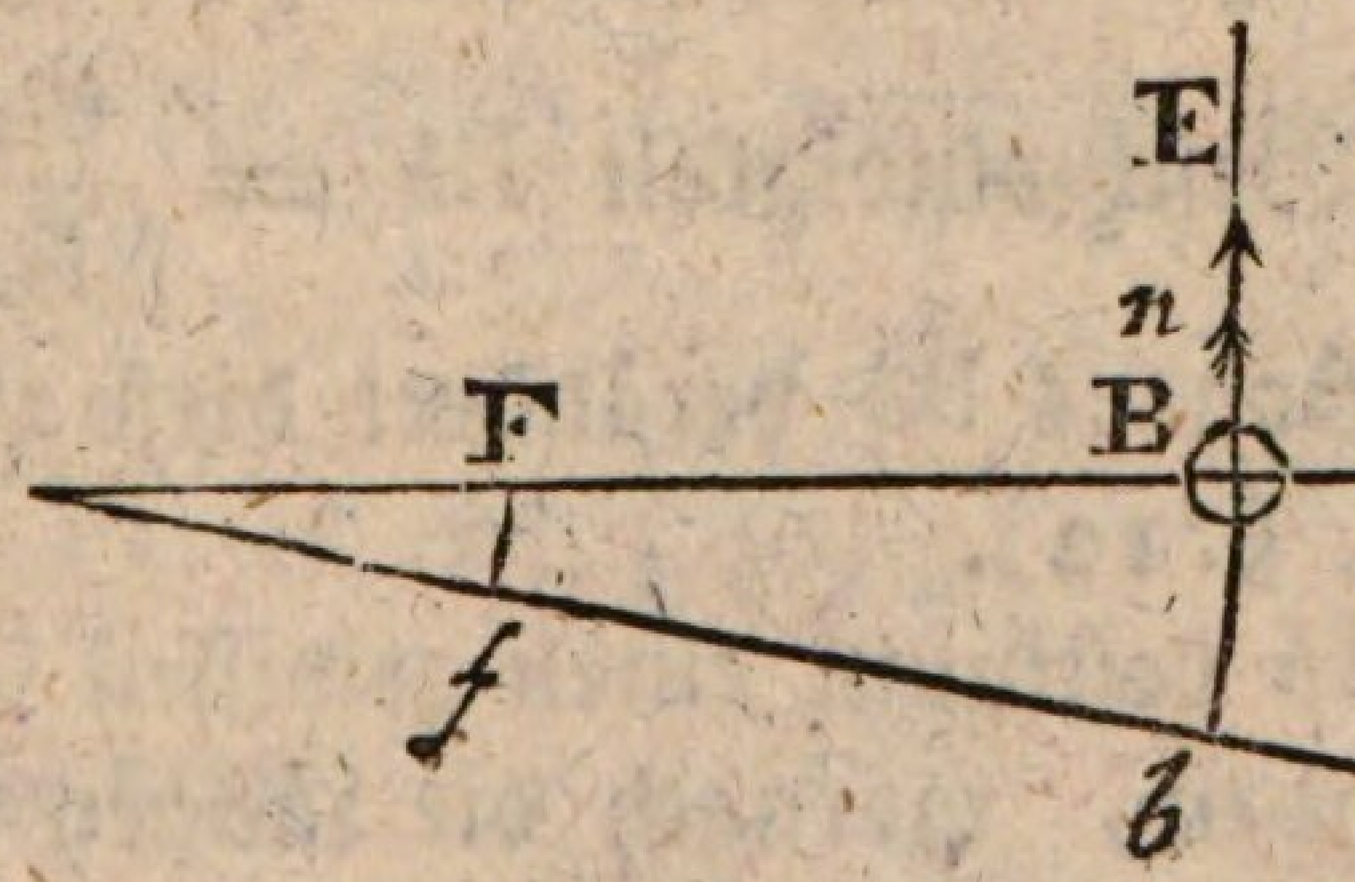
$a = \frac{38}{2} = 19$.

welches

Schwingepunkt (centre d'oscillatio
uns durch einige vorläufige Betrachtunge
dieses Punktes vorbereiten.

§. 21.

Es sei auf einer horizontalen Ebne
Linie um den Punkt C herum beweglich



Körper B befestiget, der wegen des Wid
rizontalen Ebne als ein Körper ohne Schr
ist. Auf einen Punkte A der geraden
Kraft m in der Richtung DA, welche au
Es wird gefraget, welche Geschwindigke

ene Wirkung der m eben so groß, als $\frac{m.CA}{CB}$.

man sich vorstellen, anstatt der Kraft m in A, Körper B, in der Richtung EB mit DA Kraft $\frac{m.CA}{CB}$. Diese muß der Masse B eine eit geben, welche man erhält, wenn man die ie Masse dividiret (Stat. H. II. §. 32). Also die Geschwindigkeit $Bb = \frac{m.CA}{B.CB}$. Die es Bogens Bb verändert diese Geschwindig- IV, §. 12).

en Bb bestimmt einen gewissen Winkel BCb. Einheit, wornach die Längen CA und CB en, so bestimmet die Länge des Bogens Ff ie noch genauere Art den Winkel FCf, in- eln hat, wodurch die Länge des Bogens Ff andelt werden kann.

n wir

$$CB : CF :: Bb : Ff$$

$$r\ CB : 1 :: \frac{m.CA}{B.CB} : Ff$$

daher

---

und den
die Wirk
schwindig

Es we
mache vorg

so

Dividiret n
Geschwindi

Nun sa

da

welches die
her entstand

und den Körper B wegnimmt, so
die Wirkung der Kraft m die nämli
schwindigkeit, als da B vorhanden

Es werde der neue Körper in A auch
mache vorgeschriebener Maßen

$$CA^2 : CB^2 :: B : A$$

$$\text{so wird } A = \frac{B.CB^2}{CA^2}$$

Dividiret man die Kraft m durch diese
Geschwindigkeit

$$Aa = \frac{m.CA^2}{B.CB^2}$$

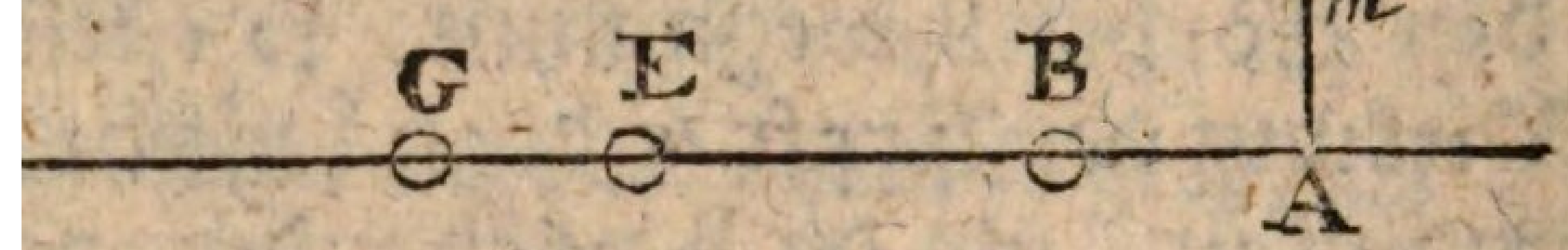
Nun sage man

$$AC : FC :: Aa : Ff$$

$$AC : 1 :: \frac{m.CA^2}{B.CB^2} :$$

$$\text{daher } \phi = Ff = \frac{m.CA}{B.CB^2}$$

welches die nämliche Winkel-Geschwin
her entstand, da der Körper B vorhand



per B verursachet eben eine solche Winkel-
eit als in A ein Körper $= \frac{B.BC^2}{CA^2}$ (§. 22).
E verursachet ebenfalls solche Winkel-Ge-
als wenn in A ein Körper $= \frac{E.CE^2}{AC^2}$ vor-
Der Körper G, als wenn in A eine Masse
Folglich verursachen alle drei zusammen
inkel-Geschwindigkeit, als wenn in A die
$\frac{BC^2}{AC^2}, \frac{E.EC^2}{AC^2}, \frac{G.GC^2}{AC^2}$, oder eine einzige
$\frac{+ E.EC^2 + G.GC^2}{AC^2}$ vorhanden wäre.

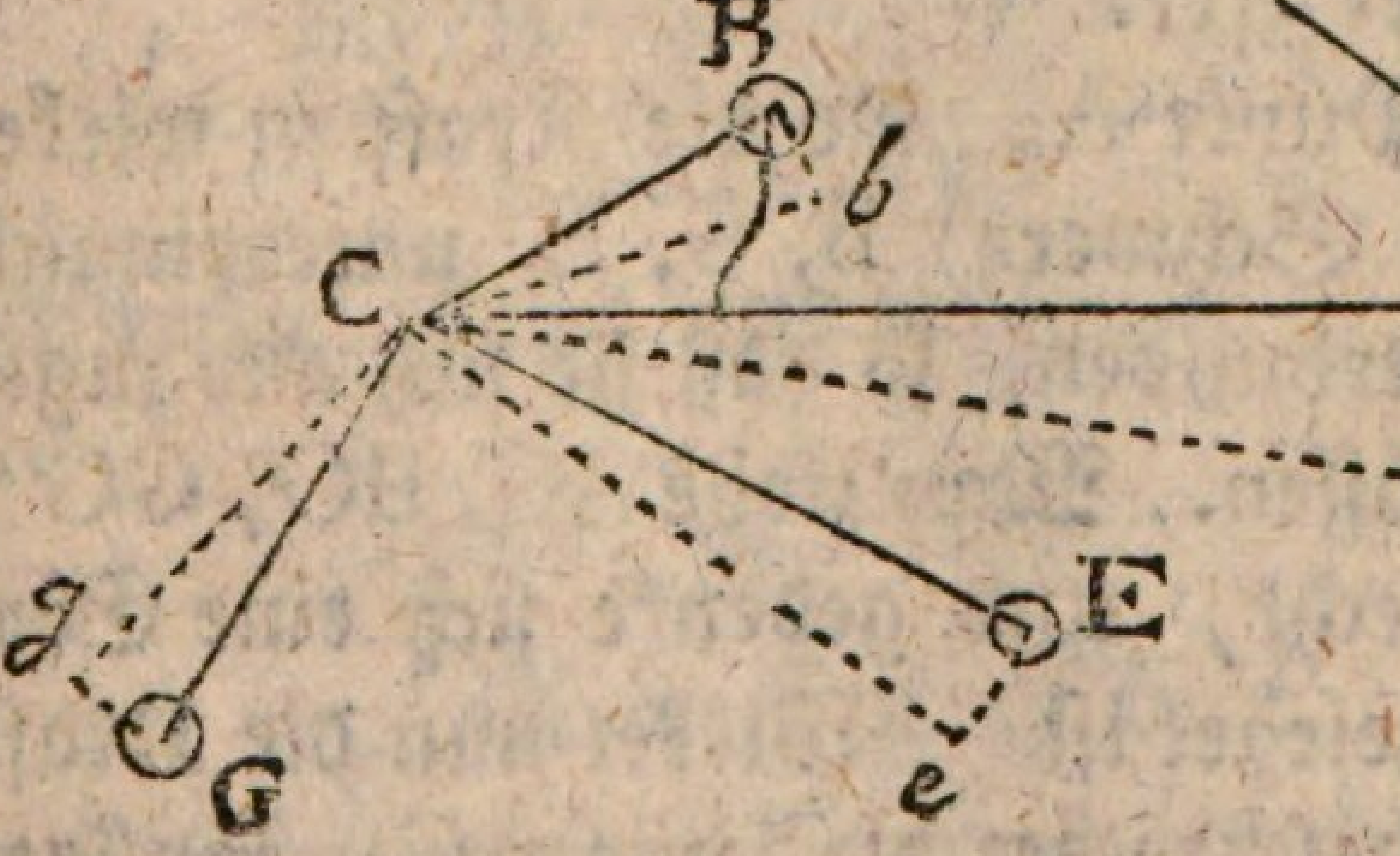
§. 24.

n die Richtung der Kraft m auf die Linie AC
nommen, es bleibet aber alles das nämliche,
wie

wird. Wenn man alsdann die senkrechte
benennet, so bleiben die Beweise wie vor

§. 25.

Wir haben ferner angenommen, d
an der geraden Linie selbst befestiget sin
gegebenen Regeln aber nicht minder S
die Körper B, E, G nicht unmittelbar
befestiget, sondern nur auf eine feste A
den sind, und alle in der Ebne liegen,
AC drehet, welche Ebne immer, um
willen, horizontal gedacht werden muß,
kung der Schwere aufgehoben sei.



auf einerlei Art. Folglich ist auch hier der
ämliche, als wenn die Kraft m auf eine

$$\frac{.BC^2 + E.EC^2 + G.GC^2}{AC^2}$$ wirkete.

§. 26.

e einzelnen Massen nicht in einer Ebne liegen,
e System gezwungen ist, sich um eine beweg=
drehen, so gelten noch immer die nämlichen
Man muß sich aber eine Ebne vorstellen, die
und den Punkt gehet, wo die Kraft wirket.
eschwindigkeit bestehet dann in dem Winkel,
ne um die Axe beschreibet; und anstatt der
vom festen Punkte nimmt man die senkrechte
on der Axe.
der Punkt A, wo die Kraft m wirket, und
ohne Schwere) B, G, E, untereinander und
L verbunden, so daß sie sich alle zugleich um
en müssen. Man ziehe AC, BC′, GC″, EC‴,
senkrecht, und gedenke sich eine Ebne, die
A geleget ist. Wirket nun die Kraft m auf
, so beschreibet die Linie AC, sammt der ge=
, einen gewissen Winkel. Es müssen aber
die

die Linien BC′, GC″, EC‴, alle einen
beschreiben, so gut, als wären sie auf CA,
getragen. Es geschiehet demnach alles
Winkel-Geschwindigkeit, wie in den
Wäre also der Körper B allein, so wür
Geschwindigkeit der Ebne sein (§. 21)

$$\frac{m.CA}{B.C'B^2}$$

und dieselbige Winkel-Geschwindigkeit

wenn man anstatt B in A eine Masse =

tuirte (§. 22). Ferner, wenn mehrere
vorhanden sind, so entstehet dieselbige W
digkeit, als wenn in A eine Masse

$$= \frac{B.C'B^2 + G.C''G^2 + E.C}{AC^2}$$

vorhanden wäre (§. 23 und 24).

§. 27.

Aufgabe.

Den Schwingepunkt eines Syste
ren Körpern finden, die sich um eine A

die Körper B, E, G auf irgend eine Art
ſt und mit der horizontalen Axe C′ C‴ ver-
aß ſie gezwungen ſeien, in ihrer Lage unter
d auch mit der Axe zu bleiben, wenn ſich
um dieſe Axe drehet. Es iſt übrigens nicht
die Körper in einer Ebne liegen. In der
iden beigefügten Figuren iſt die Axe C′ C‴
ehen. In der anderen aber lieget ſie ganz in
nie, und wird nur wie ein Punkt geſehen.
e anfänglich in Gedanken den Körpern ihre
d anſtatt derſelben ſetze man in den gemein-
rpunkt A eine einzelne Kraft $=p(B+E+G)$
rechter Richtung niederwärts wirket, und wo
der Fallkraft iſt. Alſo haben wir hier den
chiedene Körper ohne Schwere, welche mit
mit dem Punkte A verbunden ſind, ſich um
C‴ drehen können, und wo eine Kraft
$+G)$ bei A wirket. Die Wirkung oder
eſchwindigkeit iſt demnach hier die nämliche,
Körper B, G, E gar nicht vorhanden wären
nur in A eine Maſſe

$$\frac{B.BC'^2 + G.GC''^2 + E.EC'''^2}{AC^2}$$

vorhanden

irgend eine A
n Axe $C'C'''$ v
ihrer Lage unt
iben, wenn si
ist übrigens nic
liegen. In de
t die Axe $C'C$
liegt sie ganz i
n Punkt gesehen,
den Körpern ihr
in den gemein
$=p(B+E+G)$
s wirket, und w
ben wir hier den
pere, welche mit
en sind, sich um
wo eine Kraft
Wirkung oder
er die nämliche,
orhanden wären

C'''^2

vorhanden

getrieben wird. In diesem Falle ist CA e
del, welches mit der Beschleunigung

$$m = \frac{p(B+G+E) \times AC^2}{B.BC'^2 + G.GC''^2 + E.EG'}$$

niederwärts getrieben wird. Nun verha
gen zweier gleichzeitiger einfacher Pendel
Fallkräfte, oder wie die daraus entstehe
gungen (§. 9). Es sei demnach CX ein
dessen Schwingungen mit denen des Pe
zeitig sind, und welches, wie gewöhnli
schleunigung p gehet, so ist

$$m : p :: AC : CX$$

$$\frac{p(B+E+G)\,AC^2}{B.BC'^2 + G.GC''^2 + E.EC'''^2} : p$$

$$\frac{(B+E+G)\,AC}{B.BC'^2 + G.GC''^2 + E.EC'''^2} : 1$$

$$\text{daher}\quad CX = \frac{B.BC'^2 + G.GC''^2}{(B+E+G).}$$

Die Summe der Produkte aus jede
Quadrat ihrer senkrechten Entfernung vo

rper kann als ein System von unendlich viel
n betrachtet werden. Was demnach von
ne gesaget wird, läßt sich auch auf einzelne
eträchtlicher Größe anwenden. Wir werden
n folgenden Paragraphen allemal sagen kön-
ystem von Körpern oder ein Körper.
steme müßten jedoch allemal sehr kleine oder
endlich kleine einzelne Körper verstanden

§. 29.

Lehrsatz.

**ponent der Trägheit eines Systems von
er eines Körpers, für eine gegebene
eich dem Exponent der Trägheit für
Axe, die mit der gegebenen parallel ist,
den Schwerpunkt gehet, nebst dem
us der Summe der einzelnen Massen,
uadrate der Entfernung beider Axen.**

ur muß man sich ohngefähr wie die zweite
tellen, nämlich: Cγ ist eine vertikale Ebne,
orizontale Axe in derselben. A in der Ebne
einsame Schwerpunkt der Körper B, E und
AC gehet durch A, und ist auf der Axe
senkrecht.

senkrecht.
der Axe C pa
Axe C. Au
B und BA g
auf die Axe A
Wir hab
Systemes bes
B × E
Nun ist BC^2
folglich B
Eben so w
$E \times EC^2 = E$
Ferner ist
$GC^2 =$
also $G \times GC^2 =$
Dynamik.

senkrecht. Durch A stellet man sich eine
der Axe C parallel vor. X ist der Schwin
Axe C. Aus jedem Körper werden zwei g
Bβ und BA gezogen, die eine auf die Ebne
auf die Axe A senkrecht.

Wir haben gesaget, der Exponent de
Systemes bestehe in folgenden Produkten

$$B \times BC^2 + E \times EC^2 + G$$

Nun ist $BC^2 = B\beta^2 + C\beta^2$

$$= B\beta^2 + (CA - A\beta)^2$$

$$= B\beta^2 + CA^2 - 2CA \times$$

$$= (B\beta^2 + A\beta^2) + CA^2 -$$

$$= AB^2 + CA^2 - 2CA +$$

folglich $B \times BC^2 = B \times AB^2 + B$

$$\times CA \times A\beta$$

Eben so wird bewiesen, daß

$$E \times EC^2 = E \times AE^2 + E \times CA^2 - 2$$

Ferner ist

$$GC^2 = G\gamma^2 + C\gamma^2$$

$$= G\gamma^2 + (CA + A\gamma)^2$$

$$= G\gamma^2 + CA^2 + 2CA \times A$$

$$= (G\gamma^2 + A\gamma^2) + CA^2 + 2$$

$$= AG^2 + CA^2 + 2CA \times A$$

also $G \times GC^2 = G \times AG^2 + G \times CA^2 +$

...werpunkt A gehend, so ist G × AY = E × AE
die algebraische Summe aller Momente in
...dachten Ebne. Diese ist null, eben deswe-
...er gemeinsame Schwerpunkt ist (Stat. H. V,
Folglich ist in der letzten Zeile rechter Hand
...d es bleibet

$$\ldots \times EC^2 + G \times GC^2 = B \times AB^2 + E \times AE^2$$
$$\ldots \times AG^2 + (B+E+G) \times AC^2$$

...$B \times AB^2 + E \times AE^2 + G \times AG^2$ der Ex-
...rägheit des Systems (§. 27), in Betracht
...rch A gehet, und mit der Axe C parallel ist;
...$-G) \times AC^2$ ist das Produkt aus der Summe
...d dem Quadrate der Entfernung beider Axen.
...hrsatz bewiesen.

Wenn man den Exponenten der Trägheit in
... Axe, die durch den Schwerpunkt gehet, ge-
... läßt er sich leicht für jede andere Axe finden,
...ser parallel ist.

§. 30.

Lehrsatz.

...tfernung des Schwingepunktes vom
...kte ist gleich dem Exponent der Träg-
heit

CX = ...

od...

CX = B...

CX − AC...

od...

AX = B...

Hier e...
des ganzen...
gehet, und...
das Produk...
fernung AC...
Axe C (St...

Der S...
sich verwe...

$(B + E + G) \times$

oder

$$CX = \frac{B \times AB^2 + E \times AE^2 + G \times AG^2}{(B + E + G) \times AC}$$

$$CX - AC = \frac{B \times AB^2 + E \times AE^2 -}{(B + E + G)}$$

oder

$$AX = \frac{B \times AB^2 + E \times AE^2 + G \times A}{(B + E + G) \times AC}$$

Hier enthält der Zähler den Expo
des ganzen Systemes, in Betrff einer
gehet, und mit der Axe C parallel ist.
das Produkt aus der Summe der Ma
fernung AC, also das Moment der Sch
Axe C (Stat. H. V, §. 11 &c.)

§. 31.

Lehrsatz.

Der Schwingepunkt und Aufh
sich verwechseln; das heißt, wen

$$\frac{B^2 + E \times AE^2 + G \times AG^2}{+ E + G) \times AC}$$

$$\frac{B^2 + E \times AE^2 + G \times AG^2}{+ E + G) \times AX}$$

erth hat auch u, also $u = AC$.

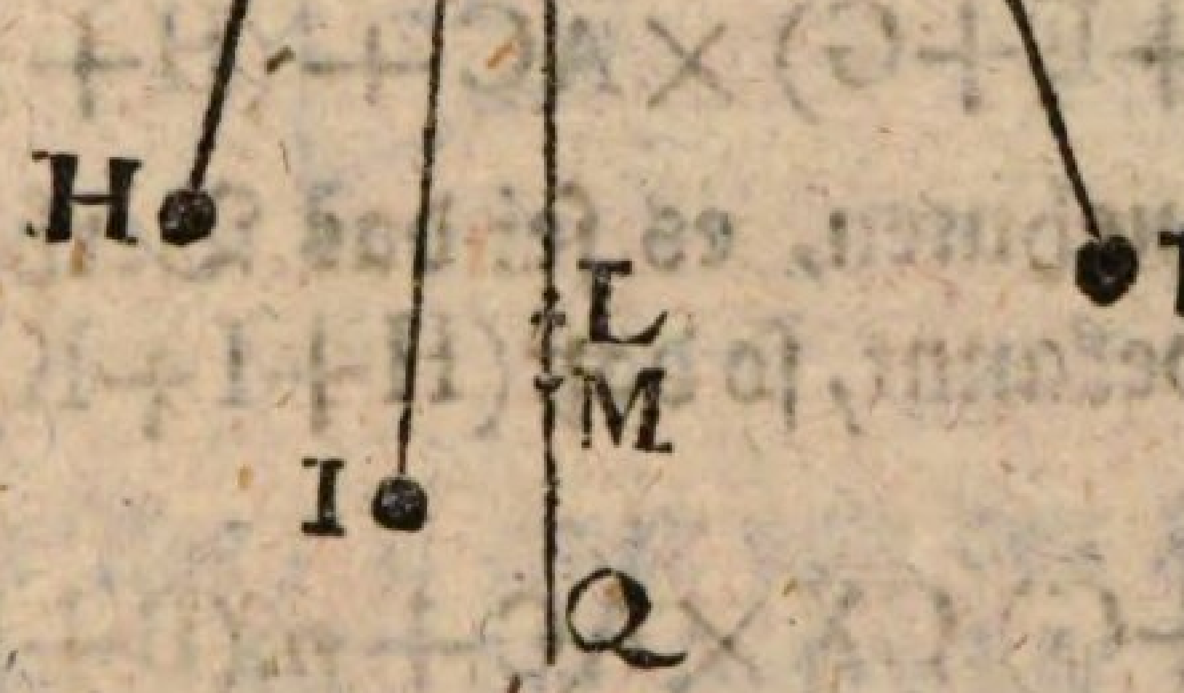
Wenn also ein schwingender Körper jede
einer gewissen Zeit verrichtet, so wird er
lbigen Zeit verrichten, wenn der Schwinge-
Aufhängepunkt verwechselt werden.

Wir sagen bald Aufhängepunkt, bald
chwingungen. Der Aufhängepunkt ist
wo die Axe der Schwingungen von derje-
schnitten wird, welche durch den Schwer-
und auf die Axe senkrecht ist. Wenn der
iesem Punkte angehänget wird, so kann
so gut schwingen lassen, als wenn er an
re befestiget wäre; die Axe dienet haupt-
daß die Schwingungen jedes Theilchens
immer in einer und derselbigen Ebne ge-
che die Axe senkrecht schneidet.

§. 32.

Es b
+E ×
um die A

Der
jeden h
das Sys
Axe he
gebet,
ohne de
Wen
ponent de
E × A
(§. 29).
System
gestellet se



Es sei C der Aufhängepunkt oder die Axe
gen. Gesetzt, für diese Axe wäre X der
der Körper B, E und G, wenn sie allein
nämliche Axe sei M der Schwingepunkt
und K, wenn sie allein sind. Es sei fern
same Schwerpunkt beider Systeme, und C
Schwingepunkt, wenn sie beide verbunde
und C drehen.

So ist (§. 27)

$$CX = \frac{B \times BC^2 + E \times EC^2 + G \times GC\ldots}{(B + E + G) \times AC\ldots}$$

$$CM = \frac{H \times HC^2 + I \times IC^2 + K \times KC\ldots}{(H + I + K) \times LC\ldots}$$

Aus diesen beiden Gleichungen fo

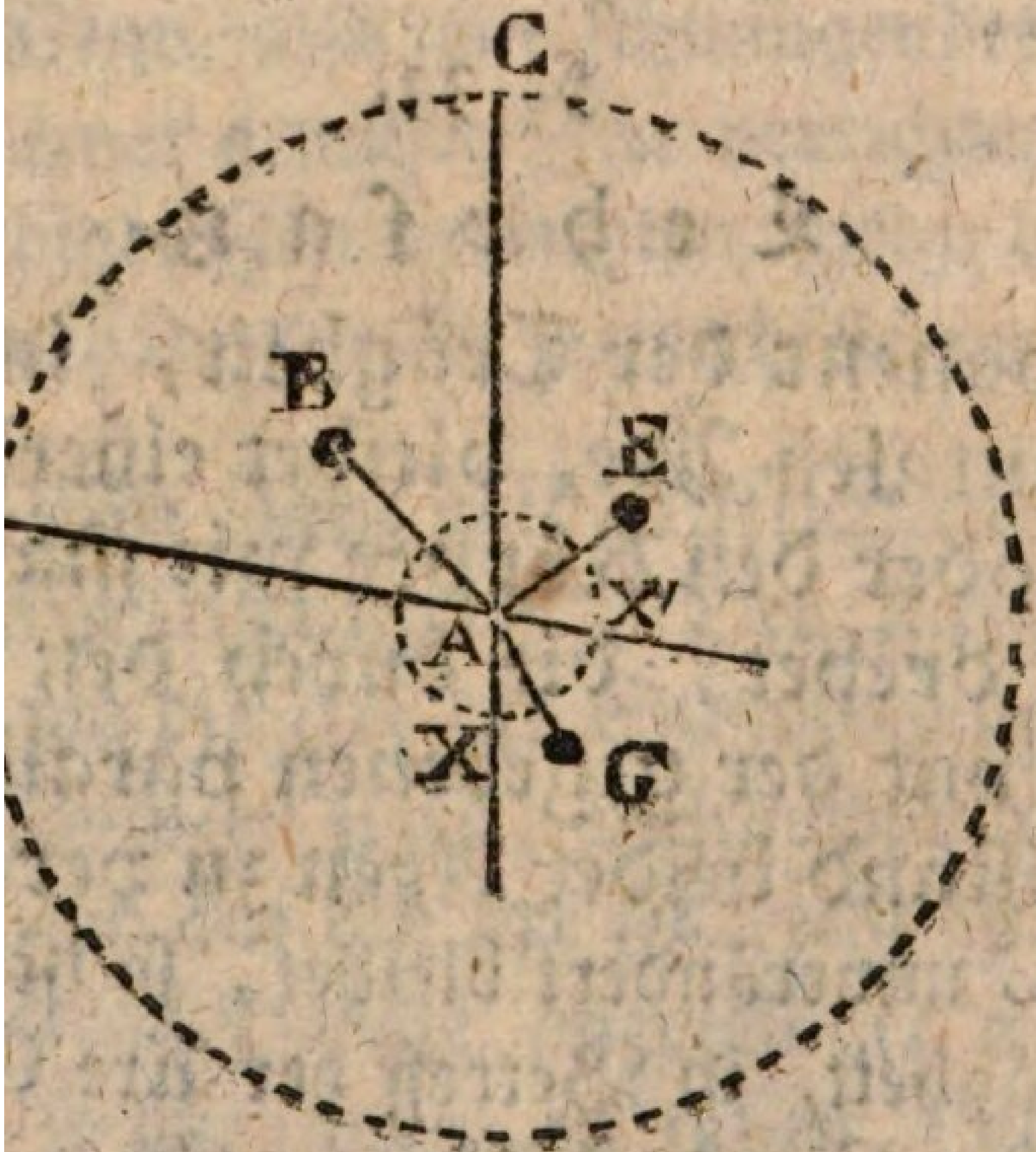
$B \times BC^2 + E \times EC^2 + G \times GC^2 = (B + \ldots$

und

$H \times HC^2 + I \times IC^2 + K \times KC^2 = (H + \ldots$

Lehrsatz.

Körper nach und nach an verschie-
ngehänget wird, die alle mit einer
die durch den Schwerpunkt gehet,
von ihr gleich weit entfernet sind, so
chwingungen immer gleichzeitig.



AC′ = AC, so ist CX′ = CX, und die
sind die nämlichen, man mag das System
an

den Schw
vorausgese
die durch A
eine Axe h
es allemal
und AX′,

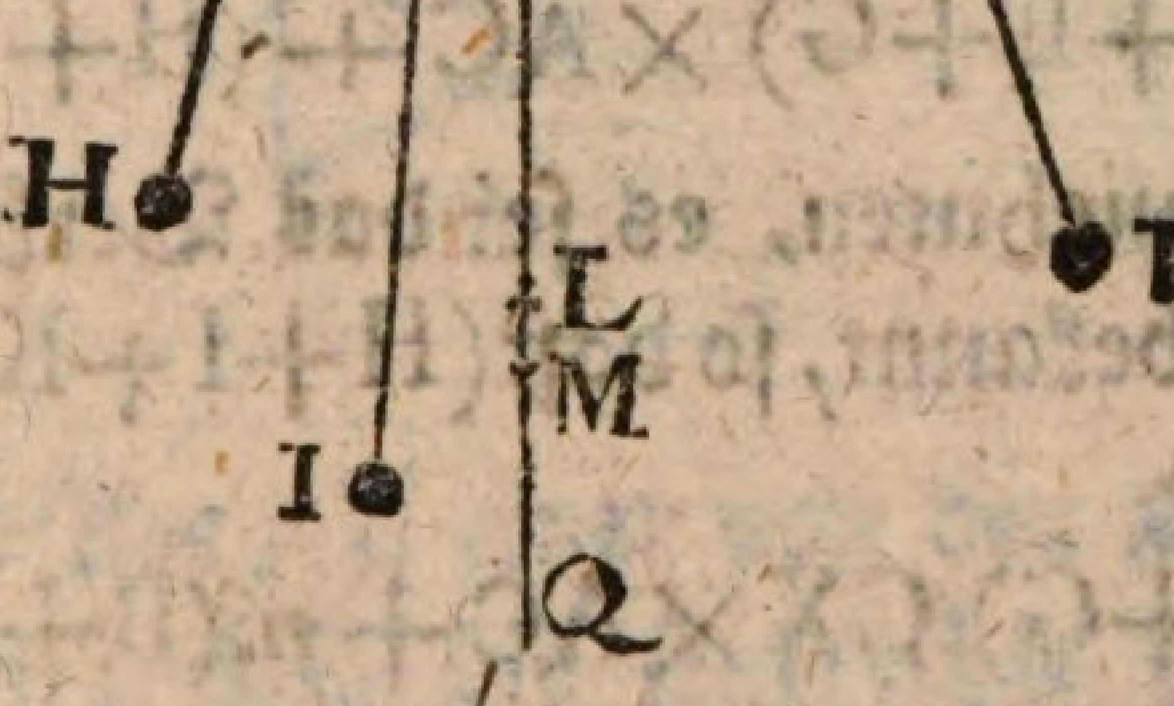
Wenn
Linie, di
oder Körp
driger ann
der Schw
ret, wie
vom Schw

Wenn d

AX = B ×

Ist der Auf

AX′ = B ×



Es sei C der Aufhängepunkt oder die Axe
gen. Gesetzt, für diese Axe wäre X der
der Körper B, E und G, wenn sie allein
nämliche Axe sei M der Schwingepunkt
und K, wenn sie allein sind. Es sei fern
same Schwerpunkt beider Systeme, und C
Schwingepunkt, wenn sie beide verbunde
und C drehen.

So ist (§. 27)

$$CX = \frac{B \times BC^2 + E \times EC^2 + G \times GC}{(B + E + G) \times AC}$$

$$CM = \frac{H \times HC^2 + I \times IC^2 + K \times KC}{(H + I + K) \times LC}$$

Aus diesen beiden Gleichungen fo

$$B \times BC^2 + E \times EC^2 + G \times GC^2 = (B +$$

und

$$H \times HC^2 + I \times IC^2 + K \times KC^2 = (H +$$

eicht zu schließen ist, daß

$$AX' :: \frac{1}{AC} : \frac{1}{AC'}$$

$$AX' :: AC' : AC$$

§. 36.

Aufgabe.

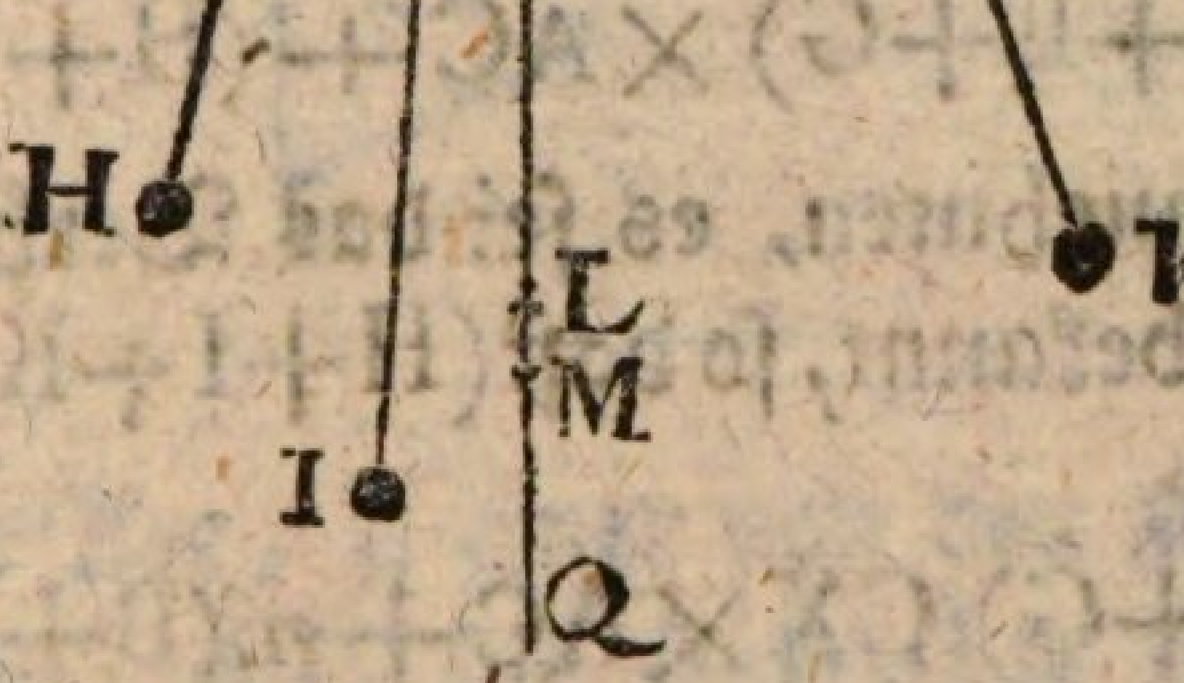
ie gerade Linie durch die Schwerpunkte
eme von Körpern oder zweier Körper
it ihr verbunden sind, und wenn diese
sich um einen gewissen Punkt oder eine
chwinget, so soll man den Schwinge-
, vorausgesetzet, daß man die Ent-
Aufhängepunktes sowohl von beiden
ten, als auch von jedem besondern
nkte schon wisse.

Q (folg. Figur) eine steife gerade Linie,
werpunkt A der Körperchen B, E und G
r Schwerpunkt L der Körper H, I und K.

Es

Schwerpunkt
zweier Körper
nd wenn diese
unkt oder eine
en Schwinge-
nan die Ent-
l von beiden
em besondern

gerade Linie,
n B, E und G
r H, I und K.
Es



Es sei C der Aufhängepunkt oder die Axe
gen. Gesetzt, für diese Axe wäre X der
der Körper B, E und G, wenn sie allein
nämliche Axe sei M der Schwingepunkt
und K, wenn sie allein sind. Es sei ferne
same Schwerpunkt beider Systeme, und O
Schwingepunkt, wenn sie beide verbunde
und C drehen.

So ist (§. 27)

$$CX = \frac{B \times BC^2 + E \times EC^2 + G \times GC}{(B + E + G) \times AC}$$

$$CM = \frac{H \times HC^2 + I \times IC^2 + K \times KC}{(H + I + K) \times LC}$$

Aus diesen beiden Gleichungen fo

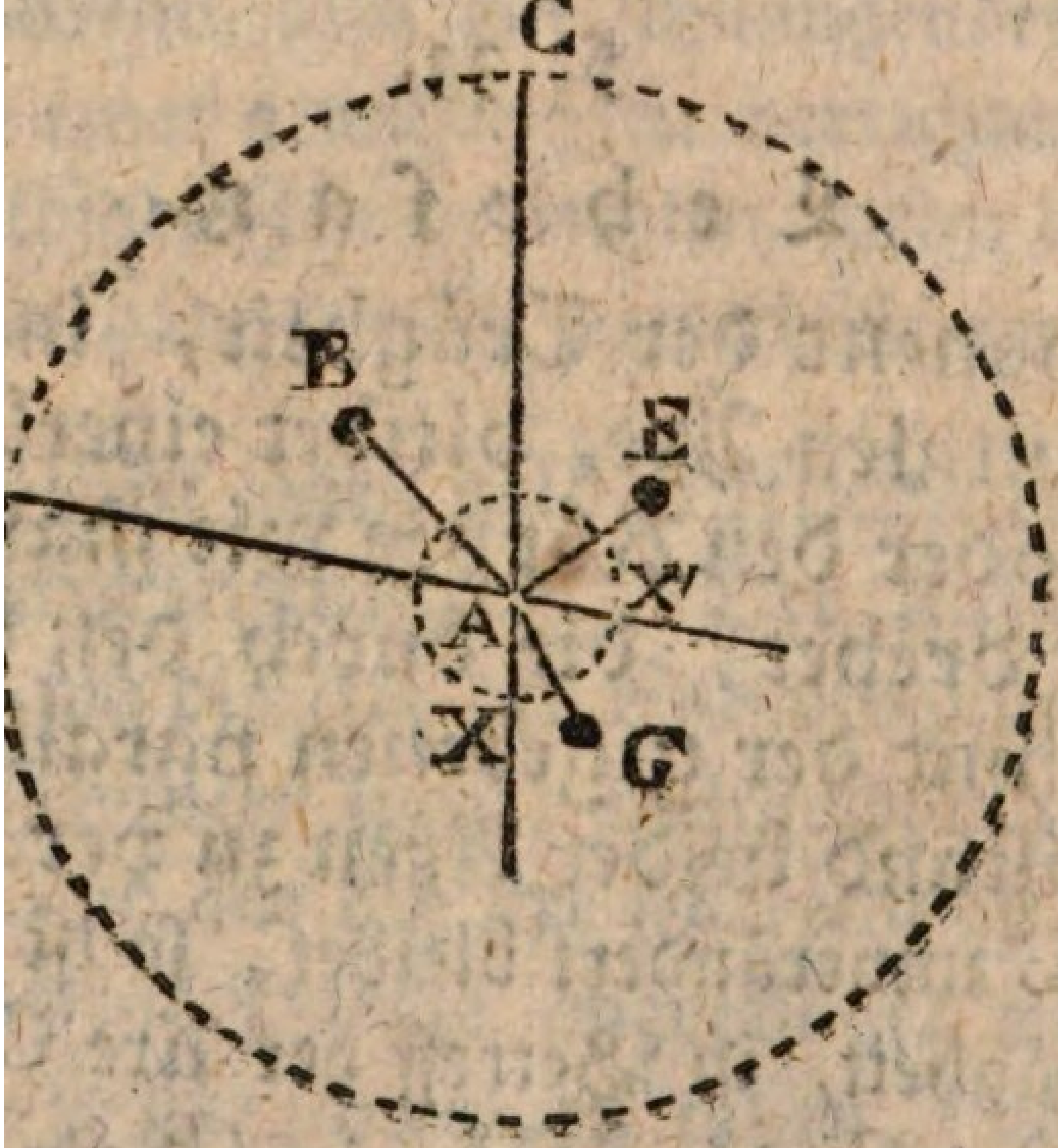
$$B \times BC^2 + E \times EC^2 + G \times GC^2 = (B+$$

und

$$H \times HC^2 + I \times IC^2 + K \times KC^2 = (H+$$

Lehrsatz.

n Körper nach und nach an verschie-
angehänget wird, die alle mit einer
, die durch den Schwerpunkt gehet,
von ihr gleich weit entfernet sind, so
Schwingungen immer gleichzeitig.



AC′ = AC, so ist CX′ = CX, und die
sind die nämlichen, man mag das System

an

den Sch
vorausge
die durch
eine Axe
es allema
und AX′

Wen
Linie,
oder Kö
driger a
der Sch
ret, wi
vom Sc
Wenn
AX = B
Ist der A
AX′ =

ch an verschie
alle mit einer
erpunkt gehet,
fernet sind, so
gleichzeitig.

CX, und die
g das System
an

vorausgesetzet, daß alle diese Axen mit ein
die durch A gehet, parallel sind (§. 31).
eine Axe hat, die durch den Schwerpun
es allemal zwei Entfernungen AC und
und AX', die gleichzeitige Schwingung

§. 35.

Lehrsatz.

Wenn man in einer und ders Linie, die durch den Schwerpunk oder Körpers gehet, die Axe bald driger annimmt, so verhalten sich d der Schwingepunkte vom Schwerp ret, wie die Entfernungen der vom Schwerpunkte (folg. Fig.).

Wenn der Aufhängepunkt in C ist, so

$$AX = \frac{B \times AB^2 + E \times AE^2 + G \times}{(B + E + G).\,AC}$$

Ist der Aufhängepunkt in C', so ist

$$AX' = \frac{B \times AB^2 + E \times AE^2 + G \times A}{(B + E + G).\,AC'}$$

(S. folgende Figur.

$$\frac{\ldots B^2 + E \times AE^2 + G \times AG^2}{\ldots + E + G) \times AC}$$

$$\frac{\ldots B^2 + E \times AE^2 + G \times AG^2}{\ldots + E + G) \times AX}$$

erth hat auch u, also $u = AC$.

Wenn also ein schwingender Körper jede
einer gewissen Zeit verrichtet, so wird er
lbigen Zeit verrichten, wenn der Schwinge-
ufhängepunkt verwechselt werden.

Wir sagen bald Aufhängepunkt, bald
chwingungen. Der Aufhängepunkt ist
wo die Axe der Schwingungen von derje-
schnitten wird, welche durch den Schwer-
und auf die Axe senkrecht ist. Wenn der
iesem Punkte angehänget wird, so kann
so gut schwingen lassen, als wenn er an
re befestiget wäre; die Axe dienet haupt-
daß die Schwingungen jedes Theilchens
immer in einer und derselbigen Ebne ge-
che die Axe senkrecht schneidet.

§. 32.

G²

G²

= AC.

er Körper jede
et, so wird er
der Schwing=
erden.

epunkt, bald
hängepunkt ist
gen von derje=
den Schwer=
. Wenn der
ird, so kann
ls wenn er an
dienet haupt=
es Theilchens
gen Ebne ge=

§. 32.

Es bleibet z. E. der gedachte Exponen
$+ E \times AE^2 + G \times AG^2$, wie man
um die Axe A drehen mag.

§. 33.

Lehrsatz.

Der Exponent der Trägheit,
jeden horizontalen Axe, bleibet ein
das System oder den Körper wie m
Axe herum drehet, die durch de
gehet, und mit der gegebenen par
ohne den Abstand beider Axen zu v

Wenn AC unverändert bleibet, so
ponent der Trägheit, in Betreff der Axe
$E \times AE^2 + G \times AG^2 + (B$ -
(§. 29). Und hier entstehet keine Veränd
System wie in der ersten, oder wie in
gestellet sein. (S. folgende S

Aβ die algebraische Summe aller Momente in er gedachten Ebne. Diese ist null, eben deswe- A der gemeinsame Schwerpunkt ist (Stat. H. V, . Folglich ist in der letzten Zeile rechter Hand , und es bleibet

$$+E\times EC^2+G\times GC^2=B\times AB^2+E\times AE^2$$
$$+G\times AG^2+(B+E+G)\times AC^2$$

ist $B\times AB^2+E\times AE^2+G\times AG^2$ der Ex- er Trägheit des Systems (§. 27), in Betracht ie durch A gehet, und mit der Axe C parallel ist; $-E+G)\times AC^2$ ist das Produkt aus der Summe en und dem Quadrate der Entfernung beider Axen. er Lehrsatz bewiesen.

z. Wenn man den Exponenten der Trägheit in iner Axe, die durch den Schwerpunkt gehet, ge- it, so läßt er sich leicht für jede andere Axe finden, it dieser parallel ist.

§. 30.

Lehrsatz.

Entfernung des Schwingepunktes vom rpunkte ist gleich dem Exponent der Träg- heit

mme aller Momente i
e ist null, eben des
rpunkt ist (Stat. H. V,
ten Zeile rechter Hand

$B \times AB^2 + E \times AE^2$

$G) \times AC^2$

$+ G \times AG^2$ der Er
(§. 27), in Betrach
der Axe C parallel ist,
dukt aus der Summ
ntfernung beider Axen.

enten der Trägheit in
hwerpunkt gehet, ge
de andere Axe finden,

ingepunktes vom
ponent der Träg-
heit

$(B + E + G)$

oder

$$CX = \frac{B \times AB^2 + E \times AE^2 + G \times \ldots}{(B + E + G) \times A\ldots}$$

$$CX - AC = \frac{B \times AB^2 + E \times A\ldots}{(B + E + \ldots}$$

oder

$$AX = \frac{B \times AB^2 + E \times AE^2 + G \ldots}{(B + E + G) \times \ldots}$$

Hier enthält der Zähler den E
des ganzen Systemes, in Betrff ei
gehet, und mit der Axe C parallel
das Produkt aus der Summe der
fernung AC, also das Moment der
Axe C (Stat. H. V, §. 11 &c.)

§. 31.

Lehrsa

Der Schwingepunkt und A
sich verwechseln; das heißt, w

$$\frac{\times AB^2 + E \times AE^2 + G \times AG^2}{(B + E + G) \times AC}$$

er

$$\frac{\times AB^2 + E \times AE^2 + G \times AG^2}{(B + E + G) \times AX}$$

Werth hat auch u, also $u = AC$.

Wenn also ein schwingender Körper jede
g in einer gewissen Zeit verrichtet, so wird er
erselbigen Zeit verrichten, wenn der Schwinge-
er Aufhängepunkt verwechselt werden.

J. Wir sagen bald Aufhängepunkt, bald
Schwingungen. Der Aufhängepunkt ist
da, wo die Axe der Schwingungen von derje-
e geschnitten wird, welche durch den Schwer-
et, und auf die Axe senkrecht ist. Wenn der
n diesem Punkte angehänget wird, so kann
eben so gut schwingen lassen, als wenn er an
Axe befestiget wäre; die Axe dienet haupt-
azu, daß die Schwingungen jedes Theilchens
ers immer in einer und derselbigen Ebne ge-
velche die Axe senkrecht schneidet.

§. 32.

$\frac{AG}{C}$

$\frac{AG^2}{X}$

$= AC.$

ender Körper jede
ichtet, so wird er
enn der Schwinge-
t werden.

ngepunkt, bald
Aufhängepunkt ist
gungen von derje-
urch den Schwer-
ist. Wenn der
t wird, so kann
als wenn er an
xe dienet haupt-
jedes Theilchens
elbigen Ebne ge-
det.

§. 32.

Es bleibet z. E. der gedachte Expo
$+ E \times AE^2 + G \times AG^2$, wie n
um die Axe A drehen mag.

§. 33.

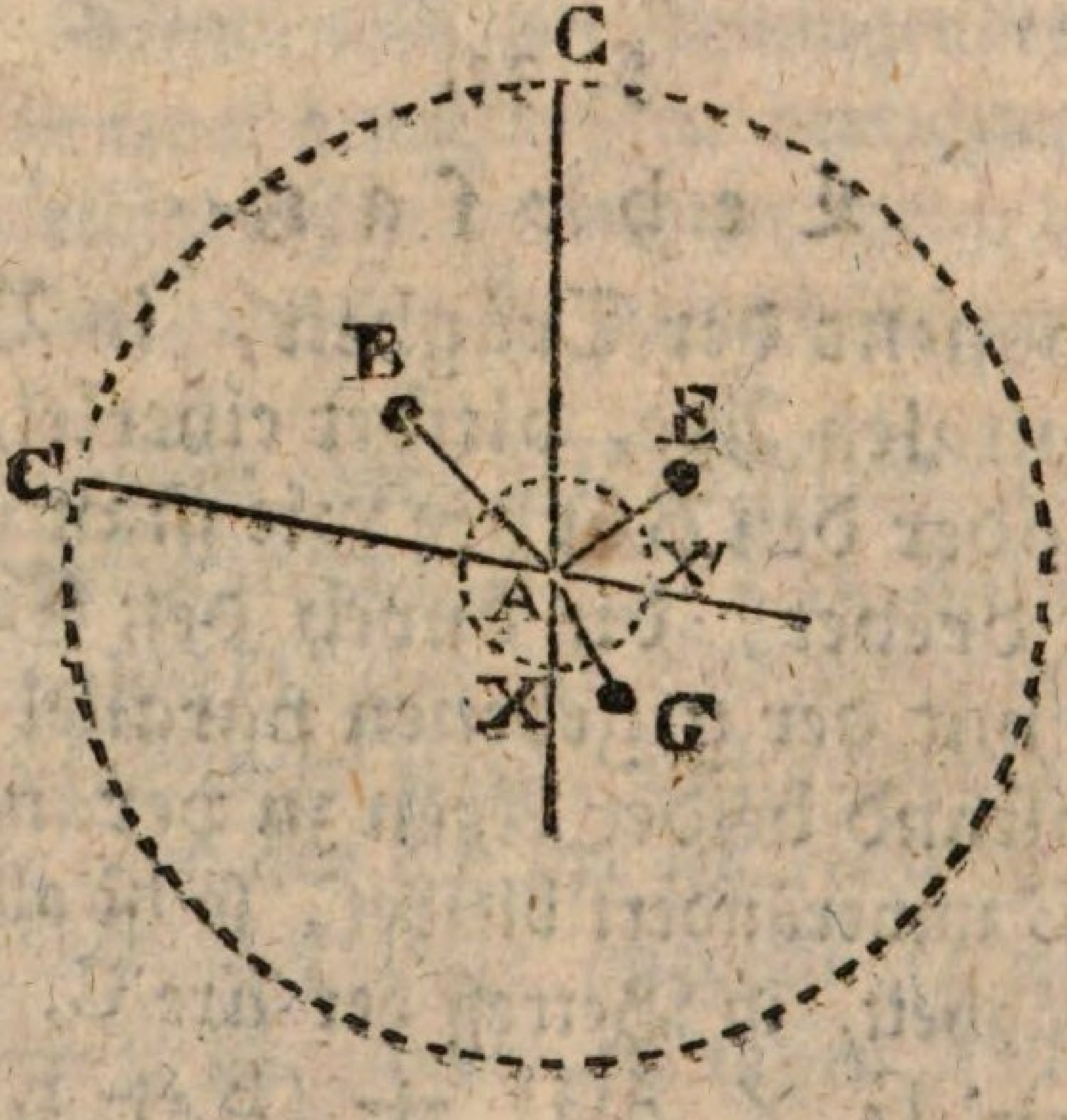
Lehrsa

Der Exponent der Trägheit
jeden horizontalen Axe, bleibet
das System oder den Körper wi
Axe herum drehet, die durch
gehet, und mit der gegebenen p
ohne den Abstand beider Axen zu

Wenn AC unverändert bleibet,
ponent der Trägheit, in Betreff der
$E \times AE^2 + G \times AG^2 +$ (
(§. 29). Und hier entstehet keine Ver
System wie in der ersten, oder wie i
gestellet sein. (S. folgend

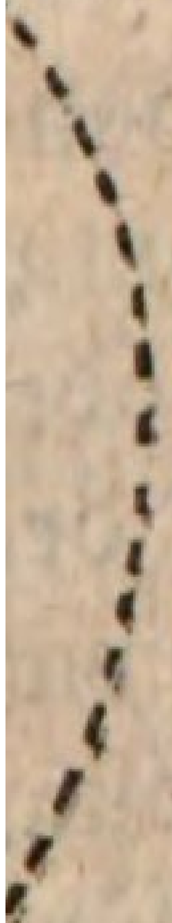
Lehrsatz.

ein Körper nach und nach an verschie-
n angehänget wird, die alle mit einer
xe, die durch den Schwerpunkt gehet,
nd von ihr gleich weit entfernet sind, so
Schwingungen immer gleichzeitig.



enn AC' = AC, so ist CX' = CX, und die
gen sind die nämlichen, man mag das System
an

ach an verschie
ie alle mit einer
werpunkt gehet,
tfernet sind, so
gleichzeitig.



'=CX, und die
mag das System
an

vorausgesetzet, daß alle diese Axen mit
die durch A gehet, parallel sind (§. 31
eine Axe hat, die durch den Schwerp
es allemal zwei Entfernungen AC
und AX', die gleichzeitige Schwingu

§. 35.

Lehrsatz

**Wenn man in einer und d
Linie, die durch den Schwerpu
oder Körpers gehet, die Axe ba
driger annimmt, so verhalten sich
der Schwingepunkte vom Schw
ret, wie die Entfernungen de
vom Schwerpunkte (folg. Fig.).**

Wenn der Aufhängepunkt in C ist,

$$AX = \frac{B \times AB^2 + E \times AE^2 + G}{(B + E + G).\, AC}$$

Ist der Aufhängepunkt in C', so ist

$$AX' = \frac{B \times AB^2 + E \times AE^2 + G \times}{(B + E + G).\, AC}$$

(S. folgende Fig

us leicht zu schließen ist, daß

$$X : AX' :: \frac{1}{AC} : \frac{1}{AC'}$$

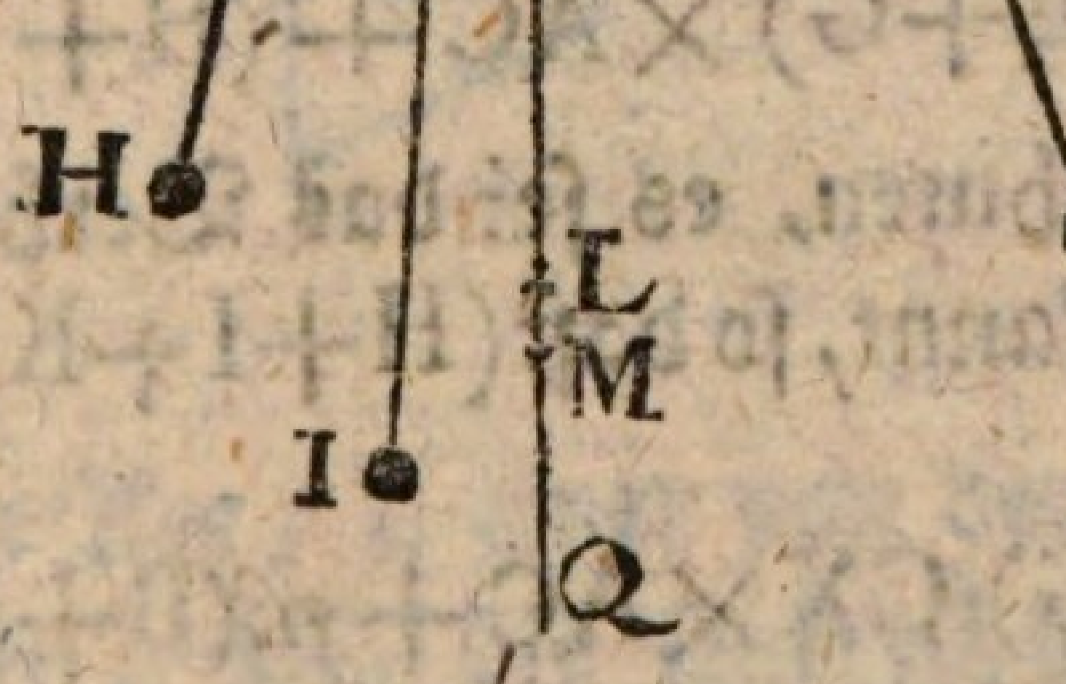
$$X : AX' :: AC' : AC$$

§. 36.

Aufgabe.

eine gerade Linie durch die Schwerpunkte ysteme von Körpern oder zweier Körper e mit ihr verbunden sind, und wenn diese nie sich um einen gewissen Punkt oder eine re schwinget, so soll man den Schwinge- den, vorausgesetzet, daß man die Ent- es Aufhängepunktes sowohl von beiden unkten, als auch von jedem besondern epunkte schon wisse.

CQ (folg. Figur) eine steife gerade Linie, Schwerpunkt A der Körperchen B, E und G der Schwerpunkt L der Körper H, I und K. Es



Es sei C der Aufhängepunkt oder die A
gen. Gesetzt, für diese Axe wäre X i
der Körper B, E und G, wenn sie allei
nämliche Axe sei M der Schwingepunk
und K, wenn sie allein sind. Es sei fe
same Schwerpunkt beider Systeme, un
Schwingepunkt, wenn sie beide verbu
und C drehen.

So ist (§. 27)

$$CX = \frac{B \times BC^2 + E \times EC^2 + G \times \ldots}{(B + E + G) \times AC \ldots}$$

$$CM = \frac{H \times HC^2 + I \times IC^2 + K \times \ldots}{(H + I + K) \times LC \ldots}$$

Aus diesen beiden Gleichungen

$$B \times BC^2 + E \times EC^2 + G \times GC^2 = (B \ldots$$

und

$$H \times HC^2 + I \times IC^2 + K \times KC^2 = (H \ldots$$

$$(B+E+G)\times AC+(H+I+K)\times LC$$

ns annehmen, es sei das Verhältniß der Massen
teme bekannt, so daß $(H+I+K)=n.(B+E+G)$

$$\frac{\ldots+E+G).CX\times AC+n.(B+E+G).CM\times LC}{(B+E+G)\times AC+n.(B+E+G)\times LC}$$

man oben und unten durch $B+E+G$ dividiret

$$\frac{X\times AC+n.CM.LC}{AC+n.LC}$$

Formel ist verständlich genug, ohne daß es nöthig
t vielen Worten auszudrücken.

§. 37.

r haben wir nur allgemeine Lehren von den
punkten vorgetragen. Jetzt wollen wir sehen,
Punkte in einzelnen Fällen am bequemsten be-
erden können. Vor allen Dingen kömmt es
daß man jedes einzelne Theilchen des Systemes
rs mit dem Quadrate seiner Entfernung von der
lizire, um hernach alle diese Produkte zu addi-
en Exponenten der Trägheit (§. 27) zu erhalten.
Anstatt

$+I+K) \times LC$

rhältniß der Massen

$K)=n.(B+E+G)$

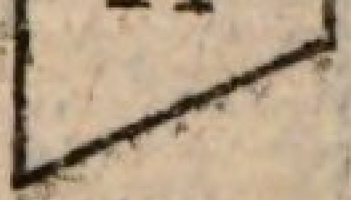
$$\frac{+E+G).CM \times LC}{+E+G) \times LC}$$

$+E+G$ dividirt

, ohne daß es nöthig

en.

ne Lehren von den
t wollen wir sehen,
am bequemsten be
Dingen kömmt es
lchen des Systemes
Entfernung von der
se Produkte zu addir
(§. 27) zu erhalten.
Anstatt



Es sei MN die Axe, E einer von de
System ausmachen, EC die senkrech
der Axe. Durch MN lege man in Geda
Ebne, zum Exempel diejenige, welche
punkt A des ganzen Systemes gehet.
diese Ebne senkrecht, und ziehe εC, so i
folglich $E \times EC^2 = E.(E\varepsilon^2 + \varepsilon C^2) =$ E
und so gehet es mit den übrigen Körp
welche in dieser Figur weggelassen sind,
rung zu vermeiden.

Die folgende Figur ist so gezeichnet
in der Gesichtslinie läge, und gilt auch
das System in einer Ebne lieget, welch
nen Verlängerung um den Punkt C
Wenn A der Schwerpunkt und X der
so haben wir gefunden (§. 27)

$$CX = \frac{B.BC^2 + G.GC^2 + E.E}{(B + G + E).AC}$$

un $BC^2 = B\beta^2 + C\beta^2$, $GC^2 = G\gamma^2 + C\gamma^2$,
$E\varepsilon^2 + C\varepsilon^2$, so kann man auch sagen

$$= \frac{B.B\beta^2 + G.G\gamma^2 + E.E\varepsilon^2}{(B + G + E).AC}$$

$$\frac{B.C\beta^2 + G.C\gamma^2 + E.C\varepsilon^2}{(B + G + E).AC}$$

3. Wenn man sich noch oberwärts eine andere stellet, worin die Axe lieget, und welche auf der n oder auf CA senkrecht ist, so sind $B\beta$, $G\gamma$, $E\varepsilon$ rnungen von der einen, und $C\beta$, $C\gamma$, $C\varepsilon$ von n Ebne.

§. 38.

besser verfährt man, wenn man sich eine Axe Schwerpunkt mit der gegebenen parallel vor= nd den Exponenten der Trägheit in Betreff der= het. Alsdann ist weiter nichts hinzuzusetzen, Produkt aus der ganzen Masse und dem Qua= Entfernung des Schwerpunktes von der gege= (§. 29). Hier kann man nun, in Betreff der Axe,

$GC^2 = G\gamma^2 + C\gamma$...

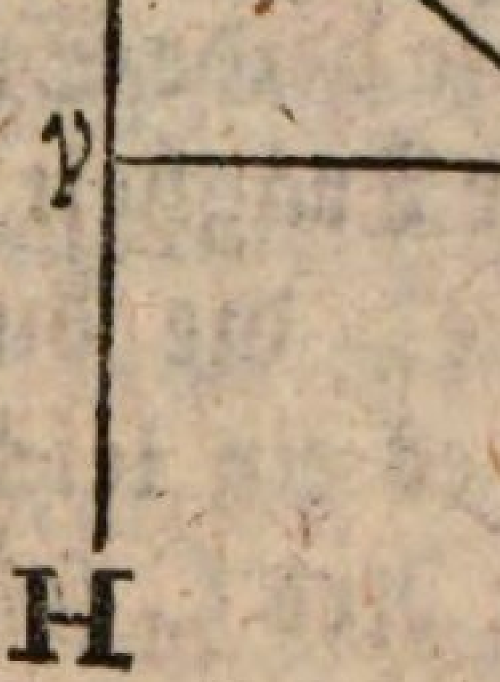
uch sagen

$E\varepsilon^2$

$C\varepsilon^2$

erwärts eine ande
und welche auf de
so sind $B\beta$, $G\gamma$, E
d $C\beta$, $C\gamma$, $C\varepsilon$ ...

n man sich eine Ax
benen parallel vo
igheit in Betreff der
nichts hinzuzusetzen,
asse und dem Qua
nktes von der gege
nun, in Betreff der
Axe,



Wir haben gesehen, daß, in Betre
Exponent der Inerzie beträgt (§. 29)

$B \times AB^2 + E \times AE^2 + G \times AG^2 + (B$

Da es aber in den meisten Fällen
Entfernungen AB, AE, AG unmittelbar
bedenke man, daß $AB^2 = A\beta^2 + B\beta^2$, A
$AG^2 = A\gamma^2 + G\gamma^2$, alsdann ist, in Be
durch A gehet, der Exponent der Trägh

$$B \times A\beta^2 + E \times A\varepsilon^2 + G \times$$
$$+ B \times B\beta^2 + E \times E\varepsilon^2 + G \times$$

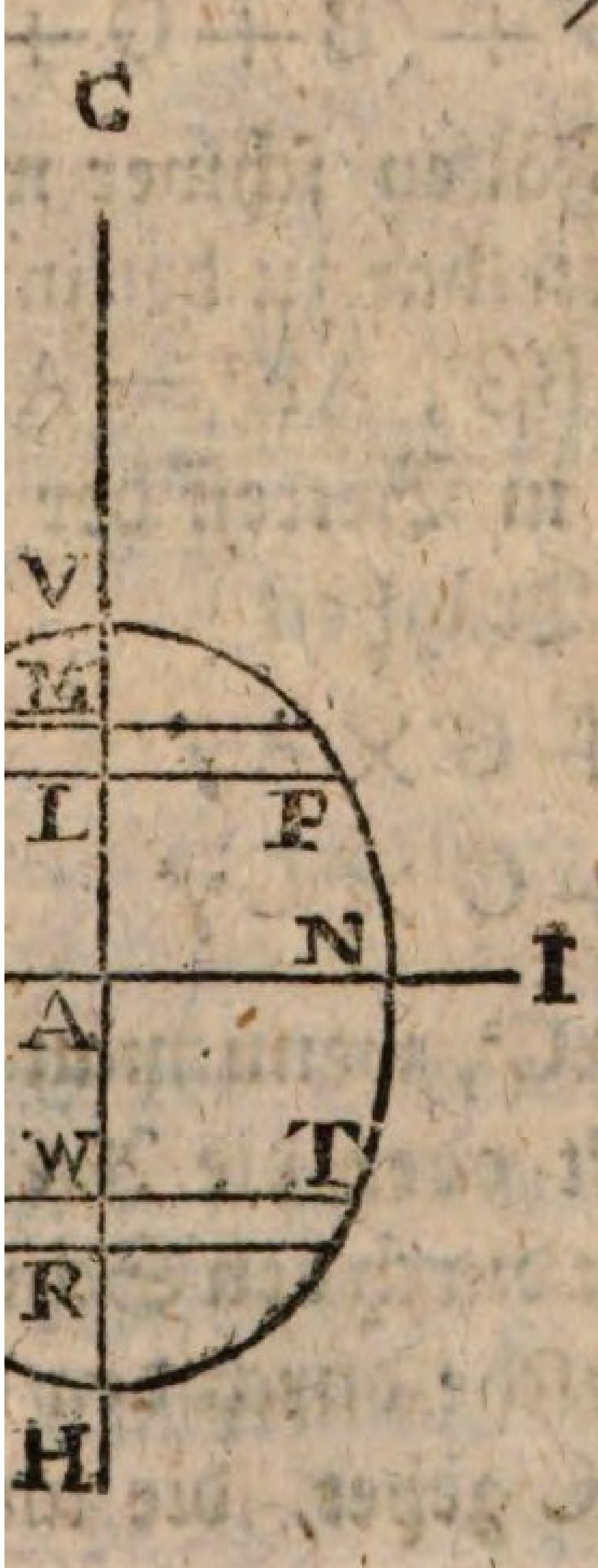
wozu noch kömmt $(B + E + G) . AC^2$, we
ment der Trägheit für den Punkt oder
will. Leget man nun in Gedanken durch
A zwei Ebnen, die eine CH, welche du
Punkt und durch die gegebene Axe C gehet

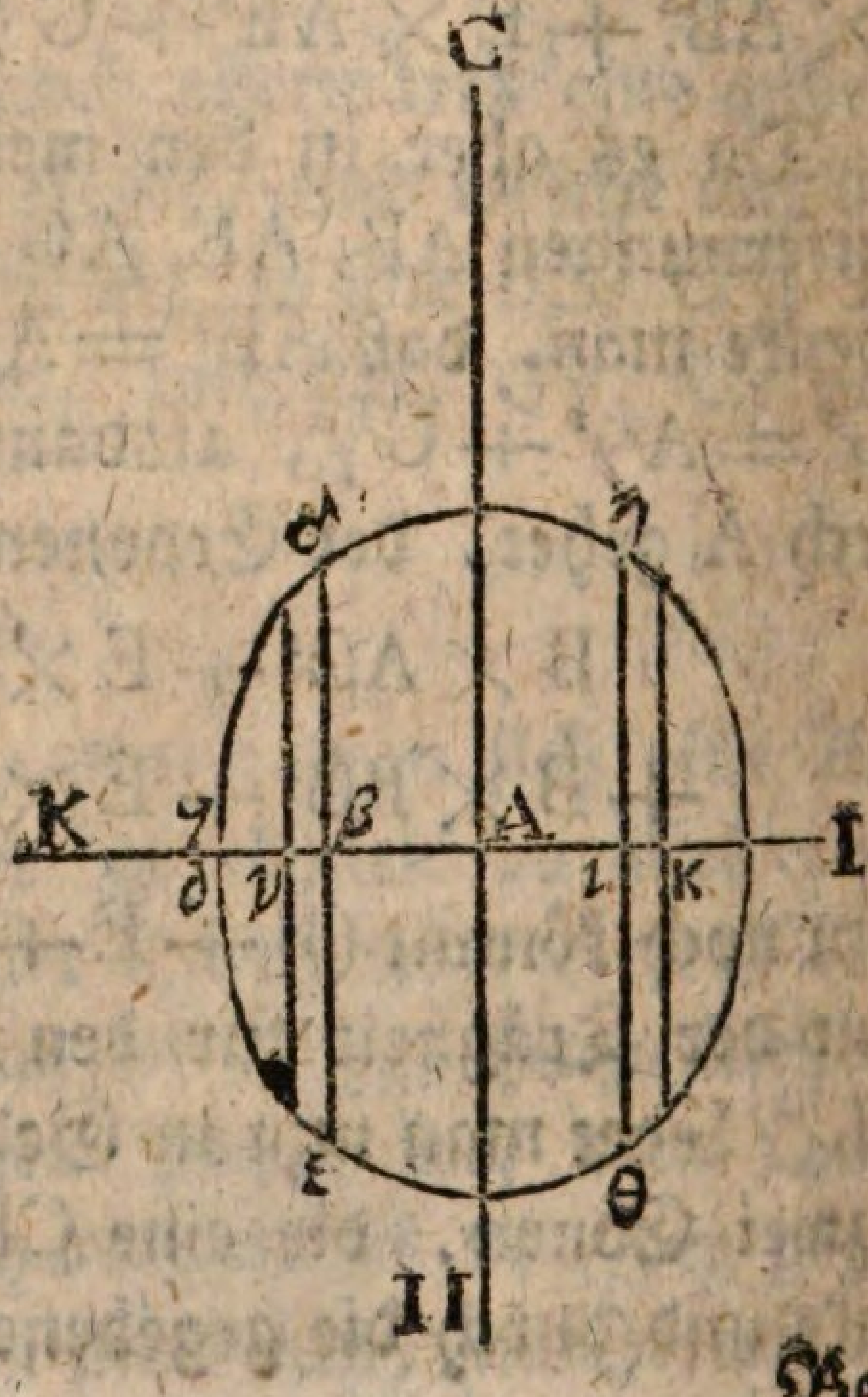
amit A am niedrigsten ist.

man diese beide Summen zu finden, so hat man
nenten der Trägheit des Systemes oder der Masse,
ff der Axe, die durch A mit der Axe C parallel
Dann ist es ein leichtes, das Moment der Träg-
etreff der Axe C selbst zu bekommen.

§. 39.

diesen Betrachtungen gründet sich eine allgemeine
zur Erforschung der Schwingepunkte.

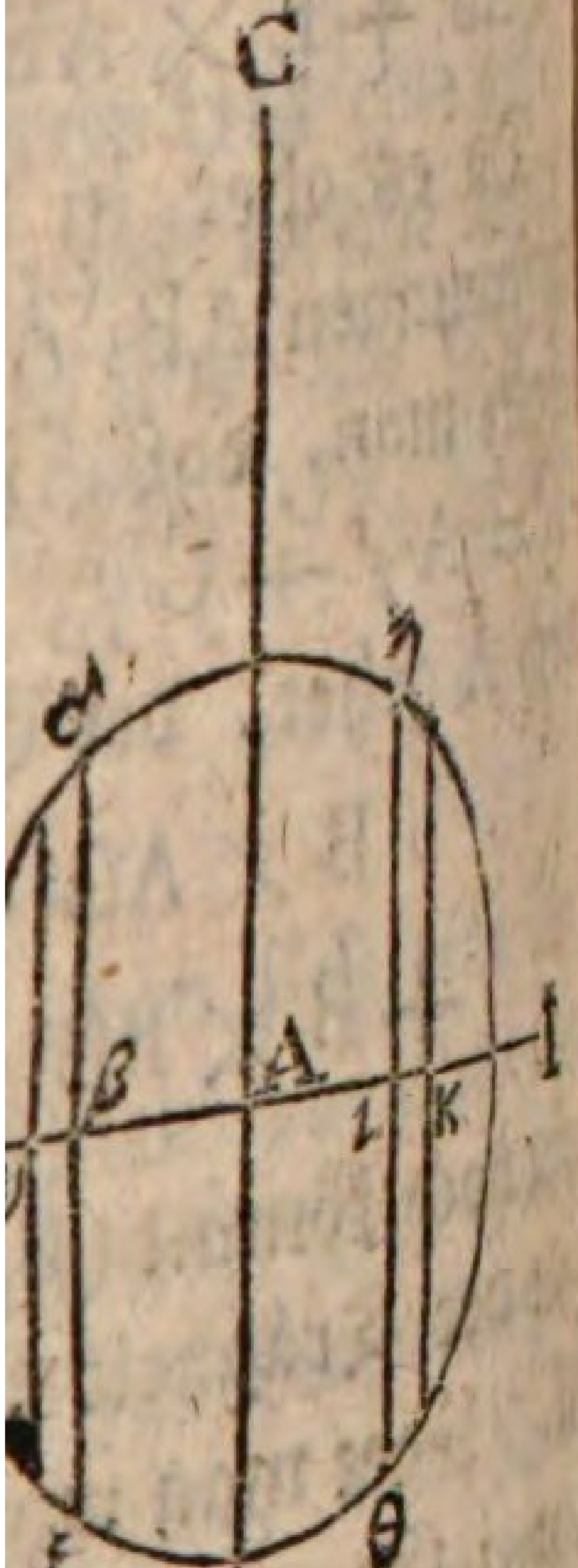




Beide

u finden, so hat m
emes oder der M
it der Axe C paral
s Moment der Träg
kommen.

t sich eine allgem
ngepunkte.



Beid

Also ist es gleich viel, ob man jedes P
kleine Masse, mit dem Quadrate sei
IK multipliziret, oder ob man die
Scheibe PMO mit dem Quadrate der En
pliziret. Es sei die Fläche PO = S (im
sentiret sie sich nur wie eine Linie). Es
$= dx$, die Scheibe PMO ist $=$ PO $\times$
tipliziret man mit dem Quadrate der En

so ist $\quad PMO \times AL^2 = S.x^2$

Da aber Sdx weiter nichts, als die
der Scheibe PMO anzeiget, so mu
Dichtigkeit oder spezifischen Schwere
aus der Körper bestehet, multipliziren
Scheibe oder aller in ihr enthaltene
Rechnung zu bringen. Diese sei p f
heit des Maaßes; dann ist

$$p \times PMO \times AL^2 = pS.$$

Gesetzet nun, man nehme jedes i
körperliche Pünktchen, und multipliz
spezifischen Schwere p als auch mit se
der Ebne IK, und man addire alle P
eine gewisse Summe Z. Nimmt n

ederum zu integriren $p\int S x^2 \partial x$, um Z für den
eil des Körpers zu finden. Beide Werthe von
n geben die Summe der Produkte der Theilchen
uadraten ihrer Entfernungen für den ganzen
Betreff der Ebne IK.

uß auch die nämliche Summe in Betreff der
gefunden werden. Es werde der Körper in
cheibchen wie $\delta\nu\varepsilon$, $\eta\varkappa\theta$ zerschnitten, alle mit CH
Es sei wiederum $\delta\varepsilon = S$, $A\beta = x$, $\beta\nu = \partial x$,
e vorher bewiesen, daß in Betreff der Ebne CH,

$$Z = p\int S x^2 \partial x$$

Integral hernach $x = A\zeta$ gesetzet wird, um Z
en Theil einerseits der Ebne CH zu bekommen.
ird anderseits verfahren, indem auch hier
$= x$, $\iota\varkappa = \partial x$.

upt, wenn wir setzen $AL = x$, $PO = S$,
$TY = S'$, $A\beta = x''$, $\delta\varepsilon = S''$, $A\iota = x'''$,
o bestehet die Summe aller Produkte der Ele-
den Quadraten ihrer Entfernungen von der
urch A gehet, und die im Durchschnitte der
und IK lieget, in folgenden Integralen

$$p\int S'x'^2 \partial x' + p\int S''x''^2 \partial x'' + p\int S'''x'''^2 \partial x'''$$

$$\int S'x'^2 \partial x' + \int S''x''^2 \partial x'' + \int S'''x'''^2 \partial x''']$$

Hat

δx, um Z für den
Beide Werthe von
dukte der Theilchen
en für den ganzen

nme in Betreff der
rde der Körper in
hitten, alle mit CH
$A\beta = x$, $\beta, = \delta x$,
etreff der Ebne CH,

setzet wird, um Z
CH zu bekommen.
indem auch hier

$= x$, PO $= S$,
$= S''$, $A\iota = x'''$,
Produkte der Ele-
ernungen von der
Durchschnitte der
Integralen
$+ p\int S''' x'''^2 \delta x'''$

$+ \int S''' x'''^2 \delta x''']$
Hat

oder $\dfrac{\int S x^2 \delta x + \int S' x'^2 \delta x' + \int S'' x''^2 \delta \ldots}{G.e}$

Die spezifische Schwere p verschw... Nenner, wenn der ganze Körper ode... von einerlei Dichtigkeit ist, wird ab... beibehalten (§. 36).

§. 40.

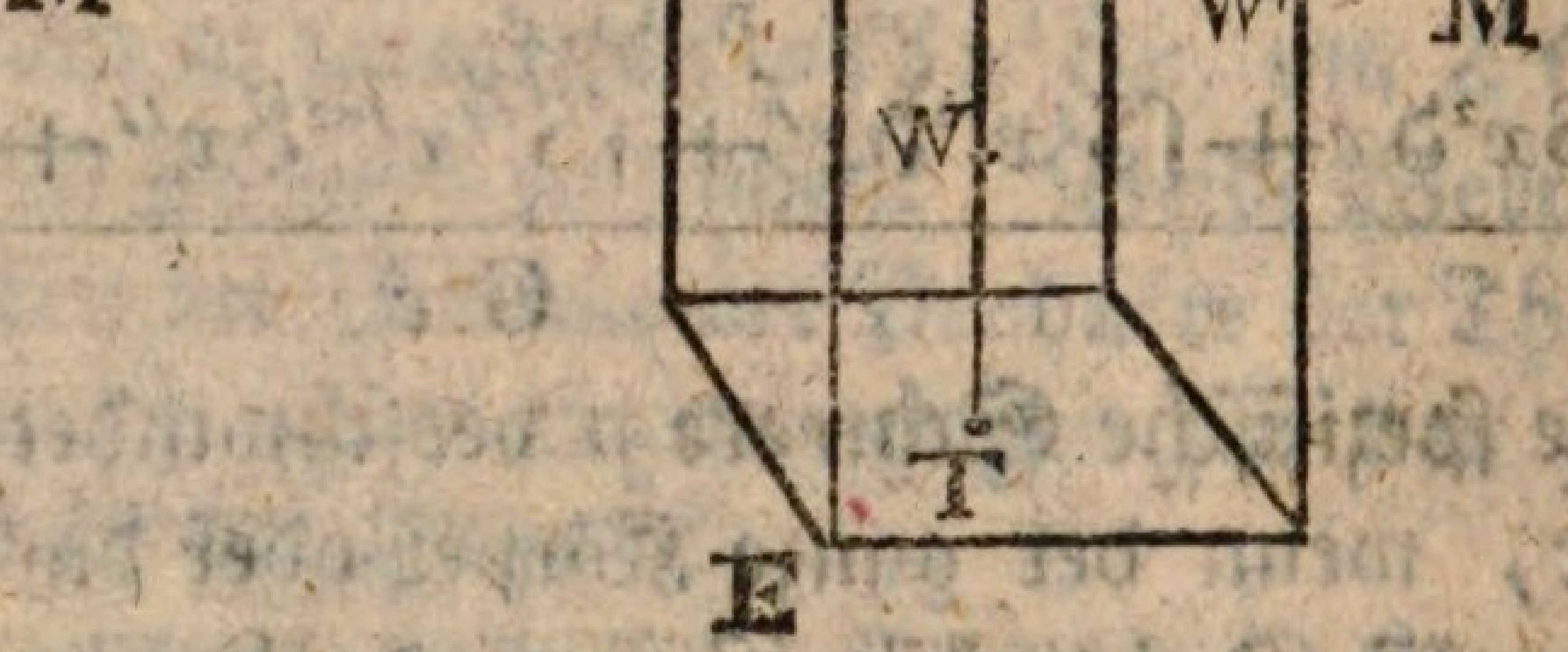
Aufgabe.

Den Schwingepunkt eines ... den Prisma finden, welches sich ... tale Axe schwinget, welche die ... Prisma in zwei gleiche Rechtecke ... jede andere Axe, die mit einer sol...

Es drehe sich das gerade Prisma ... tale Axe MN, welche die obere Ba... Rechtecke theilet. Es sei die Höhe C... $R\delta = i$, die Länge RU $= k$. Der ... in der Mitte A der Höhe CT. Es ... PO $=$ S (§. 39). Diese Fläche S ist ... $= ik$. Man setze diesen Werth in

$$\int S x^2 \delta x$$

so kömmt $\quad \int i k x^2 \delta x$



oder $ik. \int x^2 \partial x$

das ist $\frac{ik. x^3}{3}$

[n] $x = AC = \frac{1}{2} h$ wird, so kömmt

$\frac{ik. \frac{1}{8} h^3}{3} = \frac{ik. h^3}{24}$

[l]assen p weg, weil wir annehmen, das Prisma [h]omogener Materie. Da der untere Theil des [e]ben so beschaffen ist, wie der obere, so siehet [ohne] weitere Rechnung, daß $\int S' x'^2 \partial x$ eben so aus[fällt]; folglich bekommen wir noch einmal

$\frac{ik. h^3}{24}$

zusammen $\frac{ik. h^3}{12}$

Es

ßmmt

hmen, das Prisma
er untere Theil des
der obere, so sieht
$x'^2 \mathfrak{d}x$ eben so auch
och einmal

Es

$$\frac{kh.\,\frac{i^3}{8}}{3}$$

oder $$\frac{kh.\,i^3}{24}$$

Da nun die rechte Seite des Pris…
ist, wie die linke, so wird wieder…
$= \frac{kh.\,i^3}{24}$, folglich haben wir für die…

zusammen $$\frac{kh.\,i^3}{12}$$

Für den oberen und unteren Thei…

$$\frac{ik.\,h^3}{12}$$

Folglich in allem

$$\frac{ik.\,h^3 + kh.\,i^3}{12}$$

oder $$\tfrac{1}{12}\,ikh.\,(h^2 + i^2)$$

Da nun die Axe MN durch C geh…
so muß die Größe des Prisma in $\frac{1}{2}$…

6   6 h

$$CW = AC + AW$$
$$= AW + \tfrac{1}{2} h$$
$$= \frac{2}{3} h + \frac{1}{6} \frac{i^2}{h}$$

z I. Man bemerke, daß in der Formel das nicht zum Vorschein kömmt. Woraus man nuß, daß die Länge des Prisma oder seine Aus- in der Richtung der Axe hier nicht in Anschlag nd daß der Schwingepunkt immer in W bleibet, CT und Rδ unverändert sind, es mag RU so groß angenommen werden als man will.

z II. Wenn Rδ oder i null ist, so hat man bloß

$$CW = \tfrac{2}{3} h$$

hiehet in dem Falle, wo anstatt des Prisma nur s schweres Parallelogramm oder eine gerade nie an der Axe hänget. Also ist der Schwinge- es Parallelogramms, in dessen Fläche die Axe er einer geraden Linie, in einer Entfernung gele- genau $\frac{2}{3}$ der ganzen Höhe oder vertikalen Länge vorausgesetzet, daß die Axe am obersten Ende sei.

Zusatz

$$\mathrm{AW} = \frac{\frac{1}{12} ikh\,(h^2 + i \ldots}{ikh.\,e}$$

$$\mathrm{AW} = \tfrac{1}{12}.\,\frac{h^2 + i^2}{e}$$

Zusatz V. Wenn auch die Axe
wie M″N″ nicht in der Axe des Pri
nur mit MN parallel ist, und wen
immer (§. 34)

$$\mathrm{AW}' = \tfrac{1}{12}.\,\frac{h^2 + i^2}{e}$$

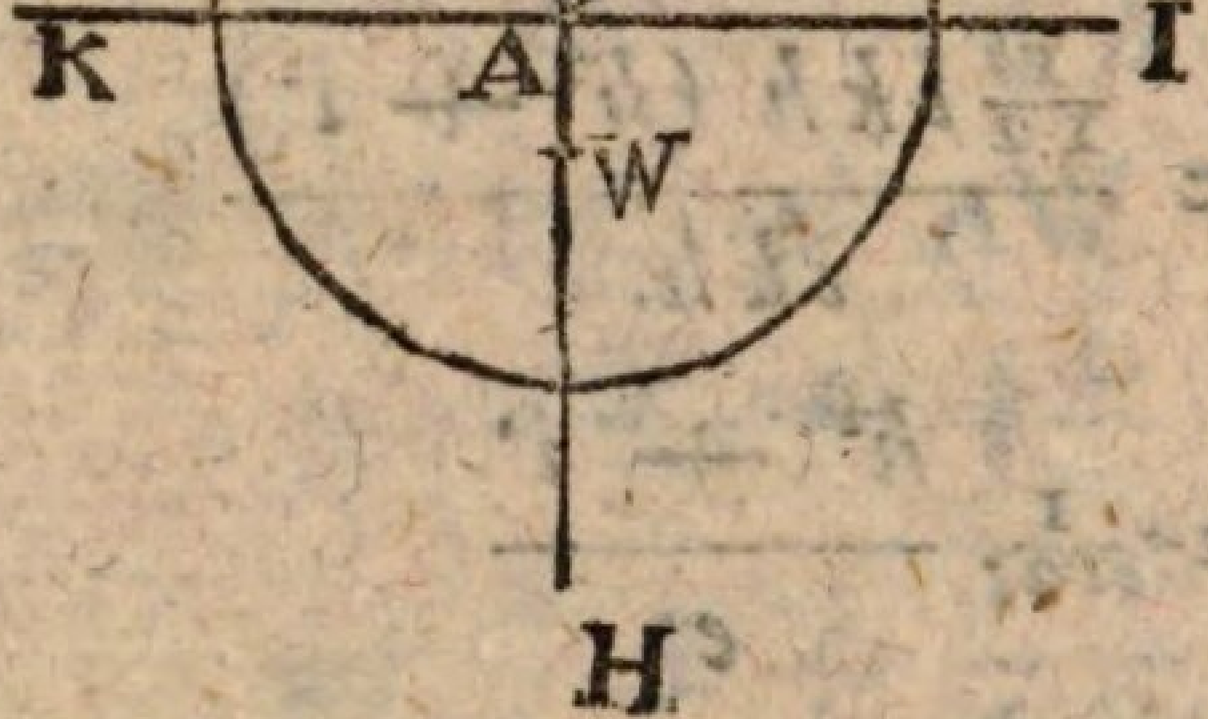
Zusatz VI. Wenn man durch V
mit MN parallel leget, so kömmt der
C, oder C′, oder C″ (§. 31).

§. 41.

Aufgabe.

Den Schwingepunkt einer K
an einem Faden ohne Schwere h
sich um irgend eine horizontale A

(Siehe folgende Fig



C die Axe oder der Schwingepunkt. Es sei
der horizontale Durchschnitt PO $=$ S, so ist S
der PL zum Halbmesser hat. Es sei $1 : \pi$
ltniß der Durchmessers zum Umkreise, so ist
Nun ist $PL^2 = AP^2 - AL^2 = r^2 - x^2$, wenn
$= r$, folglich $S\ (= PL^2\,\pi) = (r^2 - x^2)\,\pi$.
§. 39)

$$\int S x^2 dx = \int (r^2 - x^2)\,\pi . x^2 dx$$
$$= \pi \int (r^2 x^2 dx - x^4 dx)$$
$$= \pi \left(\tfrac{1}{3} r^2 x^3 - \tfrac{1}{5} x^5\right)$$

$x = AV = r$, so kömmt

$$\int S x^2 dx = \pi \left(\tfrac{1}{3} r^5 - \tfrac{1}{5} r^5\right)$$
$$= \pi \left(\tfrac{2}{15} r^5\right)$$
$$= \tfrac{2}{15}\,\pi\, r^5$$

Wegen

Zusatz I. Wenn die Kugel am E
messers angehänget wird, so ist $e = AV$

$$AW = \tfrac{2}{5}r$$

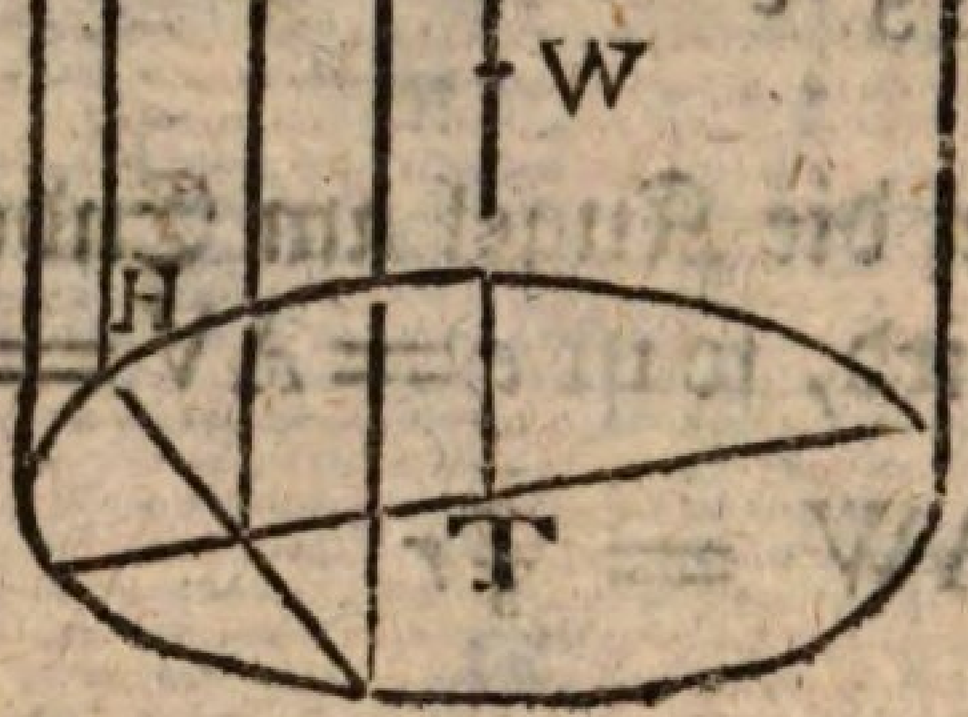
Zusatz II. Wenn eine horizontal
get wird, so fällt der Schwingepunk
nachdem AW für die Axe G oder V berech

§. 42.

Aufgabe.

Den Schwingepunkt eines g
finden, der sich um eine horizon
welche die eine Grundfläche halbi
Axe, die mit der gedachten parall

Es sei MN (folg. Fig.) die horizon
die Höhe des Zylinders, $CB = r$
Grundfläche. Es sei AC oder ein Th
ist die Ebne BI, oder jeder mit ihr par
allemal ein Zirkel, der $CB = r$ zum H
verhält sich der Durchmesser zum U



solcher Zirkel $= r^2 \pi = S$. Also wird hier

$$\int S x^2 \partial x = \int r^2 \pi x^2 \partial x$$

$$= \pi r^2 \int x^2 \partial x$$

$$= \frac{\pi r^2 x^3}{3}.$$

$= AC = \frac{1}{2} h$ wird, so kömmt

$$= \frac{\pi r^2 \cdot \frac{1}{8} h^3}{3}$$

$$= \frac{\pi r^2 h^3}{24}$$

Da

$FH = 2h \sqrt{(r^2 - x''^2)} = S''$. F

$\int S'' x''^2 \partial x'' = \int 2 h x''^2 \partial x''$

$= 2h \int x''^2 \partial x''$

Es sei um der Bequemlichkeit wi
haben wir zu integriren

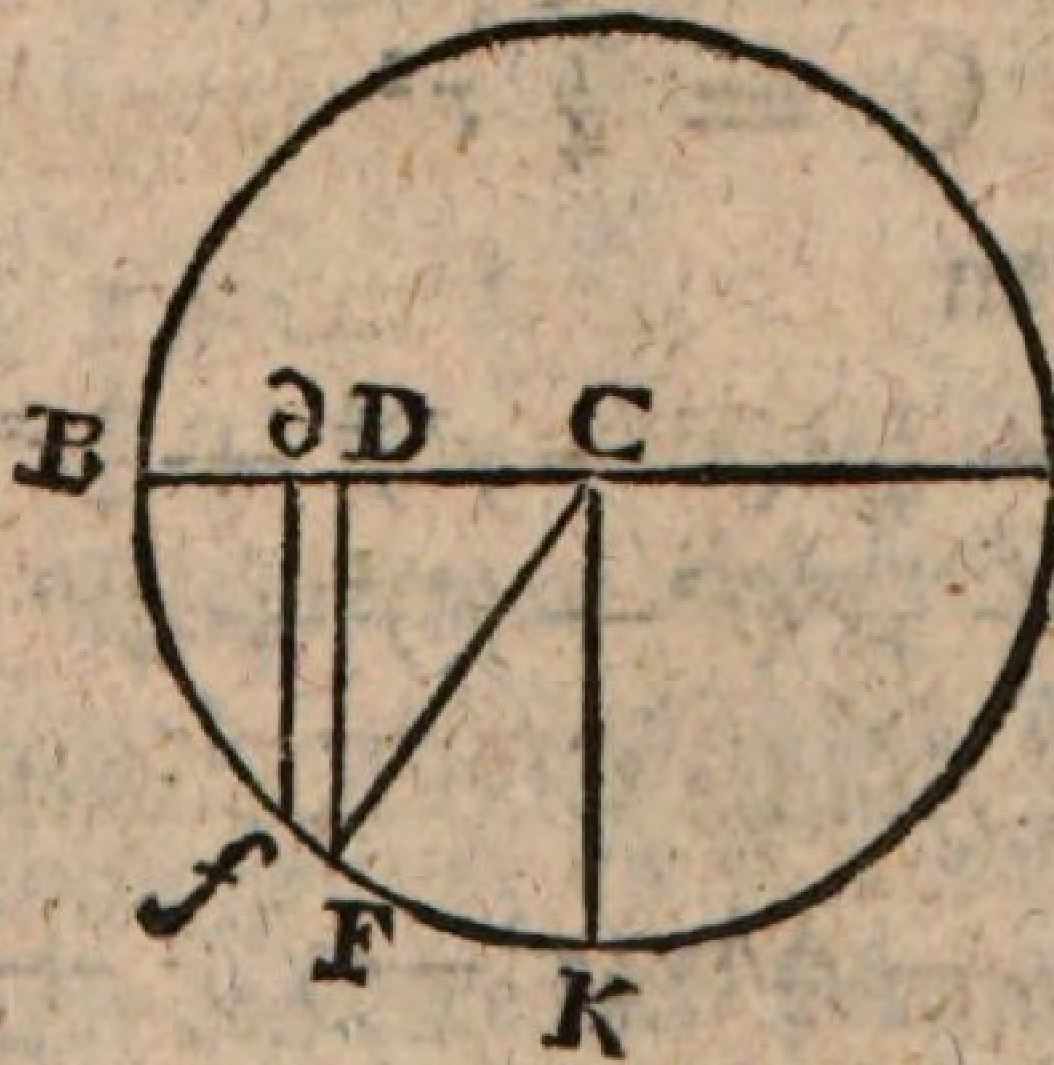
Also wird hie

$$2h \int y^2 \partial y \sqrt{(r^2 - y^2)}$$

$$\text{oder } 2h \int y^2 \partial y \, (r^2 - y^2)^{\frac{1}{2}}$$

Das Mittel, um den Ausdruck y^2
tegriren, fällt nicht sogleich in die Aug
man leicht einsehen, daß $\partial y (r^2 - y^2)^{\frac{1}{2}}$
das Differenzial des Zirkelstückes CD
rerer Deutlichkeit willen, zeichne ich
sonders ab.

nt



Da

re alles durch $dy\,(r^2 - {}^2)^{\frac{1}{2}}$, so kömmt

$$= A\,(r^2 - y^2) - 3\,Ay^2 + Q$$
$$= Ar^2 - Ay^2 - 3Ay^2 + Q$$
$$= Ar^2 - 4Ay^2 + Q$$
$${}^2 + 0 = -4Ay^2 + (Ar^2 + Q)$$

un diese Gleichung, wie vorausgesetzet worden, n, so muß sein

$$= -4A$$
$$= Ar^2 + Q$$

ten erhält man

$$= -\tfrac{1}{4}$$

an diesen Werth in die zweite setzet, so hat man

$$= -\tfrac{1}{4}\,r^2 + Q$$
$$\text{oder } Q = \tfrac{1}{4}\,r^2$$

kömmt man

$$-y^2)^{\frac{1}{2}} = -\tfrac{1}{4}y\,(r^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} + \tfrac{1}{4}r^2 \int dy\,(r^2 - y^2)^{\frac{1}{2}}$$
$$= -\tfrac{1}{4}y\,(r^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} + \tfrac{1}{4}r^2\,DK$$

r DK die Fläche CDFKC verstehen, und

$$-y^2)^{\frac{1}{2}} = -\tfrac{1}{2}hy\,(r^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} + \tfrac{1}{2}hr^2\,DK$$

Wenn

$\frac{1}{12}\pi r^2 h^3$, also bekommen wir für den

$$\frac{1}{12}\pi r^2 h^3 + \frac{1}{4}\pi h r^4$$

Der Inhalt des Zylinders ist r
Entfernung AC der Axe vom Schwer
G.e (§. 39) $= \pi r^2 h \times \frac{1}{2}h = \frac{1}{2}\pi r$

$$AW = \frac{\frac{1}{12}\pi r^2 h^3 + \frac{1}{4}\pi h}{\frac{1}{2}\pi r^2 h^2}$$

$$= \frac{\pi r^2 h^3 + 3\pi h r^4}{6\pi r^2 h^2}$$

$$= \frac{h^2 + 3r^2}{6h}$$

$$= \frac{1}{6}h + \frac{1}{2}\frac{r^2}{h}$$

folglich $CW = \frac{2}{3}h + \frac{1}{2}\frac{r^2}{h}$

Zusatz I. Wenn man durch W
parallel leget, und den Zylinder d
so ist der Schwingepunkt in C, und
sind mit denen um die Axe MN herum

$$= \frac{\pi r^2 h^3 + 3\pi h r^4}{12\pi r^2 he}$$

$$= \frac{h^2 + 3r^2}{12e}$$

§. 43.

Aufgabe.

Schwingepunkt eines Pendels finden, is einer Kugel bestehet, die an einem vier- risniatischen Stabe hänget, vorausge- die horizontale Axe der Schwingungen Basis des Prisma in zwei gleiche Pa- mme theilet.

MN die Axe der Schwingungen, CF = h die risma, HG = i die Breite, A der Schwer- risma, X sein Schwingepunkt, FL = r der der Kugel, L ihr Schwerpunkt, M' ihr nkt, so ist

$$= \tfrac{1}{2} h$$

$$= \tfrac{2}{3} h + \tfrac{1}{6} \frac{i^2}{h} \text{ (§. 40)}$$

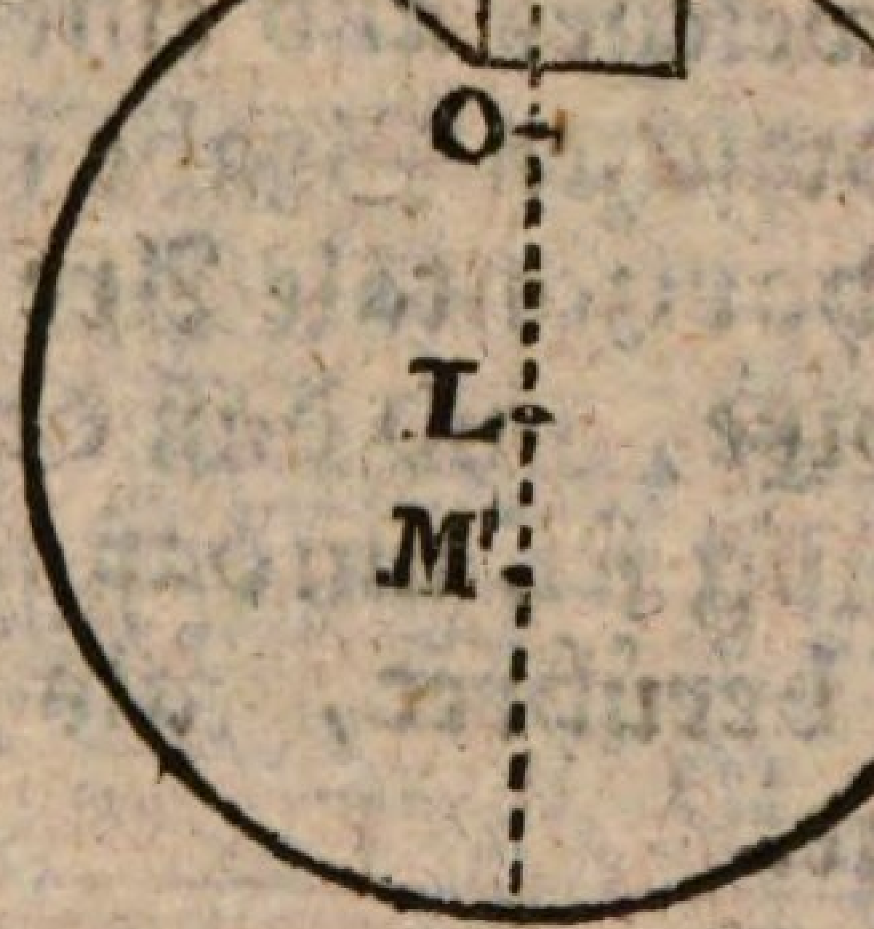
$$= h + r$$

Ferner

Pendels finden,
e an einem vier=
get, vorausge=
Schwingungen
vei gleiche Pa=

gen, CF = h die
, A der Schwer=
kt, FL = r der
rpunkt, M' ihr

Ferner



Ferner ist (§. 41) LM' $= \frac{2}{5} \frac{r}{C\ldots}$

CM' = CL + LM' = h + …

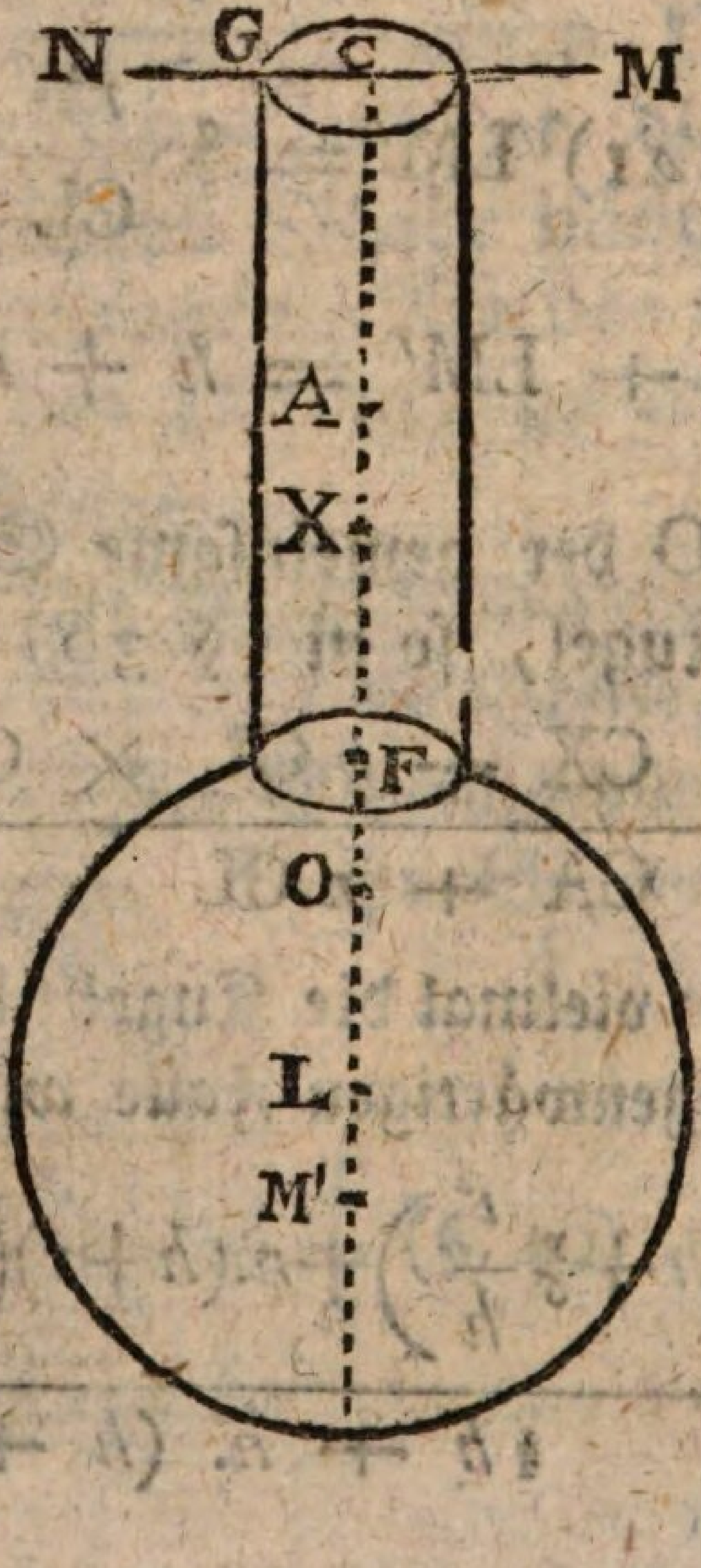
Es sei nun O der gemeinsame …
Prisma und der Kugel, so ist (§. 36 …

$$CO = \frac{CA \times CX + n.CL \times \ldots}{CA + n.CL}$$

wo n anzeiget, wie vielmal die Kugel …
Prisma. Im gegenwärtigen Falle …

$$CO = \frac{\frac{1}{2}h.\left(\frac{2}{3}h + \frac{1}{6}\frac{i^2}{h}\right) + n.(h + \ldots}{\frac{1}{2}h + n.(h \ldots}$$

inden, welches aus einer Kugel bestehet,
em zylindrischen Stabe hånget, voraus=
daß die horizontale Axe die obere Basis
ders halbire, und daß der Halbmesser des
klein genug sei, um daß seine untere Basis,
e Kugel berůhret, als eine Ebne ange=
den kônne.



Es

r Kugel besteht,
hänget, voraus
die obere Basis
r Halbmesser des
seine untere Basis,
eine Ebne ange

Es

$$CM' = h + r + \tfrac{2}{5} \frac{\ldots}{h}$$

Da nun O der gemeinsame Sch… linders und der Kugel sein soll, so ist

$$CO = \frac{CA \times CX + n.\ CL \times \ldots}{CA + n.\ CL \ldots}$$

wo n die Zahl ist welche andeutet, w… schwerer ist, als der Zylinder. Im … ist demnach

$$CO = \frac{\tfrac{1}{2} h \left(\tfrac{2}{3} h + \tfrac{1}{2} \frac{a^2}{h} \right) + n\,(h + \ldots}{\tfrac{1}{2} h + n\,(h \ldots}$$

$$\text{oder } CO = \frac{\tfrac{1}{3} h^2 + \tfrac{1}{4} a^2 + n\,(h \ldots}{\tfrac{1}{2} h + n\,(h \ldots}$$

Zusatz I. Wenn man das ga… Pendel in O an einer mit MN parall… so ist der Schwingepunkt in C, und… werden mit denen gleichzeitig, die da … Pendel in C angehänget ist (§. 31).

Länge des einfachen Sekunden = Pendels
n, auf eine genauere Art, als oben (§. 6.)
ist.

ngeführte Auflösung war nur beiläufig, obgleich
lich richtig. Hier ist eine noch genauere.

an nehme eine Kugel von Blei oder einer
aterie, die eine beträchtliche spezifische Schwere
estige daran entweder einen bloßen Faden, oder
metallene, runde oder viereckigte Stange, und
Pendel am obersten Ende des Fadens oder der
uf. Die Länge des Fadens und die Größe der
willkührlich, jedoch ist es gut, daß beide nicht
ien, z. E. der Faden oder die Stange könnte
uß lang sein, und die Kugel $\frac{1}{2}$ Zoll oder mehr
messer haben. Bei dem Aufhängen muß man
s möglich trachten, die Reibung bei der Axe
Aufhängepunkt zu vermeiden.

a die Rechnungen für den leeren Raum einge-
, so lasse man sich eine hohe Glocke verfertigen,
Pendel darunter schwingen zu lassen. Es kann
in besonderes Gestelle unter der Glocke haben,
oben an dem Gewölbe der Glocke hängen.
das Apparat auf die Luftpumpe, und mache die
luftleer als möglich ist.

III) Man

kunden = Pendel
, als oben (§. 6)

beiläufig, obgleich
noch genauere.
n Blei oder einer
spezifische Schwere
bloßen Faden, oder
ckigte Stange, und
des Fadens oder der
und die Größe der
ut, daß beide nicht
die Stange könnte
el ½ Zoll oder mehr
ufhängen muß man
ibung bei der Are
en.
leeren Raum einge
Glocke verfertigen,
u lassen. Es kann
r der Glocke haben,
der Glocke hängen
mpe, und mache die

III) Man

Sterne durch den Meridian beobachte.
die verflossene Sternzeit berechnen, un
mittlere Sonnenzeit. Diese Zeit berec
kunden.

V) Man suche, vermöge der gegeben
und §. 44), den Schwingepunkt des
dels, oder die Länge des einfachen Pendel
gungen von der nämlichen Dauer, als
sein würden. Hierbei wird eine genau
Kugel und des Stabes oder Fadens v
auch eine genaue Abwägung des einen un
daß man sagen könne, die Kugel ist so
als der Stab oder Faden.

VI) Wenn die Länge des einfachen
worden, so sage man (§. 6):

**Wie die Quadratzahl der verf
den sich verhält zur Quadratzah
Schwingungen, so verhält sich
Länge zur verlangten Länge des ei
den=Pendels.**

Anmerkung I. Um sich vor allem Ir
kann man den Versuch mehrmal mit v

nbeträchtlich sein, indem er fast nur von der höhern oder niedrigern Lage der Oerter, oder von hrern oder wenigern Genauigkeit des Versuches ren kann.

§. 46.

Aufgabe.

allgemeines Maaß bestimmen.

bestimme aufs allergenaueste die Länge des ein- ekunden-Pendels (§. 45) für einen gewissen Grad aphischen Breite, z. E. für den 45sten Grad. ige theile man in 3 gleiche Theile, und nenne hen Theil den neuen Fuß, oder den mathema- uß, oder den Stunden-Fuß. Ein solcher Fuß s mehr ausmachen, als die gebräuchlichen Fuß- und es wird ihn jedes Volk entweder bei sich ein- oder wenigstens seine Längenmaaße genau damit n können. Auch wird ein jedes Volk, das nicht n 45sten Grad wohnet, allemal den neuen Fuß oder berichtigen können. Diejenigen welche zu 45sten Grade der Breite wohnen, müssen Ab- dahin senden, oder ihr Fußmaaß nach demjenigen Völker einrichten, die in der gedachten Breite Auch giebt es mathematische Rechnungen, wo- durch

Zusatz II. Vermittelst des ausge
matischen Gewichtes ließe sich auch das
zen in Golde, Silber oder Kupfer genau
pfleget, und dadurch ihr innerer Werth
den inneren Werth einer Münze ang
nichts, als ansagen, wie viel Gold oder
darin enthalten ist. Vielleicht könnten
ker sich entschließen, einerlei Münzarte
matischen Gewichte prägen zu lassen.

Zusatz III. Es ist kaum nöthig,
durch die Einförmigkeit des math
auch Einförmigkeit in den hohlen Maaß
flüssige Sachen entstehen würde.

Anmerkung I. Der vornehmste N
Einförmigkeit bestehet darin, daß
Vergleichungen und Berechnungen,
verständnisse, und Betrug vermieden

Anmerkung II. Da hier alles auf
kunden-Pendels ankömmt, so ist n
zuwerfen, ob diese auch unter derselb
Breite wirklich unveränderlich ist,
Wirkung der Fallkraft selbst der V
worfen ist.

so rühret sie vermuthlich von der anziehenden
er Himmelskörper, und hauptsächlich der Sonne
Mondes her, indem diese beiden ganz merklich
Meer wirken, und Ebbe und Fluth verursachen.
hat man bisher nicht gefunden daß der Einfluß
Körper auf die Länge des Pendels merklich sei.
ire dieses auch, so ließen sich ja die Zeiten zu
rsuchen so wählen, daß sie in dieser Rücksicht
unter den nämlichen Umständen geschehen könn-
Aber, wie gesagt, man muß die Genauigkeit
nicht weiter treiben, als es für menschliche Be-
e nöthig ist, sonst müßte man zuletzt bei dem ge-
Versuche mit einem schwingenden Stücke Blei,
Mond und Sterne, und überhaupt das ganze
aller existirenden Körper in Betrachtung ziehen.

§. 47.

de Säze sind die vornehmsten und nothwen-
denen, die im gegenwärtigen Hauptstücke be-
den.
ein einfaches Pendel seine Schwingungen in
kelbögen verrichtet, sie mögen gleich oder un-
so können solche Schwingungen alle für gleich-
lten werden. Und da jedes zusammengesetzte
Pendel

von der anziehen
ptsächlich der Sonn
beiden ganz merklich
Fluth verursachen.
en, daß der Einfluß
endels merklich sei.
ch ja die Zeiten zu
in dieser Rücksicht
den geschehen könn
uß die Genauigkeit
für menschliche Be
zuletzt bei dem ge
enden Stücke Blei,
berhaupt das ganze
Betrachtung ziehen.

sten und nothwen
en Hauptstücke be

Schwingungen in
en gleich oder un
gen alle für gleich
s zusammengesetzte
Pendel

Wenn man demnach ein einfaches Pen
einer Viertelstunde eine gewisse Anzahl vo
macht, so läßt sich die Länge des Sekunden
das heißt, desjenigen Pendels, welches in ei
900 Schwingungen macht. Diese L
Paris 3 Fuß 8 $\frac{57}{100}$ Linien, Pariser Ma
2 Zoll Rheinländisch Maaß.

Wenn an zwei Orten die Wirkun
verschieden ist, so müssen sich die Pend
Fallkräfte selbst verhalten, wenn die Pe
Schwingungen machen sollen. Hierau
hältniß der Fallkraft in verschiedenen Hö
schiedenen Orten gefunden werden.

Wenn ein einfaches Pendel eine Zyk
so sind die Schwingungen, nicht mehr
dern vollkommen gleichzeitig, sie mögen gro

Wie sich der Umkreis eines Zirkels z
messer verhält, so verhält sich die Daue
gung in der Zykloïde zur Zeit des Falles
Oder, da es bei kleinen Schwingunger
ob der beschriebene Bogen zu einer Zykloï
Zirkel gehöre, so verhält sich überhaupt be
Pendel die Dauer jeder Schwingung zu

seitigen einfachen gefunden, wenn man die Masse
ilchens mit dem Quadrate seiner kürzesten Ent-
on der Axe multipliziret, und alle Produkte ad-
nn man ferner die Summe aller Massen mit der
Entfernung des gemeinsamen Schwerpunktes von
nultipliziret, und wenn man jene Summe von
i durch dieses leztere Produkt dividiret. Jene
von Produkten ist der Exponent der Trägheit der
Masse des zusammegesezten Pendels, und das
rodukt ist das Moment der Schwere in Betreff
Also wird, um kurz zu reden, der Exponent
heit in Betreff der gegebenen Axe, durch das
der Schwere in Betreff derselbigen, dividiret.

n man den Exponenten der Trägheit für eine Axe
durch den Schwerpunkt gehet, so bekömmt man
für jede andere Axe, welche mit dieser parallel ist;
nur noch hinzusetzen, das Produkt aus der gan-
e des zusammengesezten Pendels, und dem Qua-
Entfernung des Schwerpunktes von der gege-
e.

man die Lage des Schwingepunktes, vermöge
Entfernung vom Schwerpunkte, bestimmen,
man sich eine Axe vor, die durch den Schwerpunkt
d mit der gegebenen parallel ist; und man dividiret
den

gen, wie vorher.

Bei einem und demselbigen Körper
oder mehrere Axen versuchet, die mit e
den Schwerpunkt gehenden parallel sin
die Entfernungen der Schwingepunkte
umgekehret, wie die Entfernungen
Schwerpunkte.

Wenn ein zusammengesetztes Pende
denen Körpern bestehet, und wenn die g
durch beide Schwerpunkte gehet, zu
Schwingungen trift, und auf dieselbe
wird der gemeinsame Schwingepunkt fo
funden. Man multipliziret die Masse j
wohl mit der Entfernung seines Schwer
mit der Entfernung seines besondern Sch
der Axe der Schwingungen. Man addir
Die Summe dividiret man durch die S
ren-Momente beider Körper, in Betr
Axe. Wenn beide Körper von einerlei
fallen die Massen bei der Rechnung weg
Momente der Schweren, werden nur bl
gen der Schwerpunkte von der Axe d
genommen.

wenn man zum Quadrate der Höhe das Qua-
reite addiret, durch die Entfernung der gege-
vom Schwerpunkte dividiret, und zulezt noch
ıvidiret.

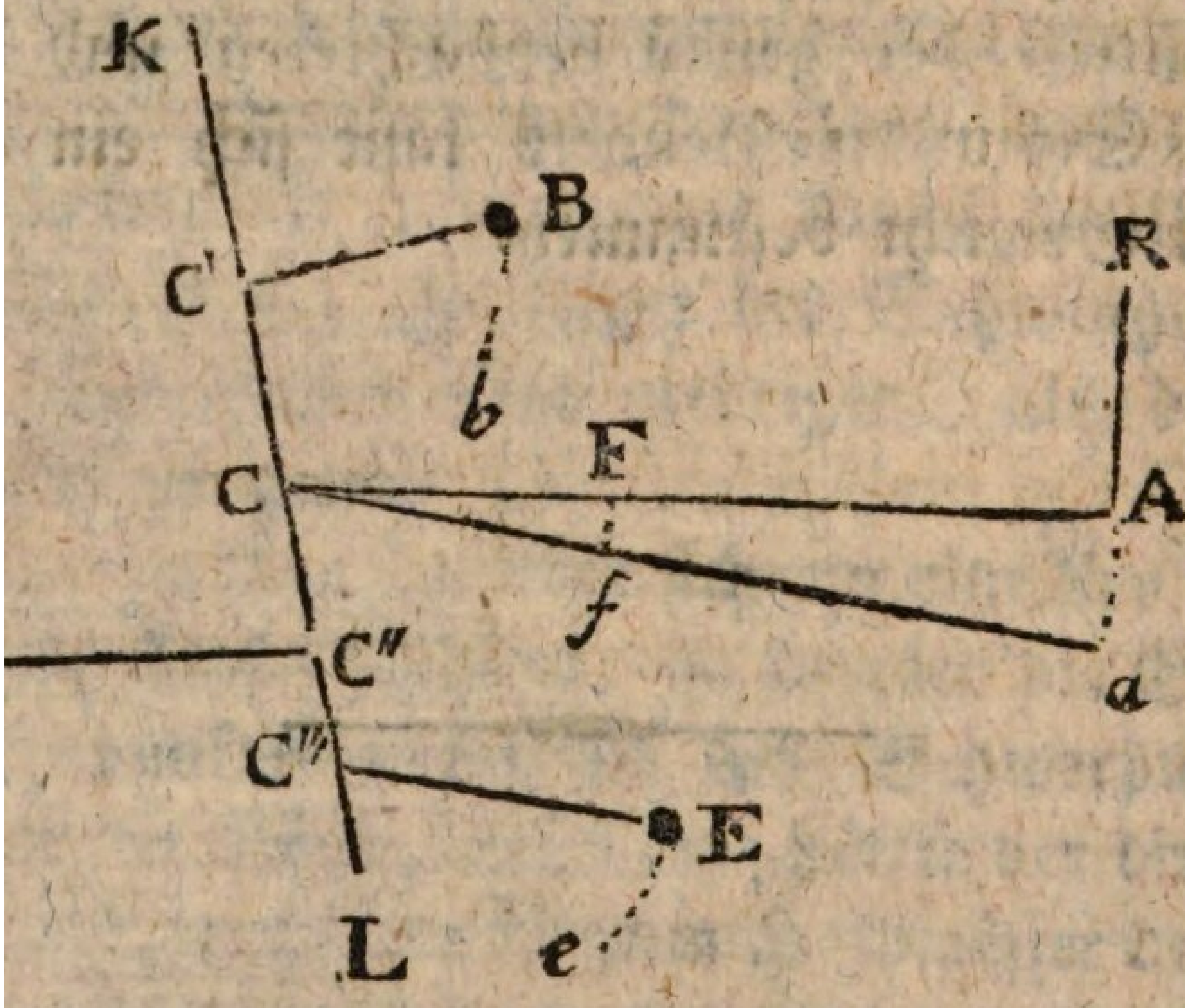
sich eine Kugel an einem Faden ohne Schwere
so wird die Entfernung des Schwingepunktes
des Schwerpunktes gefunden, wenn man nimmt
heile der dritten Proporzional-Linie zur Entfer-
Schwerpunktes von der Axe, und zum Halb-
Kugel. Und wenn die Kugel an ihrer Ober-
hänget ist, so lieget der Schwingepunkt um
el des Halbmessers niedriger, als der Mittel-
Schwerpunkt.

ein gerader Zylinder sich um eine Axe schwinget,
eine Basis halbiret, so beträgt die Entfernung
ngepunktes unterhalb des Schwerpunktes den
eil der Höhe, nebst der Hälfte der dritten Pro-
inie zur Höhe und zum Halbmesser der Grund-
der die ganze Länge des zustimmenden einfachen
trägt zwei Drittheil der Höhe, nebst dem ge-
eile. Für jede andere Axe, die mit der ge-
allel ist, beträgt die Entfernung vom Schwer-
Schwingepunkte so viel als herauskömmt,
zum Quadrate der Höhe das dreifache Quadrat
des

Wenn die Länge des einfachen Sek
der größten Genauigkeit bestimmet wer
man ein zusammengesetztes Pendel i
schwingen lassen, die Länge des zustimmen
dels berechnen, und dann die Rechnung
schon vorher (S. 277) erinnert worde

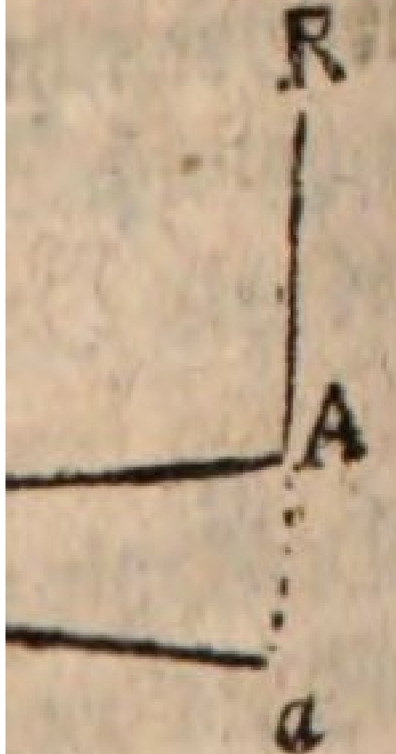
Vermittelst der genau beobachteter
Länge des Sekunden-Pendels läßt si
Maaß und Gewicht bestimmen.

wie im vorigen Hauptstücke §. 26, KL eine Axe. Es seien die kleinen Körper B, G, E ere, und mit der Axe KL auf irgend eine Art en. Es sei AC eine steife Linie, senkrecht auf



it derselben fest verbunden, und es wirke eine f einem Punkt A der AC. Ist die Richtung uf die Ebne senkrecht, worin KL und AC lie- tehen wir unter R die volle und absolute Kraft; ht, so läßt sie sich so zerlegen, daß ein Theil derſel-

e §. 26, KL eine
Körper B, G, E
auf irgend eine Art
Linie, senkrecht auf



und es wirke eine
Ist die Richtung
in KL und AC lie
und absolute Kraft;
en, daß ein Theil
dersel-

nehmen. Alsdann kann die Schwere
mehr verursachen, und es geschiehet al
Massen B, E, G ohne Schwere wären.

Ob gleich sie aber ohne Schwere
doch eine Trägheit oder Inerzie, vermi
Veränderung ihres Zustandes der Ru
gung widerstehen, und diese Trägheit
wie die Massen selbst, folglich auch
(wenn diese vorhanden wären).

Man erinnere sich überhaupt,
Hauptstücke §. 4 von der Trägheit, u
bis §. 26 von solchem Systeme ohne
worden. Ich wiederhole es hier nur
Leser die Lage der Sache vor Augen zu

§. 2.

In den angeführten Umständen i
(H. V, §. 26), daß das System sich eb
wenn in A, wo die Kraft wirket, ein
handen wäre, deren Größe folgen
drücket wird

$$\frac{B \times C'B^2 + G \times C''G^2 + E}{AC^2}$$

nzelnen Körper wirklich beschreiben, wenn in
und die Kraft R bloß auf die gerade AC wirket.

§. 3.

nun, es befinde sich in A solche Masse, wie
rden, so wird sie, vermöge der Kraft R, in
der Zeit den Weg Aa durchlaufen, der ihre
keit sein wird (Stat. Hauptst. II, §. 22); und,
se Aa ein Zirkelbogen ist, so ist er doch weder
ürzer, als die gerade Linie sein würde, welche
nmene Masse in der Einheit der Zeit durch-
e, wenn sie frei wäre (Hauptst. IV, §. 12).
Geschwindigkeit erhalten wird, wenn man die
die Masse theilet (Stat. H. II, §. 32), so ist

$$= R : \frac{B \times C'B^2 + G \times C''G^2 + E \times C'''E^2}{AC^2}$$

$$= \frac{R \times AC^2}{B \times C'B^2 + G \times C''G^2 + E \times C'''E^2}$$

§. 4.

CF die Einheit, nach welcher alle Linien im
messen werden, so beschreibet der Punkt F den
Zirkel-

schreiben, wenn i
gerade AC wirket.

solche Masse, wie
ge der Kraft R, in
rchlaufen, der ihre
tst. II, §. 22); und,
so ist er doch weder
sein würde, welche
it der Zeit durch-
auptst. IV, §. 11).
ird, wenn man die
II, §. 32), so ist
$G^2 + E \times C'''E^2$

$E \times C'''E^2$

her alle Linien im
t der Punkt F den
Zirkel-

Da Aa schon bestimmet ist, so ist
oder φ zu bestimmen. Nämlich es ist

$$AC : FC :: Aa : Ff$$

daher $$Ff = \frac{FC \times Aa}{AC}$$

oder, da $Ff = \varphi$, und $FC = 1$, so ist

$$\varphi = \frac{Aa}{AC}$$

oder $$\varphi = \frac{R \times AC^2}{B \times C'B^2 + G \times C''G^2 + E \times}$$

oder $$\varphi = \frac{R \times AC}{B \times C'B^2 + G \times C''G^2 + E \times}$$

§. 5.

Lehrsatz.

Die Winkel-Geschwindigkeit e
oder Körpers ohne Schwere, we
Stoß einer Kraft um eine unbeweg
wird, wird gefunden, wenn man
der Kraft, in Betreff der Axe, durch d

'E² ist die Summe aller Produkte jedes Körper-
dem Quadrate seiner senkrechten Entfernung von
nd eine solche Summe haben wir den Exponent
e oder der Trägheit in Betreff der Axe genannt
', §. 27).

ng. Ein Anfänger möchte nicht sogleich ein-
was die Größe R der Kraft eigentlich zu bedeu-
Die Größe der Kraft wird überhaupt bestimmet
s Produkt der Masse und der Geschwindigkeit.
lso die Kraft R im Stande ist, eine gewisse
Masse M mit einer Geschwindigkeit $= g$ zu
, so wird sein $R = M \times g$ (Stat.H.II, §. 30).

§. 6.

$$\varphi = \frac{R \times AC}{B \times C'B^2 + G \times C''G^2 + E \times C'''E^2}$$

$$AC = \varphi \times (B \times C'B^2 + G \times C''G^2 + E \times C'''E^2)$$

rste Glied der Gleichung ist das Moment der
Betreff der Axe. Das zweite hat man, der
t wegen, das Moment der Inerzie oder der
genannt, welches Moment demnach ein Pro-
der Winkelgeschwindigkeit in die Summe aller
Produkte

Schw
erhäl
Syst
des g
nung
welch
Kraf
und d
heit d

odukte jedes Körper
hten Entfernung von
en wir den Exponent
reff der Axe genannt

e nicht sogleich ein
eigentlich zu bedeu
überhaupt bestimmet
er Geschwindigkeit
e ist, eine gewisse
hwindigkeit = g zu
Stat. H. II, §. 30).

AC

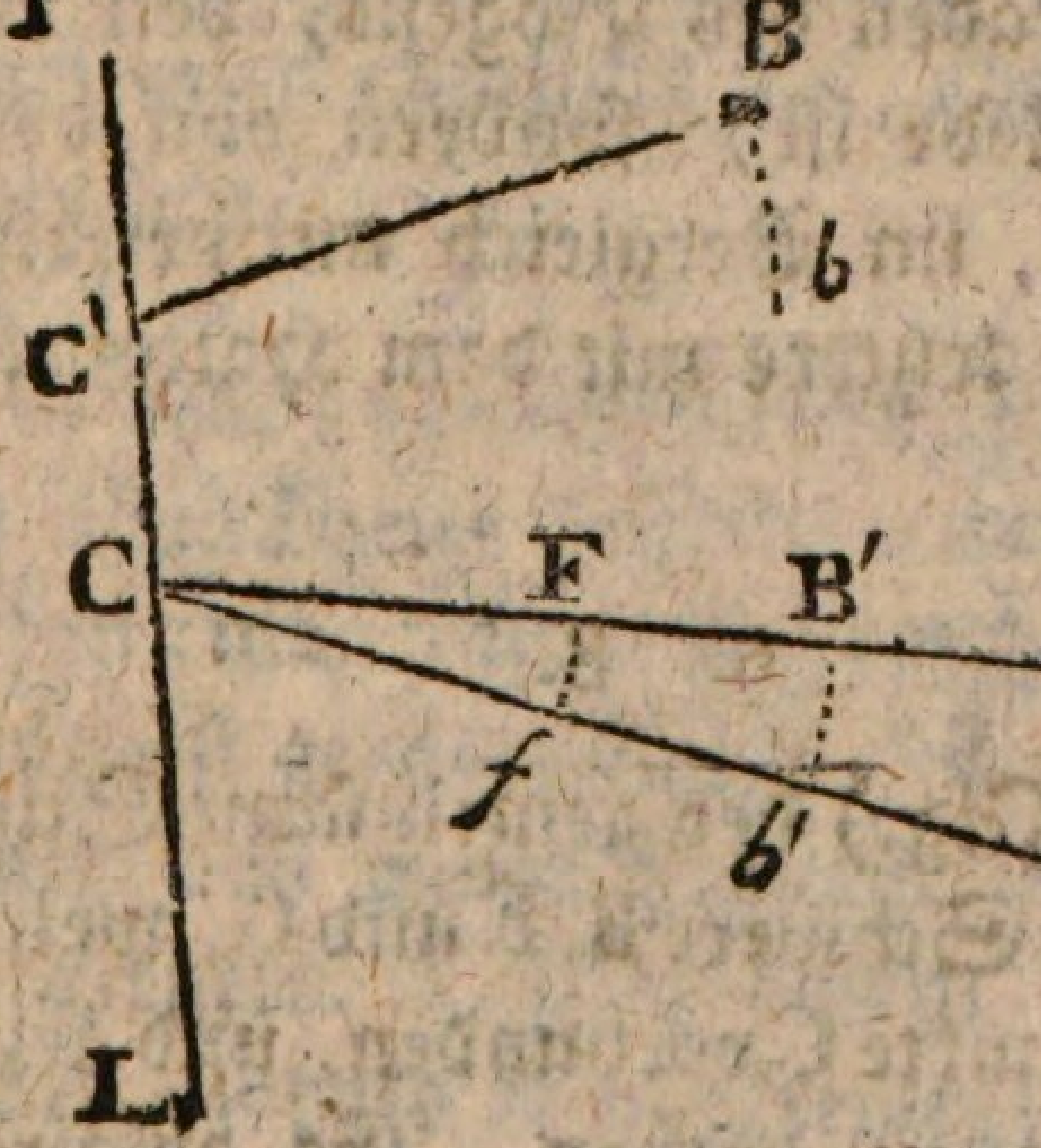
G²+E×C'''E²

C''G²+E×C''E²)

ist das Moment der
weite hat man, der
r Inerzie oder der
t demnach ein Pro
in die Summe aller
Produkte

Lehrsatz.

Wenn ein System oder ei
Schwere sich um eine unbeweglich
erhält man die Geschwindigkeit j
Systeme, wenn man die Wink
des ganzen Systemes mit der sei
nung des Punktes von der Axe mu
welches einerlei ist, wenn man d
Kraft mit gedachter Entfernun
und das Produkt durch den Expo
heit dividiret.



CF

.4) $Ff = \varphi$, und $CF = 1$, so ist

$$B'b' = CB' \times \varphi$$

oder $$B'b' = C'B \times \varphi$$

(§. 4)

$$= \frac{R \times AC}{B \times C'B^2 + G \times C'G^2 + E \times C'''E^2}$$

$$C'B \times \varphi = \frac{R \times AC \times C'B}{B \times C'B^2 + G \times C''G^2 + E \times C'''E^2}$$

g. Man merke wohl, daß in diesem Lehrsatze den Graden des Bogens, den ein Punkt be- die Rede ist, sondern von der Länge eines Bogens, im Vergleich mit der Länge des Bo- welcher letztere mit dem Halbmesser 1 beschrie-

§. 8.

(folg. Fig.) der gemeinsame Schwerpunkt der sen ohne Schwere B, E und G, welche auf irgend dem Punkte C verbunden, und gezwungen sind, herum zu drehen. Es beschreibe in einem

unend-

= 1, so ist

$G^2 + E \times C'''E'$

$C \times C'B$

$C''G^2 + E \times C'''E$

in diesem Lehrsätze
den ein Punkt be
on der Länge eines
der Länge des B
albmesser 1 beschrie

e Schwerpunkt der
, welche auf irgend
nd gezwungen sind,
beschreibe in einem
unend-

unendlich kleinen Zeittheilchen der Sch
gen A*a*, so kann A*a* als eine kleine ger
werden, die auf dem Halbmesser CA sen
a ziehe man *a*K mit AC gleich und paral
die Punkte C und K vermittelst der gera
statt, daß das System sich um C herum
sich auch vorstellen, daß der Schwerpun
fortrücket, daß aber zugleich das S
Schwerpunkt drehet, so daß der Pun
sein sollte, wenn A in *a* ist, unterdes
gehet, und die Linie KC = A*a* beschreib
Falle wird alles, wie vorher, erfolge
obgleich unbefestiget, wird dennoch
Schwerpunkt A wird ebenfalls A*a*, od
kel AC*a* beschreiben.

Da nun in dem angenommenen F
ist, und sich alle Theile desselben um
A drehen, so kann man sich die Körperch
punkt A vermittelst gerader Linien AB,
vorstellen, und das ganze System b
vielarmigten Hebels. Bei einem
armigten Hebel, sobald er in Beweg
Quantitäten der Bewegung gleich,

ede Masse mit ihrer Geschwindigkeit multipli-
heißt, wenn man ihre Quantität der Bewegung
o ist die Summe aller dieser Quantitäten der
= 0.

Quantitäten der Bewegung der Körperchen B,
m den Schwerpunkt B, heben sich also dermaßen
ihre Summe null ist. Nun bleibet also weiter
ig, als die Bewegung des Systemes in der
Die Quantität derselben beträgt bekannter
B + E + G) × Aa, und die Richtung Aa
senkrecht.

in in dem wirklichen Falle, wo der Punkt C
es so geschiehet, wie in dem erdichteten, so kann
sagen, daß, wenn ein System sich um einen
kt C herumdrehet, die Bewegungen alle Theile
h so einander aufheben, daß weiter nichts übrig
s eine Quantität der Bewegung, welche gleich
nme der Massen, mit der Geschwindigkeit des
nktes multiplizıret. Und diese Geschwindigkeit
rmöge des 7ten Paragraphs bestimmen.

es sei φ die Winkel-Geschwindigkeit des Sy-
ist (§. 7)

$$Aa = CA \times \varphi$$

Folglich

nicht i
die vo
länger
folglic
der ge
gehen,
sei H,
der Be

(

De
welche
durch ih
(§. 4).
in der (
drehend
CH eine
jetzt best
System
das Mo
gleich de
R × d =
Also
(B +

hwindigkeit mult
ntität der Bewegun
ser Quantitäten de

g der Körperchen B,
en sich also dermaßen
an bleibet also weite
es Systemes in de
n beträgt bekannt
und die Richtung de

, wo der Punkt C
erdichteten, so kann
System sich um einen
vegungen alle Theile
ß weiter nichts übrig
gung, welche gleich
Geschwindigkeit des
iese Geschwindigkeit
bestimmen.
windigkeit des Sy

Folglich

die von C entferntern Theile des Systems
längere Bögen zu beschreiben, als die n
folglich mehr Bewegung. Es muß den
der gedachten zusammengesetzten Kraft
gehen, der von C weiter als A entferne
sei H, so ist das Moment der Kraft,
der Bewegung

$$(B + E + G) \times CA \times C$$

Der Winkel φ ist schon durch die K
welche die drehende Bewegung verursac
durch ihre Entfernung von C, welche w
(§. 4). Wenn nun in dem Augenblicke
in der Entfernung d auf das System wi
drehende Bewegung zu geben, zugleich
CH eine solche Kraft entgegengesetzet wi
jetzt bestimmet haben, so ist nicht zu z
System im Gleichgewichte bleiben würd
das Moment $(B + E + G). CA$
gleich dem Momente $R \times d$. Nun
$R \times d = \varphi \times (B \times BC^2 + E \times EC$

Also

$$(B + E + G) \times CA \times CH \times \varphi =$$
$$+ E \times EC^2 + G \times G$$

krecht ist, die durch die Axe und den
unkt gehet, so bekömmt das System oder
der eine Quantität der Bewegung, 1)
eich ist dem Produkte der ganzen Masse
emes oder Körpers mit der entstehenden
ndigkeit des Schwerpunktes; 2) welche,
betrachtet, eine Richtung hat, die auf
senkrecht ist, welche durch die Axe und
verpunkt gehet; 3) deren Entfernung
Axe immer die nämliche ist, ohne Bezug
Größe und Entfernung der anstoßenden
) deren Entfernung erhalten wird, wenn
Exponenten der Trägheit durch das Mo-
Körpers oder Systemes dividiret, beides
f der gegebenen Axen gerechnet.

Lehrsatz ist nichts anders als die Verkürzung
Räsonnements, welches im vorigen Paragraph
st. Obgleich dort nur von einem Systeme dreier
geredet wurde, so ist leicht einzusehen, daß
uf so viel Körperchen als man will, ja auf un-
e anwenden läßt, folglich auch auf jeden Körper,
r Größe man will, indem man ihn als ein
n unendlich vielen Elementen betrachten kann.

Die

H
her ei
und se
gentlic
ein bel
gehöre
Körper
Winke
so besch
diese (
bekömm
dieses i
Masse
ausübe
Beweg
mit r,
Widers
das M
der Axe
die übri
r′, r″,
ebenfall

die Axe und
das System oder
Bewegung, 1)
der ganzen Masse
der entstehenden
ktes; 2) welche
ung hat, die auf
urch die Axe und
deren Entfernung
ist, ohne Bezug
der anstoßenden
alten wird, wenn
it durch das Mo
s dividiret, beides
rechnet.

als die Verkürzung
vorigen Paragraph
nem Systeme drei
cht einzusehen, daß
an will, ja auf un
ch auf jeden Körper,
n man ihn als ein
n betrachten kann.
Die

Hier finden wir die beste Gelegenhe
her eigentlich die Benennungen des Mo
und seines Exponenten entstanden sind,
gentlich für Begriffe damit verknüpfen
ein beliebiges Körperchen, was zum
gehöret, oder es sei m ein materieller P
Körpers. Es sei m in der Entfernung r
Winkel-Geschwindigkeit des Systemes
so beschreibet m einen Bogen $= r\varphi$ (
diese Geschwindigkeit mit der Masse m
bekömmt man ihre Quantität der Be
dieses ist zugleich der Widerstand,
Masse m, vermöge ihrer Trägheit,
ausübet, durch welche das System
Bewegung gesetzet wird. Multiplizir
mit r, so hat man $mr^2\varphi$, als das Mo
Widerstandes, in Betreff der Axe, w
das Moment der Trägheit des Körperc
der Axe, nennen kann. Sind nun m'
die übrigen Theilchen des Systemes o
r', r'', r''', u. s f. ihre respektiven En
ebenfalls $m'r'^2\varphi$, $m''r''^2\varphi$, $m'''r$

Wort Exponent bedeutet überhaupt eine Zahl,
öße genauer angiebt oder bestimmet.

ehet zugleich aus dieser Erklärung, daß der
eines Körpers, dem man eine drehende Be-
en will, desto größer ist, je größer das Mo-
ägheit ist, und wenn man φ als unverändert
e größer der Exponent der Trägheit ist.

§. 11.

der Exponent der Trägheit, für einen einzelnen
n endlicher Größe gefunden werden soll, so
an die Integral-Rechnung, und dann ist
$n'r'^2 + m''r''^2 + m'''r'''^2 +$ &c.)
s als das Integral von mr^2 oder $\int mr^2$, vor-
daß m unendlich klein ist, und zwischen m und r
Gleichung Statt findet. Also ist überhaupt
Moment der Trägheit, und $\int mr^2$ der Expo-
Moments, oder der Trägheit selbst.

§. 12.

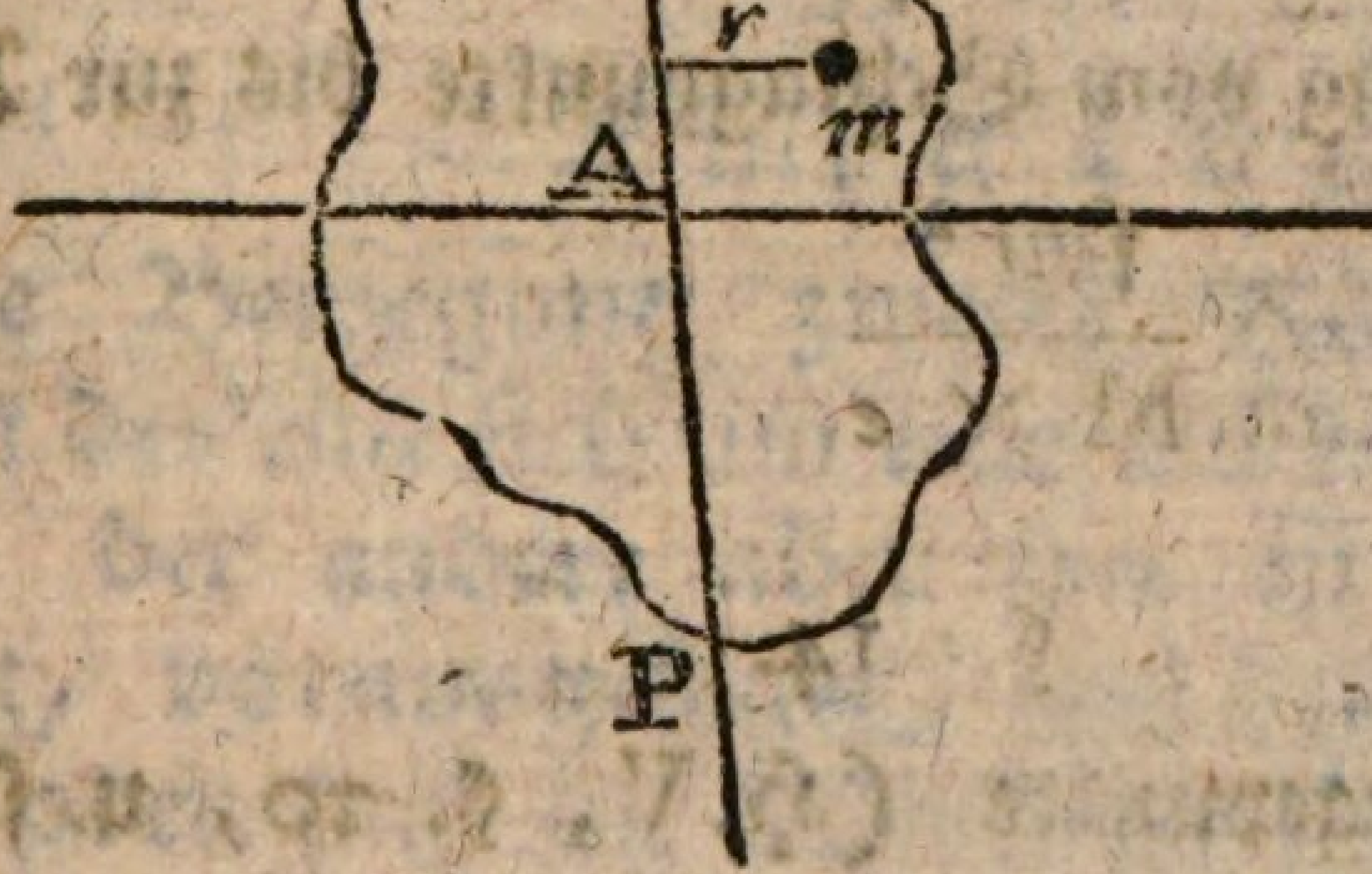
vorigen Hauptstücke §. 29 haben wir bewiesen,
glich ist, den Exponenten der Trägheit für eine
Axe

ſtimmet.

klärung, daß der
eine drehende Be
je größer das Mo
φ als unveränder
Trägheit iſt.

für einen einzelnen
en werden ſoll, ſo
g, und dann iſt
$n'''r'''^2$ + &c.)
^{2} oder $\int mr^2$, von
d zwiſchen m und r
Alſo iſt überhaupt
d $\int mr^2$ der Expo
eit ſelbſt.

haben wir bewieſen,
er Trägheit für eine
Axe



Es ſei demnach m ein beliebiges Th
pers K, und r die ſenkrechte Entfernung
Axe PQ, die durch den Schwerpunkt
MN die gegebene Axe, mit PQ parallel,
fernung beider Axen oder die Entfernu
punktes von der gegebenen Axe, ſo iſt
Trägheit in Betreff der Axe K.AC² +

§. 13.

Die vorhergehenden Lehren haben
der Unterſuchung der Schlagpunkte und
punkte. Unter dem Schlagpunkte (c
ſion) verſtehet man in einem Körper oder
ſich um eine unbewegte Axe drehet, d

ntfernung vom Schlagpunkte bis zur Axe

$$\frac{\int mr^2}{M \times e}$$

§. 14.

Schwingepunkte (H. V, §. 20, u. s. w.) ist
rigen Hauptstücke ausführlich gehandelt worden.
um ihn zu finden, ist genau die nämliche, welche
tzt für den Schlagpunkt angegeben haben (H. V,
lso sind beide Punkte einerlei, oder es ist der-
nkt, unter zwei verschiedenen Namen.

ng. Diese Identität des Schlagpunktes und
hwingepunktes gilt jedoch nur für solche Körper,
um eine unbewegte Axe drehen. Denn wenn
per frei ist, so bekömmt er einen andern Schlag-
wie wir in der Folge sehen werden.

§. 15.

ein Körper sich um eine Axe drehet (diese muß
n, oder der Körper ohne Schwere), und man
Bewegung mit einmal hemmen, so muß ihm
entgegengesetzet werden, deren Moment dem
Momente

te bis zur Axe

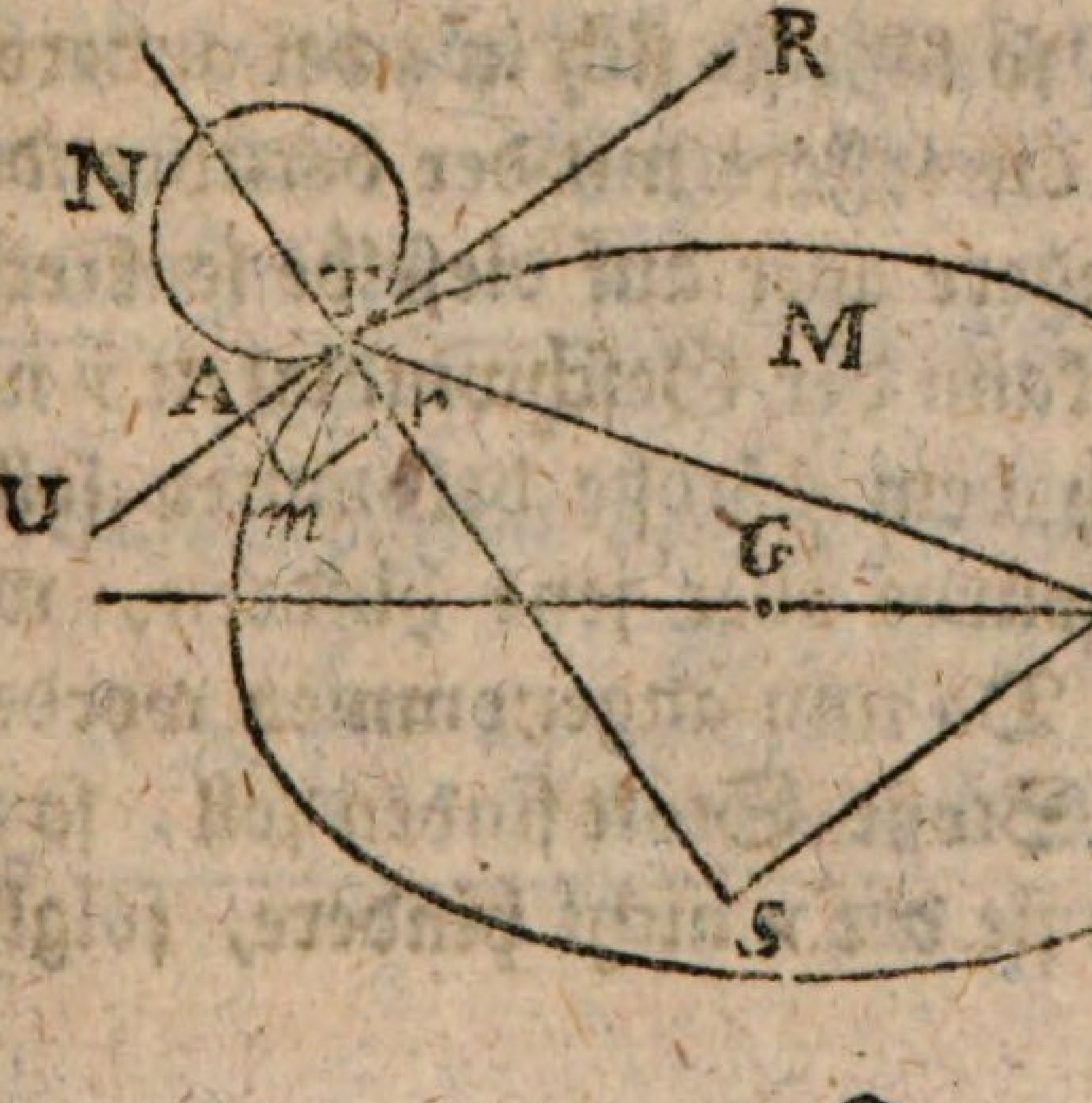
§. 20, u. s. w.) ist
ch gehandelt worden
die nämliche, welche
egeben haben (§. I,
ei, oder es ist der
n Namen.

Schlagpunktes und
r für solche Körper,
ehen. Denn wenn
nen andern Schlag
werden.

e drehet (diese muß
Schwere), und man
nnen, so muß ihm
deren Moment dem
Momente

Aufgabe.

Die Bewegung zweier Kö
wovon der eine sich um eine unbe
kann, der andere aber frei ist
anstößt, vorausgesetzet, daß bei
sind, oder daß die Wirkung ih
hindert wird, auch daß die Richt
Körpers auf die gestoßene Fläche
parallel mit der Ebne, die du
punkt gehet, und die zugleich
recht ist.



ese Quantität der Bewegung. Man fälle CS
f TS, so ist CS die Entfernung von der Axe,
edachte Quantität der Bewegung oder Kraft
lich bekömmt M dadurch eine Winkelgeschwin-
und 10)

$$= \frac{N \times (V - v) \times CS}{\int mr^2}$$

kt T bekömmt eine Geschwindigkeit

$$\varphi = \frac{N \times (V - v) \times CS}{\int mr^2} \times CT$$

der unendlich kleine Bogen T*m* stelle diese
keit vor, so läßt sie sich in zwei andere T*r* und
wovon die erstere mit der berührenden Ebne
t, die andere aber auf dieselbe senkrecht. Die
keit TA kann der Geschwindigkeit *v* nicht hin-
N nach dem Stoße bekommen soll. Die
keit T*r* würde aber jene hindern, wenn T*r*
als *v*. Da nun angenommen worden, daß
ch dem Stoße Statt finden soll, so muß T*r*
ein, daß sie der *v* nicht hindere, folglich muß

In

g. Man fälle ...
nung von der Art,
vegung oder Kraft
e Winkelgeschwin-

S

windigkeit

S
– × CT

en Tm stelle diese
wei andere Tr und
berührenden Ebne
lbe senkrecht. Die
digkeit v nicht hin-
mmen soll. Die
ndern, wenn Tr
nen worden, daß
n soll, so muß Tr
ere, folglich muß

In

und da Tm die Geschwindigkeit des P...
cher vorher durch $CT \times \varphi$ ausgedrücket ...

$$\frac{v \times CT}{CS} = \frac{N(V-v) \times CS ...}{\int mr^2}$$

$$\frac{v}{CS} = \frac{N \times V \times CS - N ...}{\int mr^2}$$

$$v . \int mr^2 = N \times V \times CS^2 - N ...$$

$$v(\int mr^2 + N.CS^2) = N \times V \times CS^2$$

$$v = \frac{N \times V \times CS^2}{\int mr^2 + N.CS^2}$$

Dieses ist demnach die Geschwind...
N nach dem Stoße. Setzet man ...
$\varphi = \frac{N \times (V-v) \times CS}{\int mr^2}$, so bekö...
Winkel-Geschwindigkeit des drehende...

$$\varphi = \frac{N \times \left(V - \frac{N \times V \times ...}{\int mr^2 + N \times ...}\right)}{\int mr^2}$$

$\int mr$

[dividi]ret man oben und unten durch $\int mr^2$, so ist endlich

$$\Phi = \frac{N \times V \times CS}{\int mr^2 + N \times CS^2}$$

[...]l = Geschwindigkeit des drehenden Körpers. [...] die Geschwindigkeit des Punktes S haben,

$$CS \times \Phi = \frac{N \times V \times CS^2}{\int mr^2 + N \times CS^2}$$

[...]liche, wie Tr oder V, welches auch sein muß, [...]m Anfange der Bewegung, so lange der vom [...]eschriebene Bogen noch als eine gerade Linie [...]erden kann.

§. 17.

[...]n vorhergehenden Aufgaben kömmt das Inte[...] [...]or. Wie solches bei jedem Körper gefunden [...] vorigen Hauptstücke hinlänglich gelehret wor[...] [...]t. V, §. 39 &c.). Wir wollen jetzt noch eine [...]achtung beifügen, welche einen praktischen [...]n kann.

§. 18.

Es[...] [...]hend h[...] auf we[...] Stange[...] B durc[...] punkt B[...] BD ger[...] Diese S[...] §. 12, [...] Stange [...] Diese [...] gehet a[...] einen an[...] nennet ([...] einerlei [...] Gegenst[...] men, de[...]

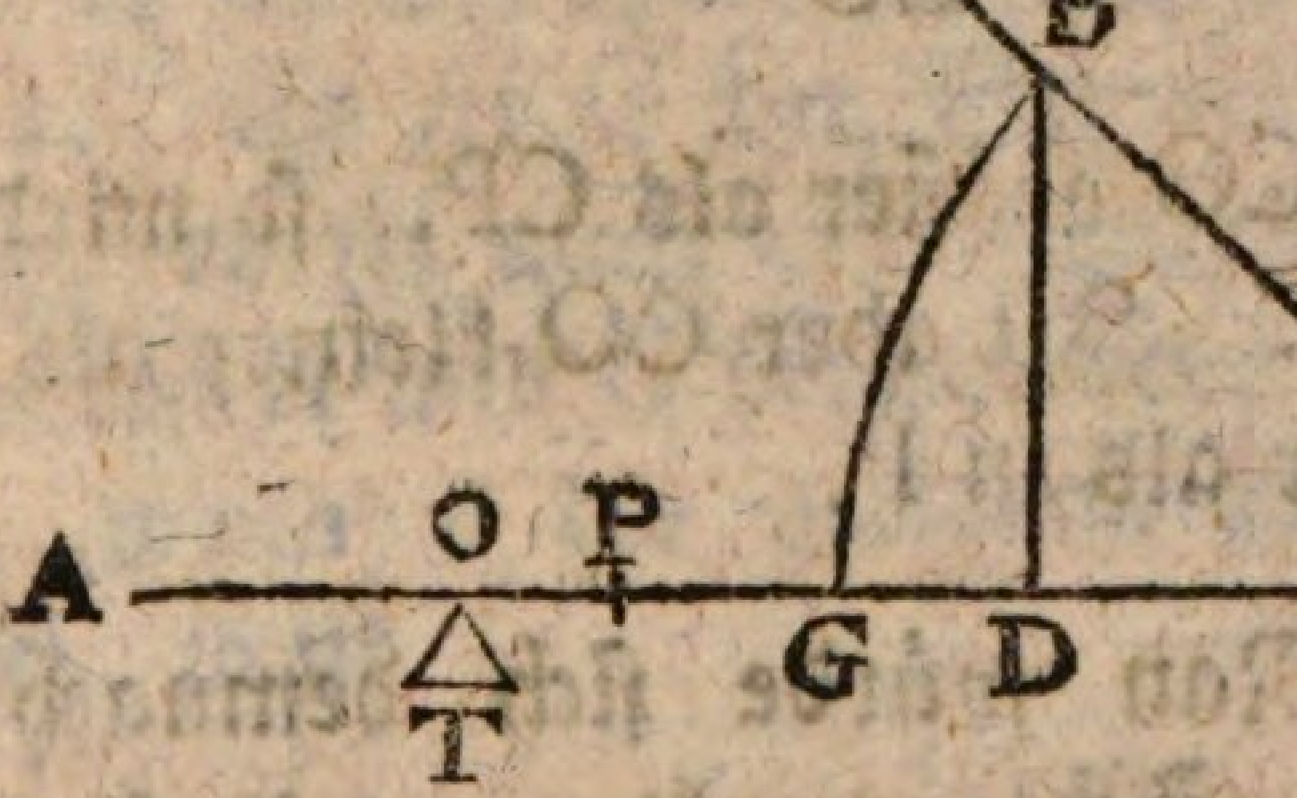
ch ſmr², ſo iſt endlich

drehenden Körpers.
Punktes S haben,

ches auch ſein muß,
, ſo lange der vom
s eine gerade Lini

n kömmt das Inte
m Körper gefunden
nglich gelehret wor
ollen jetzt noch eine
e einen praktiſchen

§. 18.



Es ſei CA die Stange, welche au
hend herunter fällt, und T der unbewe
auf welchen ſie ſtößt. Man betracht
Stange, als wäre es im Schwerpunkt
B durch den Bogen BG fällt, ſo er
punkt B die nämliche Geſchwindigkeit,
BD gerade herunter gefallen wäre (
Dieſe Geſchwindigkeit iſt leicht zu bere
§. 12, Ex. V). Sie ſei u, und es
Stange, ſo iſt $M \times u$ ihre Quanti
Dieſe Quantität der Bewegung, a
gehet aber nicht durch den Schwerp
einen anderen Punkt (§. 9), welchen m
nennet (§. 13), und welcher mit de
einerlei iſt (§. 14). Dieſer Punkt
Gegenſtand, wenn er unter P wäre,
men, deſſen Stärke ebenfalls durch M

nnach CO größer als CP, so wird der Schlag
ls in P. Ist aber CO kleiner als CP, so wird
stärker als in P.

g. Man würde sich demnach sehr irren,
an den Schlagpunkt eines drehenden Körpers
solchen hielte, wo der Schlag am stärksten ist.
r ist nichts anders, als derjenige Punkt, wo
lag eben so stark ist, als wenn der schlagende
n horizontaler Lage von der Höhe BD herunter
d wenn dessen Schwerpunkt gerade auf den Ge-
träfe; oder es ist der Punkt, wo der Schlag
en Quantität der Bewegung des schlagenden
gleich ist (§. 13).

§. 19.

Aufgabe.

Stange, die sich mit einer gewissen Ge-
keit um eines ihrer Enden drehet, trifft
glichen Gegenstand. Es wird gefraget,
schwindigkeit sowohl die Stange als der
genstand bekommen?

Gesetzt,

digkeit
digkeit
und C
von de
CG.
Punkte

und die
Quantit

diese, c
(§. 9 un
Es s
ment der

So
soviel th

digkeit, und es bleibet ihm nur noch
digkeit $u - v$. Es sei G der Schw
und $CG = g$, es sei auch $CA = a$,
von den Punkten A und G beschrieben
CG. Also, wenn x die verlorne
Punktes g ist, so ist

$$a : g :: (u - v) :$$

$$\text{daher } x = \frac{g.\ (u - v)}{a}$$

und die Stange, wenn M ihre Mass
Quantität der Bewegung

$$Mx = \frac{M.g.\ (u - v)}{a}$$

diese, als Kraft betrachtet, gehet durc
(§. 9 und 13).

Es sei P dieser Punkt und $CP = p$
ment der verlornen Kraft

$$\frac{M.g.p.\ (u - v)}{a}$$

So viel Moment oder Wirkung die
so viel theilet sie dem Gegenstande M′ m

$$M.g.p.(u - v) = M'b^2 v$$

$$M.g.p.u - M.g.p.v = M'b^2 v$$

$$M.g.p.u = (M.g.p + M'b^2)\, v$$

$$\frac{M.g.p.u}{M.g.p + M'b^2} = v$$

die Geschwindigkeit, die der Punkt a verlieret.

n $v' = \frac{b}{a}.v$, so multiplizire man den Werth

$\frac{b}{a}$, dann kömmt

$$v' = \frac{M.g.p.b.u}{a(M.g.p + M'b^2)}$$

sei ϕ die Winkel-Geschwindigkeit der Stange, Geschwindigkeit u das Ende des $A = a\phi$, t

$$v' = \frac{g.p.b.M.\phi}{(M.g.p + M'b^2)}$$

man oben und unten durch $M.g.p$ dividiret

$$v' = \frac{b.\phi}{1 + \frac{M'}{M}.\frac{b^2}{g.p}}$$

§. 20.

Es ist klar, das v' null wird, wenn
heißt, wenn man den Gegenstand unter
selbst leget. Ebenfalls wird $v = 0$,
denn in diesem Falle ist

$$v' = \frac{\infty.\varphi}{1 + \frac{M'}{M.'}\cdot\frac{\infty^2}{g.p}}$$

oder weil 1 in Betracht von ∞^2 verschw

$$v' = \frac{\infty.\varphi}{\left(\frac{M'}{M}\cdot\frac{\infty^2}{g.p}\right)} = \frac{\quad}{\frac{M'}{M}}$$

Da hier im Nenner ein unendlich gr
der Bruch null.

Da also die Geschwindigkeit des M'
nahe, als unendlich fern von C null wird
wo eine Stelle sein, wo v' am größten
Stelle oder die zustimmende Entfernung
man die Gleichung

$$v' = \frac{b.\varphi}{1 + \frac{M'}{M}\cdot\frac{b^2}{g.p'}}$$

$$= 1 + \frac{\quad}{M} \cdot \frac{\quad}{g \cdot p} - \frac{\quad}{M} \cdot \frac{\quad}{g \cdot p}$$

$$= 1 - \frac{M'}{M} \cdot \frac{b^2}{g \cdot p}$$

$$= M.g.p - M'b^2$$

$$= M.g.p$$

$$= \frac{M.g.p}{M'}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{M.g.p}{M'}\right)}$$

vorletzte Gleichung giebt diese Proporzion

$$M' : M :: (g.p) : b^2$$

, wie sich die gestoßene Masse, zur Masse der Stange verhält, so verhält sich das Produkt Entfernungen sowohl des Schwerpunktes als auch vinge-punktes, zum Quadrate der Entfernung des , wo der Schlag die größte Geschwindigkeit

tz. Diese Aufgabe und die vorige können auch re drehende Körper als bloße Stangen angewandt

An

g.p

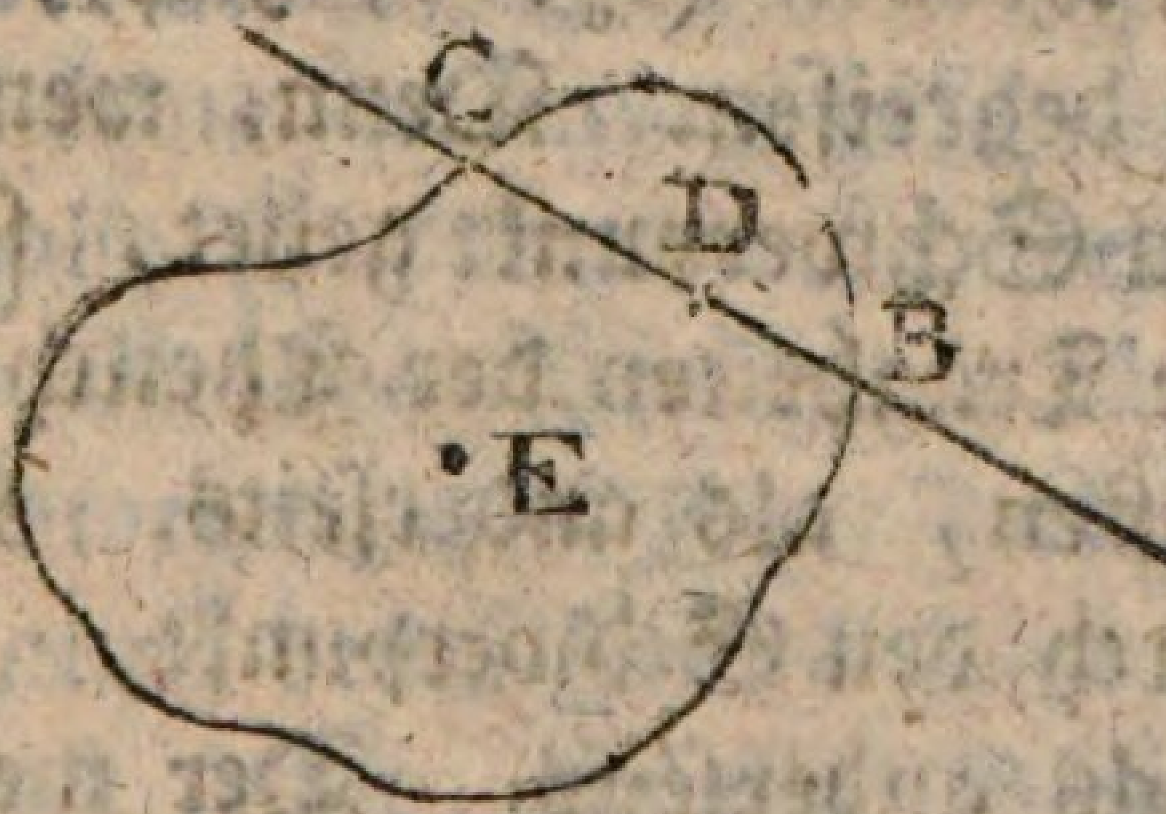
ese Proporzion

Nasse, zur Masse
hält sich das Prod
chwerpunktes als
te der Entfernung
rößte Geschwindig

ie vorige können
e Stangen angewand

Ehe wir weiter gehen, ist noch einig
der Wirkungs-Art der Kräfte auf die Kö

Wenn die Kraft ein Körper ist, d
dern stößt, so pfleget man die Kraft de
andere zu zerlegen, deren eine auf di
senkrecht ist, die andere aber mit derselb
(§. 9). In andern Fällen aber findet ei
nicht allemal Statt.



Zum Exempel, wenn man saget,
auf dem Körper E in der Richtung A
Kraft den Körper, vermöge eines Fade
hinziehen. Sie kann auch, vermöge
steifen Linie AB den Körper E in der Ri
wenn nur in B ein kleines Fleckchen vor

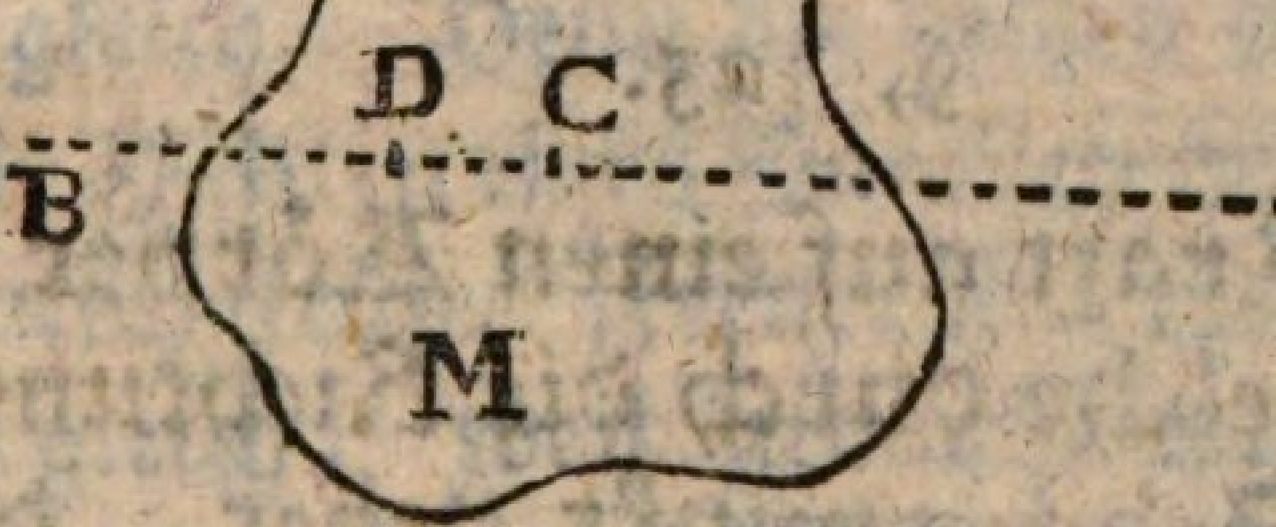
die Richtung der Kraft, die auf einen
rper wirket, durch dessen Schwerpunkt
gehet dieser Schwerpunkt in der Richtung
fort, und alle Theilchen des Körpers
ihm in parallelen Linien. Hingegen,
Richtung nicht durch den Schwerpunkt
ntstehet eine drehende Bewegung zugleich
rogressiven, oder fortlaufenden.

te Theil dieses Satzes ist schon an einem an-
ewiesen worden (H. II, §. 4), und der zweite
eicht zu begreifen. Denn, wenn die Wirkung
urch den Schwerpunkt gehet, so entstehet kein
weil die Trägheiten der Theilchen einerseits so
tand leisten, als anderseits. Gehet aber die
cht durch den Schwerpunkt, so ist einerseits
rstand als anderseits. Der weniger widerste-
des Körpers gehet demnach geschwinder, als
derstehende, woraus eine drehende Bewegung
aß aber der Körper während dem Drehen auch
hen müsse, ist daraus klar, daß die Kraft ihm
wärts treibet, und daß das Drehen nur zufäl-
aus dem mangelnden Gleichgewichte der
folget.

§. 24.

ft, die auf einen
sen Schwerpunkt
t in der Richtung
hen des Körpers
ien. Hingegen
en Schwerpunkt
ewegung zugleich
ufenden.
schon an einem a
4), und der zweite
wenn die Wirkung
t, so entstehet kein
eilchen einerseits s
. Gehet aber die
t, so ist einerseits
r weniger widerste
h geschwinder, als
rehende Bewegung
dem Drehen auch
daß die Kraft ihm
Drehen nur zufäll
Gleichgewichte der

§. 24.



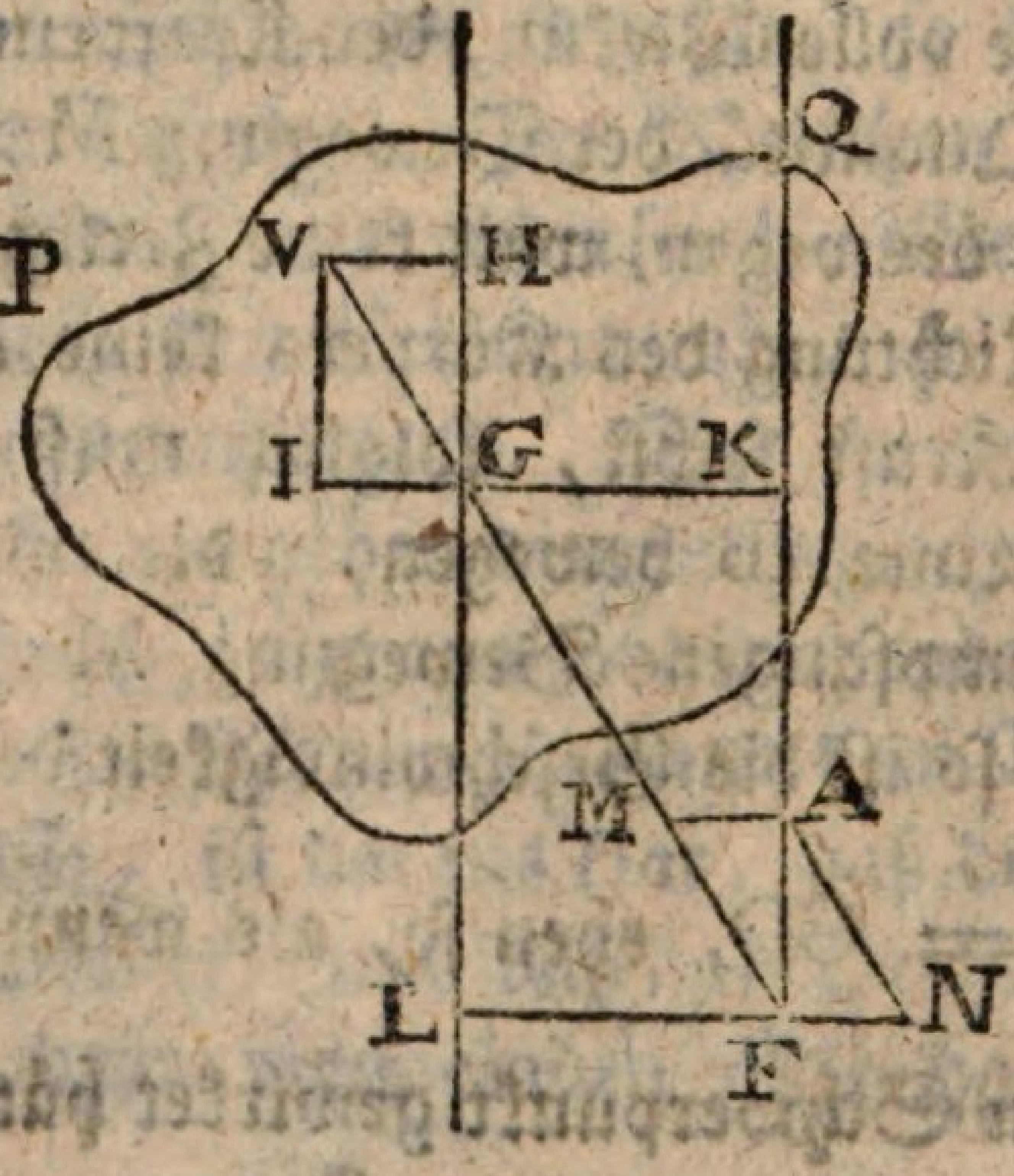
Gesetzt, eine Kraft wirke auf de
der Masse M, so daß sie in ihm die G
hervorbringe, so giebt die Kraft dem Kö
der Bewegung M × CD. Gese
Kraft wirke in der Richtung PR, außer
punktes, so daß keine Zerlegung geschel
der Körper die volle Wirkung der Kraft e
ebenfalls die Quantität der Bewegung M
Ferner, eben deswegen, weil keine Zerle
so kann die Richtung des Körpers keine
diejenige der Kraft selbst, folglich mu
punkt in der Linie AB bewegen, die n
Da nun die empfangene Bewegung M
die Masse M, so ist die Geschwindigkeit

$$\frac{M \times CD}{M} = CD,$$ eben so, als wen

telbar auf den Schwerpunkt gewirket h

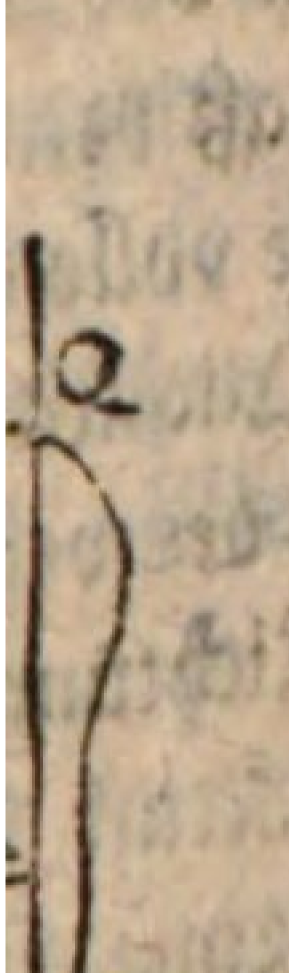
§. 25.

eine Kraft auf einen Körper wirket, so
bne, welche durch die Richtung der Kraft
den Schwerpunkt gehet, den Körper
eiche und ähnliche Theile zerschneidet, so
der Körper um den Schwerpunkt her=
o als wenn der Schwerpunkt unbeweglich
er als wenn durch den Schwerpunkt eine
iche Axe ginge, die auf gedachte Ebne
stände.



Es

Körper wirket,
Richtung der Kra
het, den Körper
e zerschneidet,
Schwerpunkt be
punkt unbewegli
Schwerpunkt ei
uf gedachte Eb



Es

ähnlich und gleich. Denn die beiden er
letzten sind die Hälften eines Parallelogra
und zwei ähnlichgleich. Ferner sind △ I
ähnlich und gleich, weil gemacht wor
weil die homologen Winkel AFM und HG
weil beide einen rechten Winkel haben.
That die vier Dreiecke ähnlichgleich.

Nun ist die Kraft FA in zwei zerle
und FM. Anstatt der FM kann auch G
den, die ihr gleich und in derselbigen Ri
GV ist wiederum in zwei zerleget, näm
Also befindet sich der Körper im nämlich
wenn er von den drei Kräften FN, G
würde. Von diesen dreien ist GH der g
gleich, und verursachet, daß der S
Weg GH = FA durchläuft, als w
unmittelbar auf ihn wirkete (§. 24).
die Kräfte GI und FN, welche zwar gle
derselbigen Linie entgegengesetzet sind,
hende Bewegung verursachen müssen.
verursachet FN eigentlich allein das Dre
dem Schwerpunkt wirket, der, wie wi
Gründen wissen (§. 24), nur bloß den

oment würde seyn FA × GK.

nd die Dreiecke FAM, FKG ähnlich. Also ist
:: FK : KG, daher

$$FA \times KG = AM \times FK$$

$$FA \times KG = FN \times GL$$

$$AM = FN \text{ und } FK = GL$$

d die Momente beider Kräfte gleich, und sie
gleiche Wirkung. Folglich drehet sich der Kör-
cher Geschwindigkeit in seinem Schwerpunkt G,
er Schwerpunkt entweder frei, oder unbeweg-

ie Ebnen FKG, wie vorausgesetzet worden, den
zwei ähnlichgleiche Theile theilet, so ist alles
Seiten der Ebnen gleich, und es ist keine Ur-
nden, warum der Körper schwanken sollte, so
Ebne FKG selbst verrückte. Findet aber diese
ung nicht Statt, so ist die Bewegung nicht so
sondern der Körper drehet sich in verschiedenen
, welchen Fall einige große Mathematiker auch
haben. In einem Lehrbuche wie dieses ist,
uns mit dem ausgeführten Falle begnügen, der
ufig anwendbar ist.

§. 26.

G ähnlich. Also

FK

GL

GL

äfte gleich, und

drehet sich der Kö

nem Schwerpunkt G,

frei, oder unbeweg

gesezet worden, de

theilet, so ist alle

und es ist keine Ur

schwanken sollte, s

Findet aber diese

Bewegung nicht s

sich in verschiedenen

Mathematiker auch

buche wie dieses ist,

Falle begnügen, der

§. 26.

durch die Richtung und den Schwer
Körper in zwei ähnlichgleiche Theile zer
die Umstände der Bewegung leicht
Denn erstlich geschiehet die Bewegung
G in einer Richtung, die mit RS paralle

Geschwindigkeit $= \frac{R}{M}$, wenn M die

ist (§. 24). Zweitens, was die drehe
trift, so gedenke man sich in G eine Axe
senkrecht (§. 25), und berechne dann
schwindigkeit durch die schon bekannte F

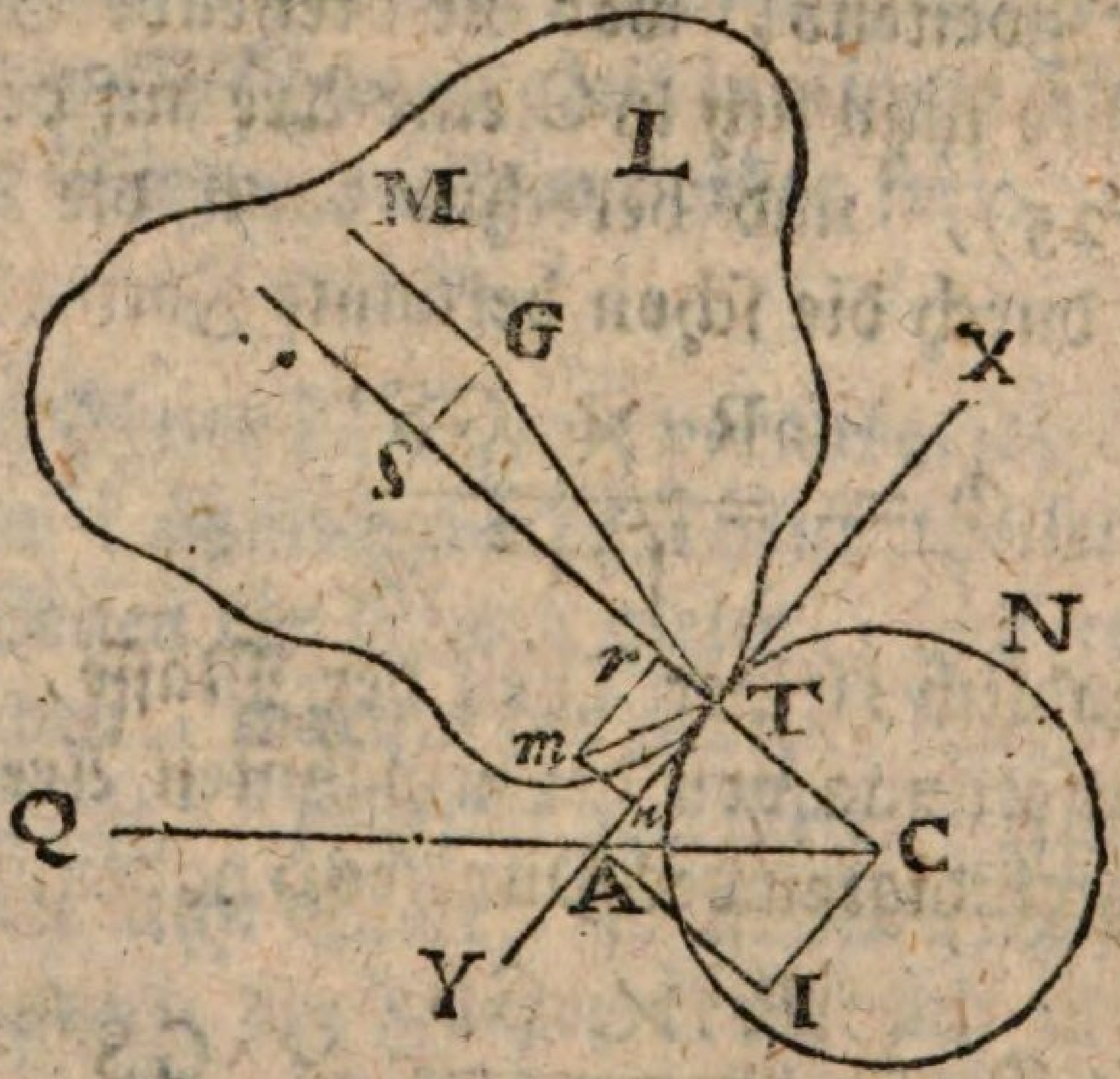
$$\varphi = \frac{R \times GS}{\int mr^2}$$

wo m ein unendlich kleiner Theil der M
senkrechte Entfernung von der erwähnte
man die Geschwindigkeit des Punktes S h

$$SG \times \varphi = \frac{R \times GS}{\int mr^2} \times G$$

oder $SG \times \varphi = \frac{R \times GS^2}{\int mr^2}$

ewegter Körper stößt an einem ruhenden,
Ebne, welche durch den Schwerpunkt
iden geher, und eine gerade Linie, die
berührten Stelle senkrecht stehet, den
in zwei ähnliche und gleiche Theile zer-
Es sollen die Richtungen und Geschwin-
beider Körper nach dem Stoße bestimmet



is annehmen, daß der Körper N gegen den
aufe, in einer solchen Richtung CQ, daß im
Körper

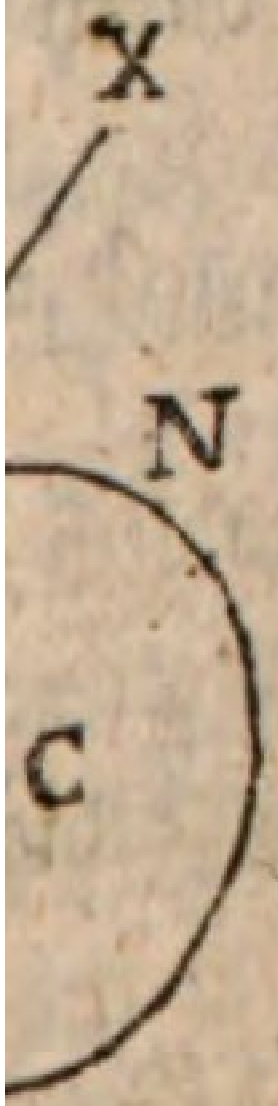
CT o
durch
an B
den K
Daher
in der

Zuglei
der P
(§. 26

oder,

S
wirkli
Körpe
tung h
sich w
dieses

n einem ruhenden
den Schwerpunkt
gerade Linie, die
recht stehet, den
gleiche Theile zer
en und Geschwin
Stoße bestimmet



Körper N gegen den
chtung CQ, daß im
Körper

durch den Stoß V — v an Geschwindigk
an Bewegung oder an Kraft. Diese
den Körper L, und wirket auf ihn in
Daher bekömmt sein Schwerpunkt eine
in der Richtung GM mit TS parallel,

$$v' = \frac{N.(V - v)}{L}$$

Zugleich aber bekömmt L eine drehende
der Punkt S sich mit einer Geschwindig
(§. 26)

$$u = \frac{N(V - v) \times GS}{\int mr^2}$$

oder, wenn wir setzen GS = D,

$$u = \frac{N.D^2.(V - v)}{\int mr^2}$$

Soll nun N die Geschwindigkeit v
wirklich nach dem Stoße haben, so m
Körpers L eben diese Geschwindigkeit
tung haben, indem N den Punkt T in
sich wegtreibet. Wir müssen demnach
dieses Punktes T im Körper L etwas ge

recht sind; denn es ist Tm senkrecht auf GT,
parallel, und folglich senkrecht auf TS, Tr
GS. Also

$$GT : GS :: Tm : Tr$$

$$Tr = \frac{GS \times Tm}{GT}.$$

die drehende Geschwindigkeit des Punktes S
werpunkt G herum, mit u bezeichnet worden,
ähnliche Bögen allemal wie ihre Halbmesser
o ist

$$: Tm :: GS : GT,$$

$$m = \frac{u \times GT}{GS}$$

Werth setze man in $Tr = \frac{GS \times Tm}{GT}$, so
$= u$. Da nun der Punkt T zugleich in der
die Geschwindigkeit v' hat, welche allen übri-
gemein ist, so hat er überhaupt die Geschwin-
$- u$, und da, wie schon bemerket worden,
indigkeit derjenigen v gleich sein muß, die N
tetze behält, so ist $v' + u = v$.

Wir

Wi
der der
v.L.smr
v.L.smr
v.L.smr
v[(L+
Folglich
V -
=
=

nkrecht auf TS, T

igkeit des Punktes S
u bezeichnet worden,
vie ihre Halbmesser

$= \frac{GS \times Tm}{GT}$, so

ft T zugleich in der
, welche allen übri
aupt die Geschwin
n bemerket worden,
ch sein muß, die N
$u = v$. Wir

Wenn man in die erste die Werthe
der der zweiten und dritten eintauschet, s

$$v = \frac{N\,(V - v)}{L} + \frac{N.D^2}{\int \ldots}$$

$$v.L.\int mr^2 = N.\int mr^2.(V - v) + N.D^2.L \ldots$$

$$v.L.\int mr^2 = N.\int mr^2 V - N.\int mr^2 v + N.D \ldots$$

$$v.L.\int mr^2 + N.\int mr^2 v + N.D.^2 L.v = N.\int m \ldots$$

$$v[(L + N).\int mr^2 + N.D^2.L] = N\ (\int mr \ldots$$

$$v = \frac{N.\ (\int mr \ldots}{(L + N) \ldots}$$

Folglich

$$V - v = V - \frac{N.V.\int mr^2 + N. \ldots}{L.\int mr^2 + N.\int mr^2 \ldots}$$

$$= \frac{\left[\begin{array}{l} L.V.\int mr^2 + N.V.\int mr^2 + N.D^2 \ldots \\ -\ N.V.\int mr^2 - N.V.D \ldots \end{array}\right.}{L.\int mr^2 + N.\int mr^2 + N.I \ldots}$$

$$= \frac{L.V.\int mr^2}{(N + L).\int m.r^2 + N.D^2.L}$$

eschwindigkeit und die Richtung des N nach zu bekommen.

. Wenn beide Körper Kugeln sind, so gehet emal durch den Mittelpunkt G, und es wird =o. In diesem Falle wird die drehende Ge-it $u=o$, die Geschwindigkeiten v und v' werden d jede $= \frac{N.V}{N+L}$, welches mit der Regel für en Stoß zustimmet (Hauptst. II, §. 6), wenn emerket, daß hier, wegen der Ruhe des L, tität der Bewegung null ist.

ng I. Wir haben stillschweigend vorausgesetzet, e Körper unelastisch sind; wären sie elastisch, dieser Umstand die Resultate verändern. Es nicht nöthig, daß wir uns hier in die Unter- dieses Falles einlassen.

ng II. Wir haben ferner angenommen, daß per L vor dem Stoße ruhend war. Wäre er egung, so müßte die Geschwindigkeit des N vor oße in zwei andere zerleget werden, deren eine Geschwindigkeit des L gleich und parallel wäre. rde beim Stoße ohne Wirkung bleiben. Ferner würde

Richtung des N na

Kugeln sind, so geh
nkt G, und es wir
wird die drehende G
keiten v und v' werden

es mit der Regel fü

ptst. II, §. 6), wen
en der Ruhe des L
st.

eigend vorausgesetzt
; wären sie elastisch
tate verändern. E
ns hier in die Unter

angenommen, daß
end war. Wäre e
windigkeit des N vo
t werden, deren eine
h und parallel wäre.
tung bleiben. Ferner
würde

RS parallel gehet, und daß unterdes
Körpers sich um G drehen, daß auch
so geschiehet, als wenn in G eine feste
Ebne senkrecht, die durch RS und G
Ebne den Körper in zwei ähnlichgleich
(§. 25). Dieses letzte wollen wir anne
meldeten Ebne ziehen wir eine Linie CG
RS senkrecht. Stellet man sich dies
Körper L verbunden vor, so drehet sie
ist leicht einzusehen, daß in dieser
Punkt sein muß, um welchen sie sich i
der Bewegung zu drehen anfängt. D
sem ersten Augenblicke sei der Punkt G
so würde die Linie CS sich in der Lage
sie sich nicht drehete. Weil sie sich al
eine Theil derselben G'C' unterdessen

Punkt C, um welchen herum sich der Körper
nfängt, heißt der freie Drehepunkt (centre
le rotation). Er wird nur jedesmal für den
ng der Bewegung bestimmet. Denn es ist
greifen, daß die bewegte Linie ihre erste Lage
g in andern Punkten durchschneidet, und der
olglich nichts weniger als unveränderlich ist.
htung dieses freien Drehpunktes kann demnach
r kleine Bewegungen, oder auf den bloßen
r Bewegung angewandt werden.

§. 29.

Aufgabe.

eien Drehepunkt eines Körpers finden.

rlängere RS nach T hin, und CG′ ebenfalls
erlängerte RS in T durchschneidet, und stelle
Linie C′S′ habe sich in die Lage CT begeben;
ST, kleine Zirkelbögen, die aber als gerade,
rechte Linien betrachtet werden können. Nun
nd TS′G′ ähnliche Dreiecke. Folglich ist

G′S′ : G′C′ :: S′T : CC′
GS : GC :: S′T : GG′

Ist

erum sich der Körper
rehepunkt (centre
ur jedesmal für den
met. Denn es ist
Linie ihre erste Lage
hschneidet, und der
unveränderlich ist.
nktes kann demnach
oder auf den bloßen
verden.

Körpers finden.
und CG′ ebenfalls
schneidet, und stelle
e Lage CT begeben;
die aber als gerade,
rden können. Nun
ke. Folglich ist
C′
G′
Ist

daher $GC = GS \times \frac{R}{L} : \frac{R \times}{\int m}$

$$GC = \frac{GS \times R \times \int m}{L \times R \times GS}$$

$$GC = \frac{\int m r^2}{L \times GS}$$

Zusatz I. Das Integral $\int m r^2$ ist
Trägheit, in Betreff der Axe, die durch
G gehet, und $L \times GS$ ist das Moment
Betreff des Punktes S. Würde also der
Pendel in S angehänget, so wäre C dess
(Hauptst. V, §. 30).

Zusatz II. Und da der Schwinge
hängepunkt sich verwechseln lassen (H
so würde S der Schwingepunkt sein, w
per als ein Pendel in C aufhinge.

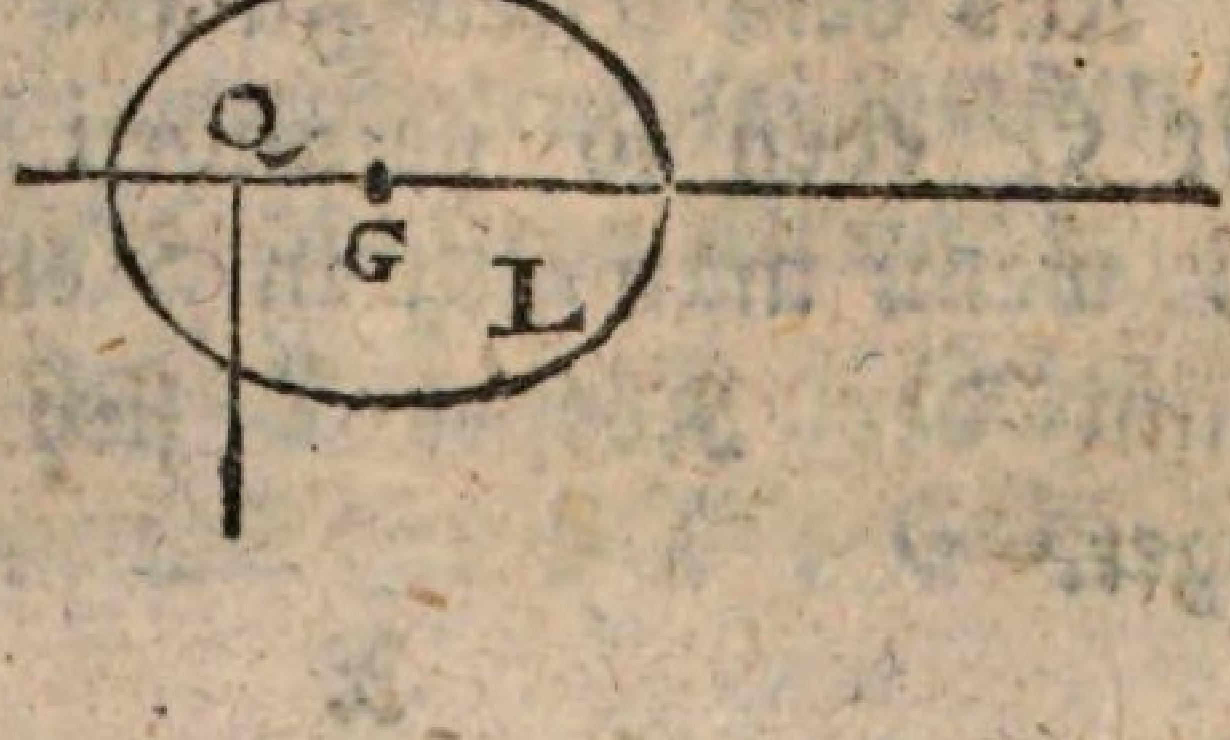
Zusatz III. Aus dem ersten Zusatz
freie Drehepunkt C eben so gefunden
Schwingepunkt, wenn man sich in S
um welche herum der Körper L sic
Schwere schwinget.

n Punkt, wo der Schlag eines solchen Körpers n andern genau so groß ist, als das Produkt mit der Geschwindigkeit des Schwerpunktes §. 18, Anmerk.). Wir haben auch gefunden, Schlagpunkt mit dem Schwingepunkte einerlei . Es läßt sich leicht begreifen, daß auch bei rpern, die sich frei drehen, ein Schlagpunkt et, das heißt, ein solcher Punkt, durch welchen Quantität der Bewegung, als Kraft betrachtet, ung hat. Diesen laßt uns jetzt erforschen, um ob er bei der freien Bewegung noch eben so wird, oder nicht.

§. 31.

Schlagpunkt eines Körpers finden, der rehet.

r Bewegung des Körpers L heben sich die drei wegungen aller Theilchen um den Schwerpunkt



G her-

Geschwindigkeit (§. 26)

$$\varphi = \frac{(L \times v).\ GQ}{\int m r^2}$$

daher $\varphi. \int m r^2 = (L \times v).$

und $\frac{\varphi}{v}. \frac{\int m r^2}{L} = GQ$

Zusatz I. Hieraus siehet man, da
Bewegung der Schlagpunkt anders aus
Bewegung um eine feste Axe herum.
gung frei ist, so beruhet der Abstand GQ
nisse $\frac{\varphi}{v}$ zwischen der Winkel-Geschwind
schwindigkeit des Schwerpunktes.

Zusatz II. Der Schlagpunkt ist z
welchen man aufhalten muß, wenn die
des Körpers aufhören soll.

Zusatz III. Wenn in $GQ = \frac{\varphi}{v}.$
kel-Geschwindigkeit φ null wird, so wi
das heißt, wenn der Körper sich nicht
Mittelpunkt zugleich der Schlagpunkt
natürlich ist.

e Geschwindigkeit jedes Punktes im Körper
me wird erhalten, wenn man die Winkel-Ge-
it mit der Entfernung des Punktes von der Axe
t.

n angeführten Umständen giebt es allemal einen
o der drehende Körper einen anderen, an wel-
ßt, mit einer solchen Kraft schlägt, die dem
us der Masse des drehenden Körpers und der
igkeit seines Schwerpunktes gleich ist. Dieser
t der Schlagpunkt, und er ist mit dem Schwin-
nerlei, welcher im vorigen Hauptstücke unter-
en.

ein frei bewegter Körper an einen anderen
sich nur um eine gewisse Axe drehen kann, so
Bewegung beider nach dem Stoße bestimmen.

eine Stange, die sich um eines ihrer Enden
gen einen beweglichen oder unbeweglichen Ge-
ößt, so läßt sich ebenfalls die Wirkung des
berechnen, und diese ist nicht im Schlagpunkte
.

ein Körper, welcher frei, und an keine Axe
t, einen Stoß oder einen Reiz zur Bewegung
und wenn die Richtung der Kraft durch den

Schwer-

recht ist, eben so, als wenn diese Axe u

Wenn zwei freie Körper, deren kein
Axe verbunden ist, an einander stoßen,
die progressiven als auch die drehen-
welche nach dem Stoße Statt finden,

Wenn ein freier Körper die Wirku
pfängt, deren Richtung nicht durch den S
so stellet man sich in demselben eine ge
durch den Schwerpunkt gehet, und au
Kraft senkrecht ist. Diese drehet sich i
wegung um einen ihrer Punkte, welc
Drehepunkt nennen kann. Dieser Pun
als der Schwingepunkt des Körpers,
bildet, der Körper sei an demjenigen P
wo die gedachte drehende Linie von der
geschnitten wird.

Ein freier Körper, der sich drehe
Schlagpunkt; dieser ist aber nicht wie b
die sich um eine Axe drehen, mit de
einerlei; er dependirt zum Theile von d
digkeit und von der Geschwindigkeit de

---

ralkraft (force centripète), ist eine solche, die
. einen Körper, in welcher Lage er auch sei, nach
en unveränderten Punkte hin zu bringen, und
t, wohin der Körper beständig zielet, können
aftpunkt nennen. Zum Exempel, die Fall-
uf alle Körper in der Nachbarschaft der Erde
ihre Schwere verursachet, ist eine Zentral-
sie die Körper nach dem Mittelpunkte der Erde
velcher Mittelpunkt hier der Kraftpunkt ist.

g. Wie eigentlich die Ursache beschaffen sei,
s Zentralkraft wirket, ob sie wie ein flüssiges
irket, das beständig dem Kraftpunkte zuströ-
r ob sie auf eine unbegreifliche Art aus dem
kte wirket, und das Bewegbare an sich ziehet,
het dem Mathematiker nichts an, der sich
nüget, daß er durch die Erfahrung und andre
vom Dasein solcher Kräfte überzeuget ist. Man
öchsten Grad der Wahrscheinlichkeit, daß im
ine solche Zentralkraft vorhanden sei, vermit-
her jeder Himmelskörper alle übrigen, und
lich die Sonne alle Planeten und Kometen
an sich ziehet. Auch dienet gegenwärtige
Lehre

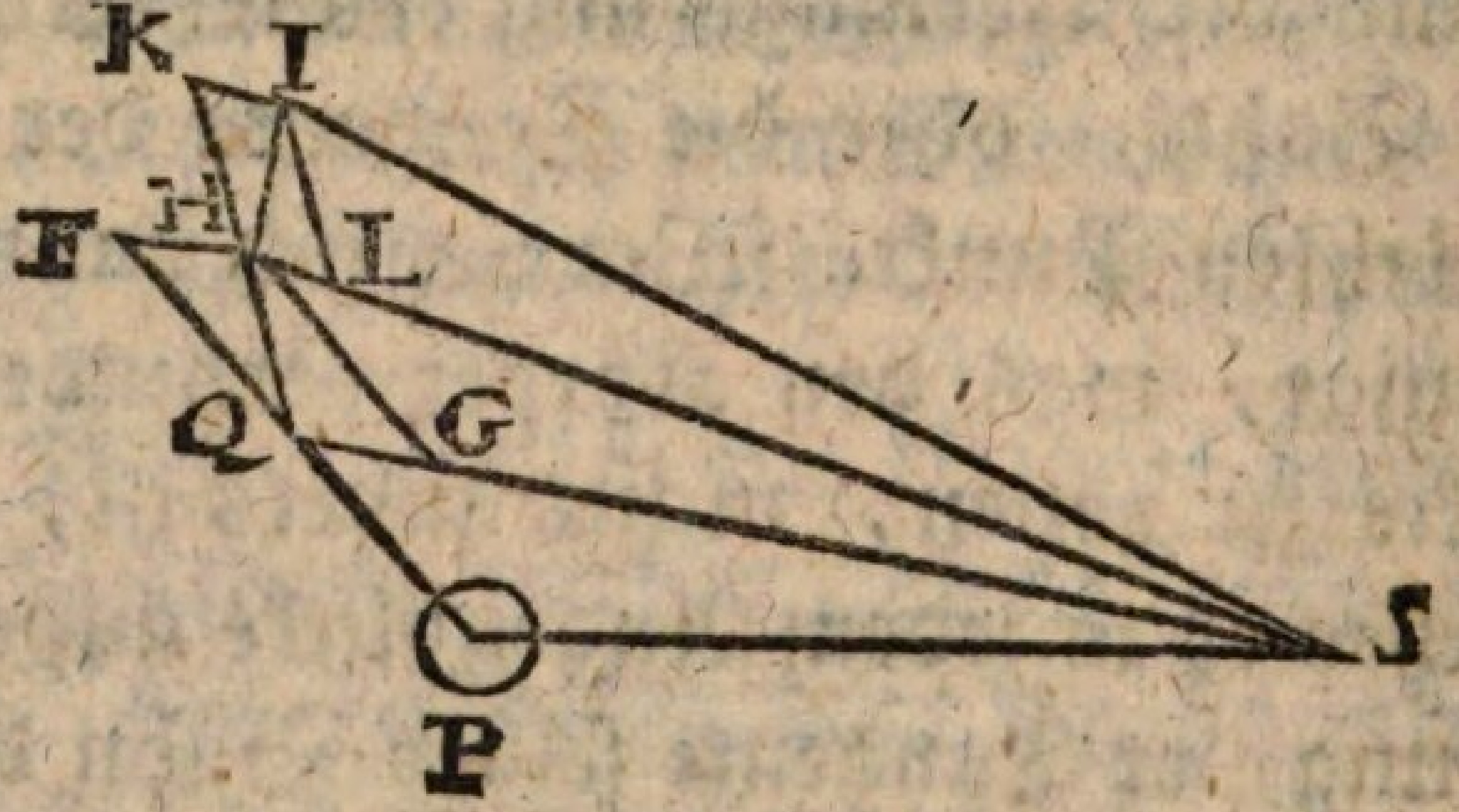
Stein
gehet,
Erde
mal a
zuletzt
Weg f
anders
krumm
für ihr
daß da
Kraftp
ben, w
gen Ri
Dieses
herrühr
trifuge,
Bestreb
im jetzi
der Ta
ben, d
mit ein
Vo
wenn n

Stein, der nicht in der Richtung des
gehet, sondern seine Bahn nach dem
Erde zu krümmet. Sollte aber die Ze
mal aufhören zu wirken, so würde d
zuletzt erhaltenen Geschwindigkeit und
Weg fortsetzen. Diese zuletzt erhaltene
anders, als die Verlängerung des letzt
krummen Bahn, oder die Tangente d
für ihren letzten Punkt. Woraus sich da
daß dasjenige, was den Körper verhin
Kraftpunkte zu gehen, nichts anders is
ben, welches er in jedem Augenblicke äu
gen Richtung der Tangente seiner Bahn
Dieses Bestreben, welches vom ursp
herrühret, wollen wir die **Fliehkraft** n
trifuge, force tangentielle). Denn an
Bestrebens läßt sich eine besondere Kr
im jetzigen Augenblicke auf den Körper
der Tangente wirket, um ihm die Gesc
ben, die er wirklich haben würde, wen
mit einmal vernichtet würde.

Von allen diesem kann man sich eine
wenn man eine Kugel, die an einem

einer Ebne, die durch die Richtung des
nd durch den Kraftpunkt gehet.

ann sich vorstellen, die Zentralkraft wirke nicht
h, sondern stoßweise, in unendlich kleinen glei-
umen.



S der Kraftpunkt, P der Körper. Dieser
Anfange des ersten Zeittheilchens einen Stoß,
Richtung und Geschwindigkeit PQ giebt. Da
Zeittheilchen die Rede ist, so können wir
Einheit der Zeit annehmen, und den in einem
räumchen durchlaufenen Weg die dermalige
keit des Körpers nennen. Nun würde der
nn nichts hinderte, während dem zweiten Zeit-
n Raum QF = PQ durchlaufen. Gesetzt
aber,

PQ
der P
QS a
und F
lieget
gonal
Ebne
lelogra
HI in
ses in
wenn
hätte,
heißt,
ersten

Ei
der F
Theile
und K
flexion
sement

der PQ, nämlich QF. Ferner liegt Q
QS auch in der Ebne SPQ. Da di
und F in der Verlängerung der Eb
lieget das Parallelogramm GF, und
gonal=Linie QH darin. HK liegt i
Ebne SQH, auch HL liegt darin, folg
lelogramm LK und dessen Diagonal=L
HI in der verlängerten Ebne des Drei
ses in der verlängerten Ebne des Dreie
wenn man auch unendlich viel solche
hätte, so müssen sie alle in der Ebne de
heißt, in derjenigen, die durch die Ri
ersten Stoßes, und durch den Kraftp

§. 4.

Lehrsatz.

**Eine Bahn, die vermöge einer
der Fliehkraft beschrieben wird,
Theilen konkav, in Rücksicht au
und kann weder einen Biegungs
flexion) noch einen Rückkehrpunk
sement) haben.**

, von dem nächsten Theilchen der krummen
eine diesseits und der andere jenseits der Tan-
o ist hier kein Biegungspunkt möglich. Auch
hrpunkt kann Statt finden. Denn da die
nmer vor sich weg und nicht rückwärts gehet,
vorhanden, was die Bahn plötzlich zurück
e.

§. 5.

Lehrsatz.

eile einer Bahn, welche vermöge einer t und der Fliehkraft beschrieben worden, esto mehr gekrümmet, je mehr in einem eile die Fliehkraft von der Zentralkraft wird.

de Bahn, welche der Körper vermittelst der
schreiben würde, wird durch die Zentralkraft
aftpunkte hin gebogen. Je größer also die
in Vergleich mit der Fliehkraft ist, um desto
geschiehet die Biegung, und um desto krüm-
e Bahn. Dieses siehet man auch an der
Wären die Wirkungen QG, HL der Zen-
ßer gewesen, so würde die Linie PQHI mehr
gekrüm-

auf de
dehnet
länger
dem
bilde s
den K
per au
lichen
Der je
zum b
dieser
beschre
ausschr
allemal
was do
der Ve

Ir
der d
beweg
schrieb

lchen der krüm
re jenseits der Tan
kt möglich. Auch
en. Denn da die
ht rückwärts gehe,
ahn plötzlich zurück

he vermöge einer
chrieben worden,
je mehr in einem
der Zentralkraft

rper vermittelst der
rch die Zentralkraft
Je größer also die
hkraft ist, um desto
und um desto krüm-
man auch an der
QG, HL der Zen-
ie Linie PQHI mehr
gekrüm-

auf der übrige Theil des Fadens, der n
dehnet ist, aufgewickelt ist. Dieser Kr
längeres Ende des Fadens frei, bald ein
dem sich der Faden auf- oder abwic
bilde sich eine dünne Stange vor, wovon
den Kraftpunkt drehet, und auf welche
per aufgespießt ist, jedoch so, daß er
lichen Punkte bald nähern, bald von ihr
Der jedesmalige Theil der Stange vo
zum bewegten Körper wäre nun der
dieser Vektor sich eine Zeitlang um den
beschreibet er einen Raum, der ungef
ausschnitt aussiehet, nur daß der äußer
allemal ein Zirkelbogen ist. Hieraus w
was das heißt, wenn man vom Aussc
der Vektor beschreibet.

§. 7.

Lehrsatz.

In der Bahn eines und desse
der durch eine Zentralkraft un
beweget wird, verhalten sich die
schrieben Ausschnitte allemal wie

Seite 328). Man siehet, wie der Körper im
heilchen, vermöge der durch den Stoß erhalte-
aft, von P bis Q gehet. Im zweiten Zeit-
sie werden alle von gleicher Dauer angenom-
et er von Q nach H, vermöge der zusammenge-
egung, die aus der Fliehkraft QF (= PQ) und
kraft = QG entstehet. Im dritten Zeittheil-
er von H nach I, vermittelst der Fliehkraft
I) und der Zentralkraft = HL. Der Vektor
also im ersten Zeittheilchen das Dreieck PSQ,
das Dreieck QSH, im dritten das Dreieck
). Wir wollen beweisen, daß alle diese Drei-
ind.

reiecke PSQ und QSF sind gleich (am Flächen-
weil sie gleiche Grundlinien PQ = QF, und
l in selbigem Punkte S haben. Die Dreiecke
SH sind wiederum gleich, weil sie auf dersel-
dlinie QS stehen, und ihre Scheitel in der
ben, die mit der Grundlinie QS gleichlaufend
un △ PSQ = △ QSF = △ QSH, so ist
△ QSH.

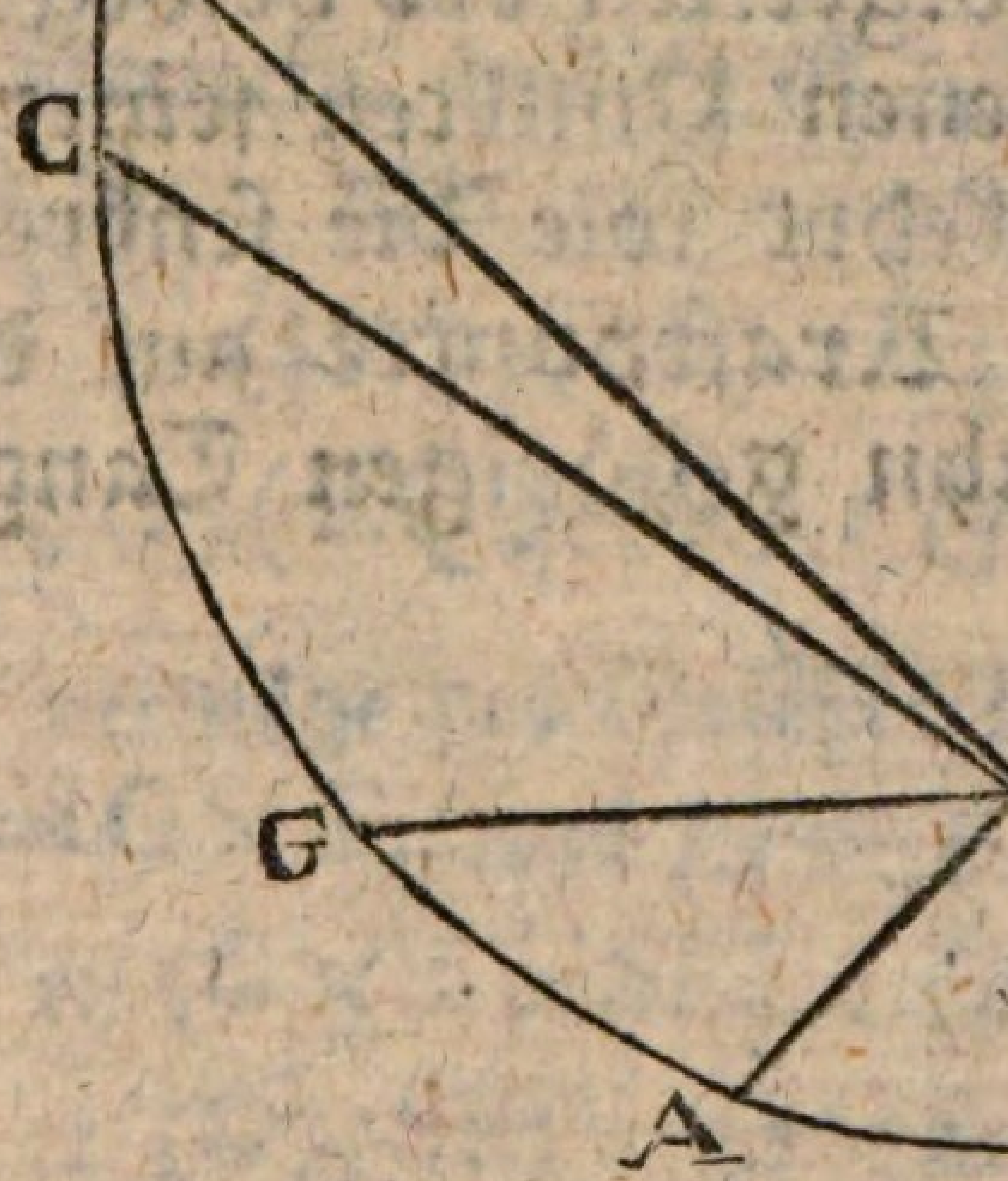
ist △ QSH = △ HSK, wegen der gleichen
QH = HK, und der gemeinsamen Spitze S.
Und

G
G dau
anderer
andere
die An
hen.
halten
aus sie
chen v
der D
verflosse
ten sich
A

, wie der Körper im
ch den Stoß erhalte
Im zweiten Zeit
er Dauer angenom
öge der zusammenge
aft QF (= PQ) und
Im dritten Zeittheil
ittelst der Fliehkraf
HL. Der Vektor
n das Dreieck PSQ
dritten das Dreieck
daß alle diese Drei

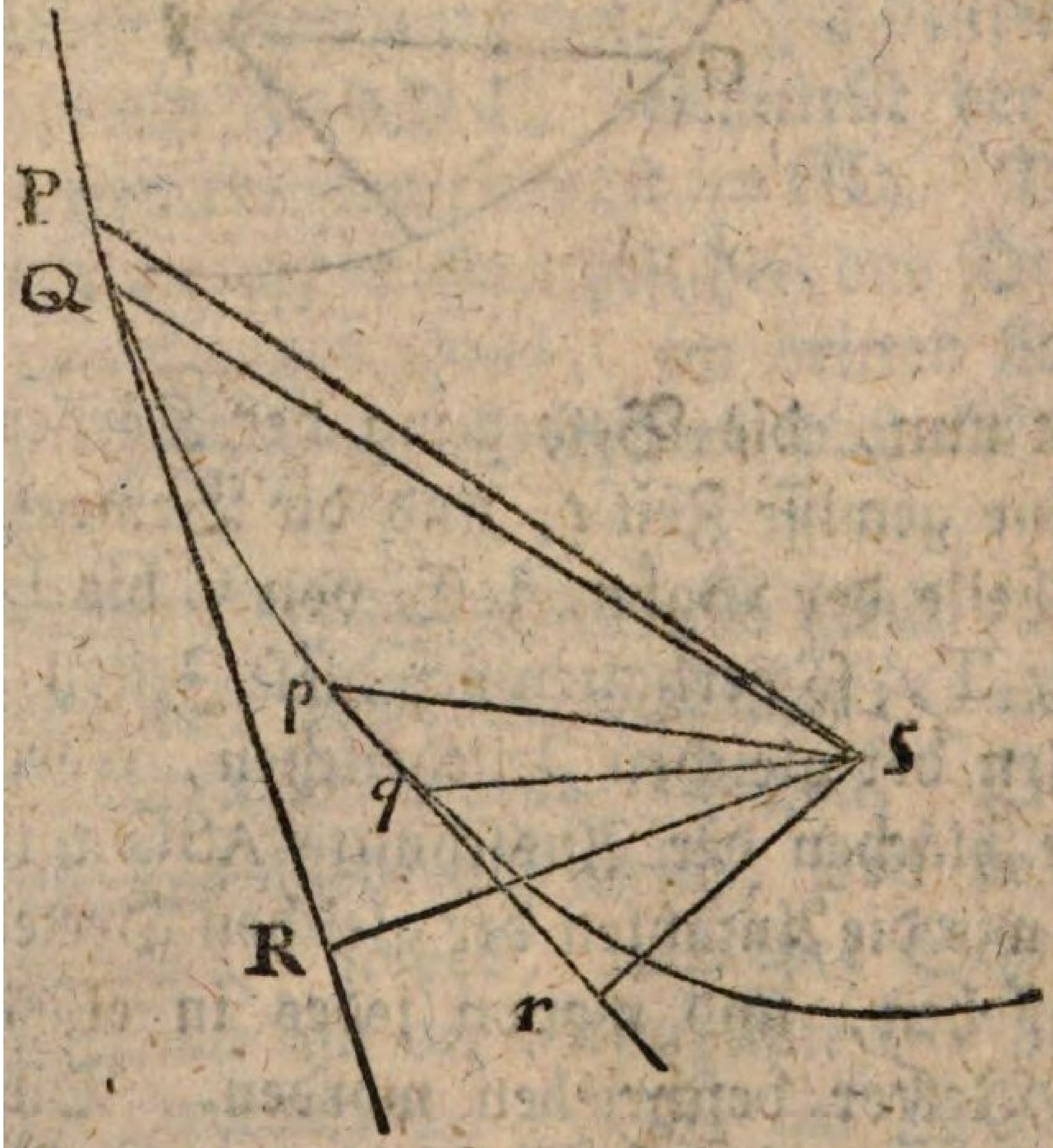
gleich (am Flächen
ien PQ = QF, und
ben. Die Dreiecke
weil sie auf dersel
hre Scheitel in der
nie QS gleichlaufend
= △ QSH, so ist

wegen der gleichen
meinsamen Spitze S.
Und



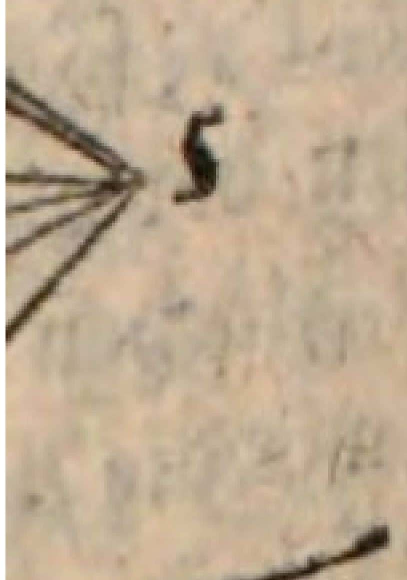
Gesetzt nun, die Bewegung des
G daure eine gewisse Zeit t, und die
anderen Theile der Bahn, z. E. von
andere Zeit T, so verhalten sich diese
die Anzahlen der gleichen Zeittheilchen
hen. Die Flächen der Ausschnitte A
halten sich wie die Anzahlen der gleichen
aus sie bestehen, und wovon jedes
chen vom Vektor beschrieben worden
der Dreieckchen verhalten sich wie
verflossenen Zeittheilchen, und diese,
ten sich wie die verflossenen Zeiten
Ausschn. ASG : Ausschn. CSD

schwindigkeiten des bewegten Körpers,
rschiedenen Punkten seiner Bahn, ver-
umgekehrt wie die senkrechten Linien,
s dem Kraftpunkte auf die zu beiden
der Bahn gehörigen Tangenten gefäl-
.



PQ und pq zwei willkührliche Theilchen der
PSQ, pSq die zustimmenden Ausschnitte. Da
wir

ewegten Körper,
seiner Bahn, ver
senkrechten Linien,
auf die zu beiden
Tangenten gefäl



liche Theilchen der
en Ausschnitte. Da
wir

der nämlichen Dreiecke, und es ist $\triangle P$
$\triangle pSq = \frac{1}{2} pq \times Sr$. Also

$$T : t :: (\tfrac{1}{2} PQ \times SR) : (\tfrac{1}{2} p$$

$$T : t :: (PQ \times SR) : (p$$

Ferner ist, vermöge des Gesetzes d
wegung, $PQ = G \times T$, und $pq = g \times$

$$T : t :: (G \times T \times SR) : (g$$

$$1 : 1 :: (G \times SR) : (g \times Sr)$$

$$G \times SR = g \times S$$

$$G : g :: Sr : SR$$

wodurch unser Satz bewiesen ist.

Zusatz I. Wenn ein Körper, verm
kraft und der Fliehkraft, einen Zirkel b
Geschwindigkeit in allen Punkten der
in diesem Falle sind die gedachten senk
gleich, indem sie die Halbmesser selbst si

Zusatz II. Je mehr sich die Ba
der Bahn der Gestalt eines Zirkels od
nähert, wovon der Mittelpunkt im Kra
mehr nähert sich die Geschwindigkeit d

der Zeit betrachtet wird, so ist der in solcher
t beschriebene Winkel die Winkel-Geschwin-
uptst. I, §. 12). Hierbei muß das Zeitmaaß
ngenommen werden, um daß die allmählige
es Winkels als einförmig betrachtet werden
n verwechsele diese Winkel-Geschwindigkeit
r Geschwindigkeit des Körpers selbst in seiner
on §. 8 geredet worden.

§. 10.

Lehrsatz.

ein Körper durch eine Zentralkraft und
aft beweget wird, so verhalten sich seine
eschwindigkeiten, in zwei verschiedenen
iner Bahn, umgekehrt, wie die Qua-
stimmenden Vektoren.

ge sich der Körper während einer kurzen Zeit
(folg. Fig.) und in einer andern gleichen Zeit
Man ziehe die Vektoren qS, pS, QS, PS.
ere Sq und SQ, und aus dem Mittelpunkte S
n die Zirkelbögen pm und PM, welche als
q und SQ senkrechte Linien betrachtet werden
sei $S\alpha$ ein beliebiger beständiger Halbmesser.
Mit

Mit diesem beschreibe man aus S, als
Zirkel oder Zirkelbogen $\alpha\delta$. So ist.

$$SP : S\alpha :: PM : \alpha\beta$$

$$\text{daher} \quad PM = \frac{SP \times \alpha\beta}{S\alpha}$$

$$\text{Eben so ist} \quad Sp : S\gamma :: pm : \gamma$$

$$\text{daher} \quad pm = \frac{Sp \times \gamma\delta}{S\gamma}$$

Da die Linien PQ, pq in gleichen
sind, so sind die Dreiecke PSQ und pSq
Wenn nun SQ, Sq als Grundlinien ang
so sind PM, pm die Höhen, also $\triangle$PS
und $\triangle pSq = \frac{1}{2} Sq \times pm$. Also

$$\tfrac{1}{2} SQ \times PM = \tfrac{1}{2} Sq \times$$

$$\text{oder} \quad SQ \times PM = Sq \times$$

$$\text{oder} \quad \frac{SQ \times SP \times \alpha\beta}{S\alpha} = \frac{Sq \times S}{S}$$

erhalten sich die Winkel PSQ, pSq, wie die
und $\gamma\delta$, Also

$$\angle PSQ : \angle pSq :: Sq^2 : SQ^2$$

enommene Zeit, selbst Einheit der Zeit, so sind
$\angle pSq$ die Winkel-Geschwindigkeiten; sind
, so werden sie doch klein genug angenommen,
Winkel-Bewegung für einförmig gehalten
ne; und in diesem Falle ist es wie bei jeder ein-
Bewegung: bei gleichen Zeiten verhalten sich
indigkeiten wie die Wege, also auch die Win-
indigkeiten wie die Winkelwege; also verhal-
mal die Winkel-Geschwindigkeiten umgekehrt
drate der Entfernungen vom Kraftpunkte.

I. Wenn man es genauer haben will, so hal-
Q und pq in L und l. Dann wird SL nicht
mittleren Proporzional-Linie zwischen SP und
den sein, so daß man annehmen könne $SP \times SQ$
Eben so wird man annehmen können $Sp \times Sq$
Man kann also noch bestimmter sagen

$$\alpha\beta : \gamma\delta :: Sl^2 : SL^2$$

ng. So lange SQ und Sq eine bestimmte
ben, so sind die gefundenen Proporzionen nur
ohnge-

Ges
nach un
und man
k''; so ne

ode

Fern

und so n
man die
der verla

PSQ, psq,

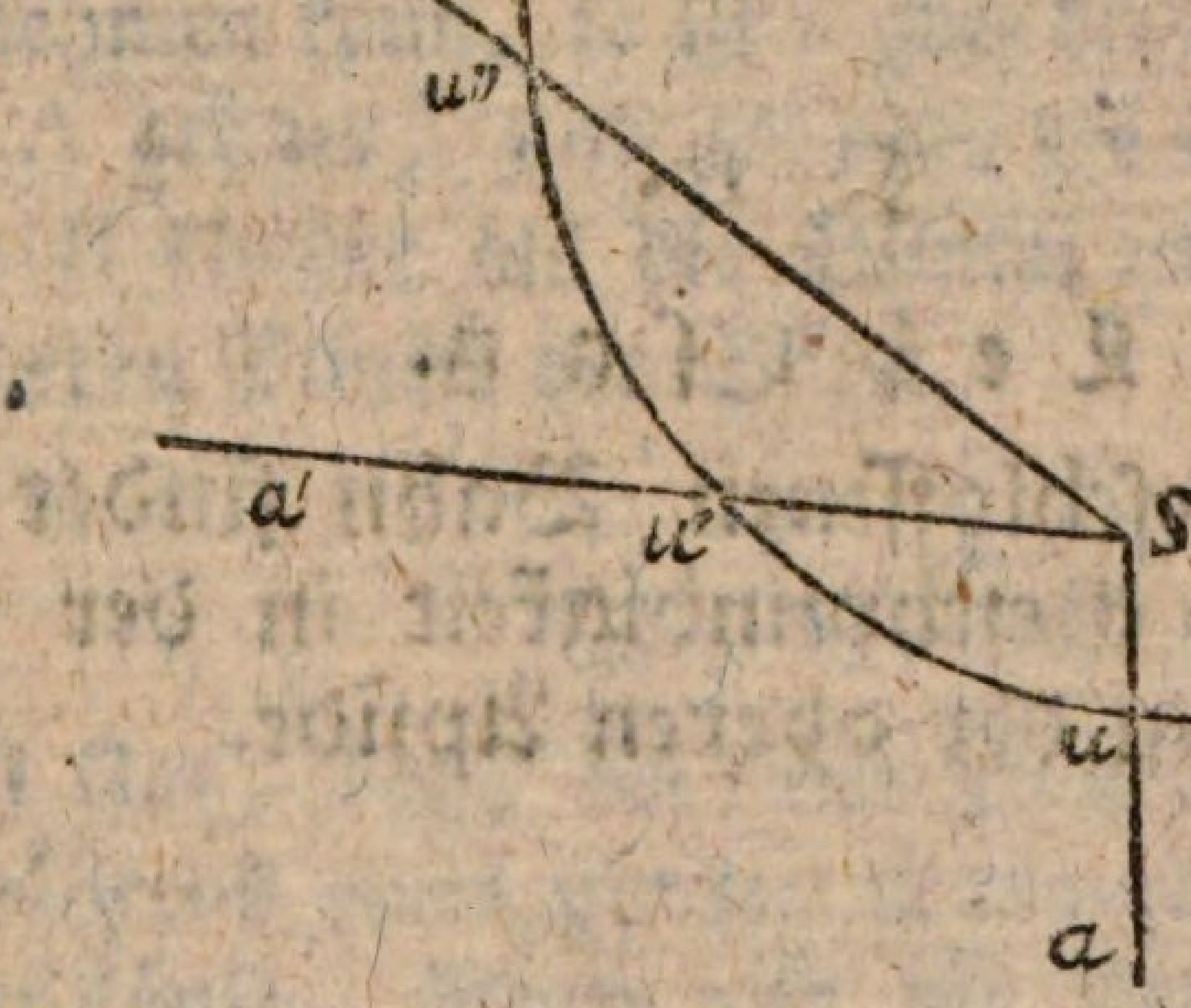
: SQ²

heit der Zeit, so sin
hwindigkeiten; sin
genug angenomm
einförmig gehalt
es wie bei jeder ei
Zeiten verhalten si
also auch die W
elwege; also verh
ndigkeiten umgekeh
om Kraftpunkte.

r haben will, so h
Dann wird SL nich
inie zwischen SP und
men könne SP×SQ
en können Sp×Sq
ter sagen

L²

Sq eine bestimmte
en Proporzionen nur
ohnge



Gesetzt, der Körper werde aus de
nach und nach in den Richtungen Sa,
und man beobachte seine Winkel-Geschw
u''; so nehme man willkührlich die Länge S

$$u' : u :: Su^2 : Su'^2$$

oder $\sqrt{u'} : \sqrt{u} :: Su : Su'$

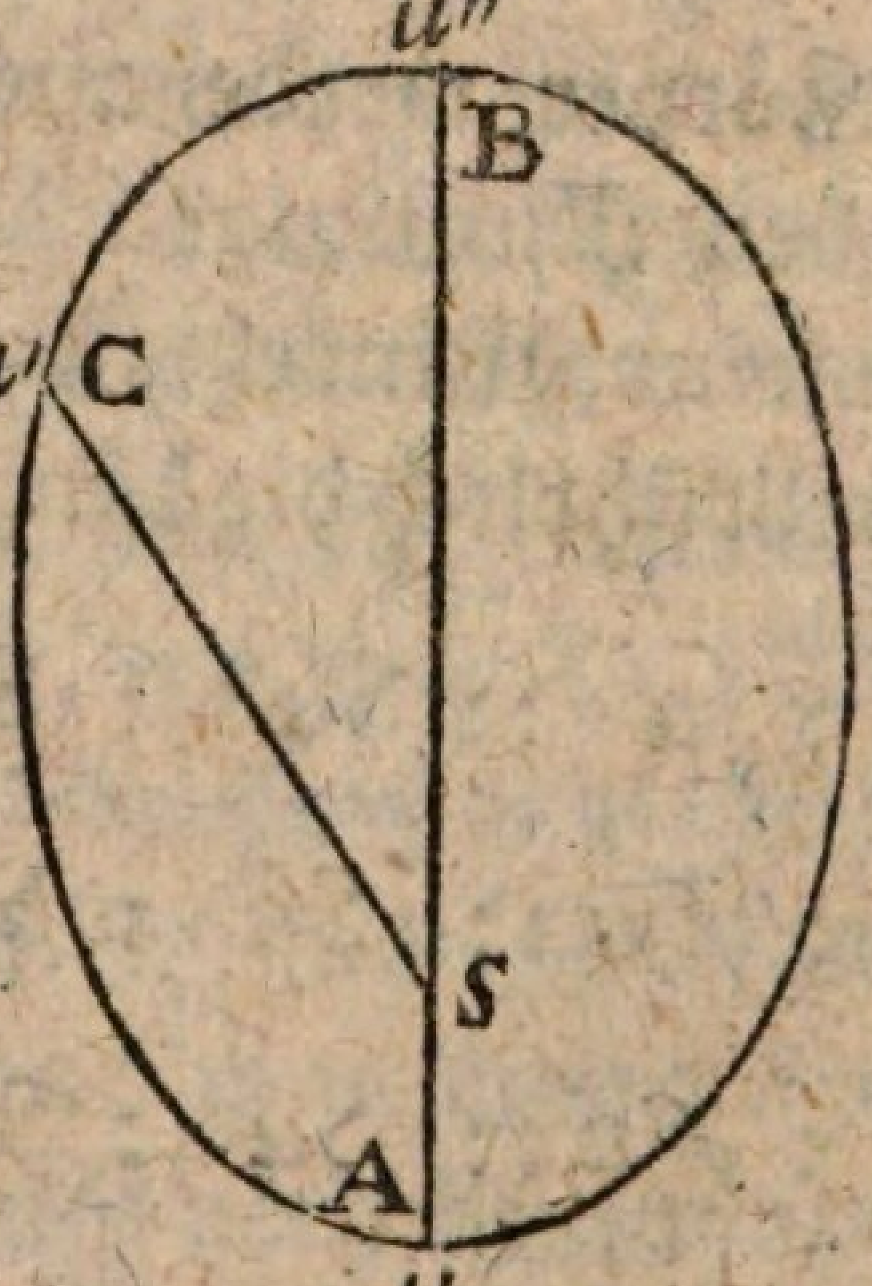
Ferner $\sqrt{u''} : \sqrt{u} :: Su : Su''$

und so mit mehreren Stellen. Auf so
man die Punkte u, u', u'', wodurch ein
der verlangten Bahn ähnlich sein muß.

§. 12.

Lehrsatz.

ner geschlossenen Bahn findet sich die inkel = Geschwindigkeit in der unteren, einste in der oberen Apside.

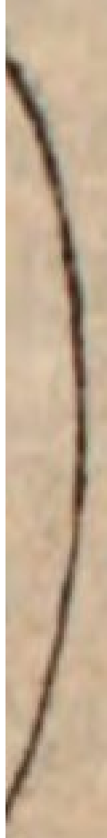


s sei in der unteren Apside bei A die Winkel= gkeit u, und in der oberen bei B sei sie u''.

Ferner,

er, ist ein ...

hn findet sich die
t in der untern,
side.



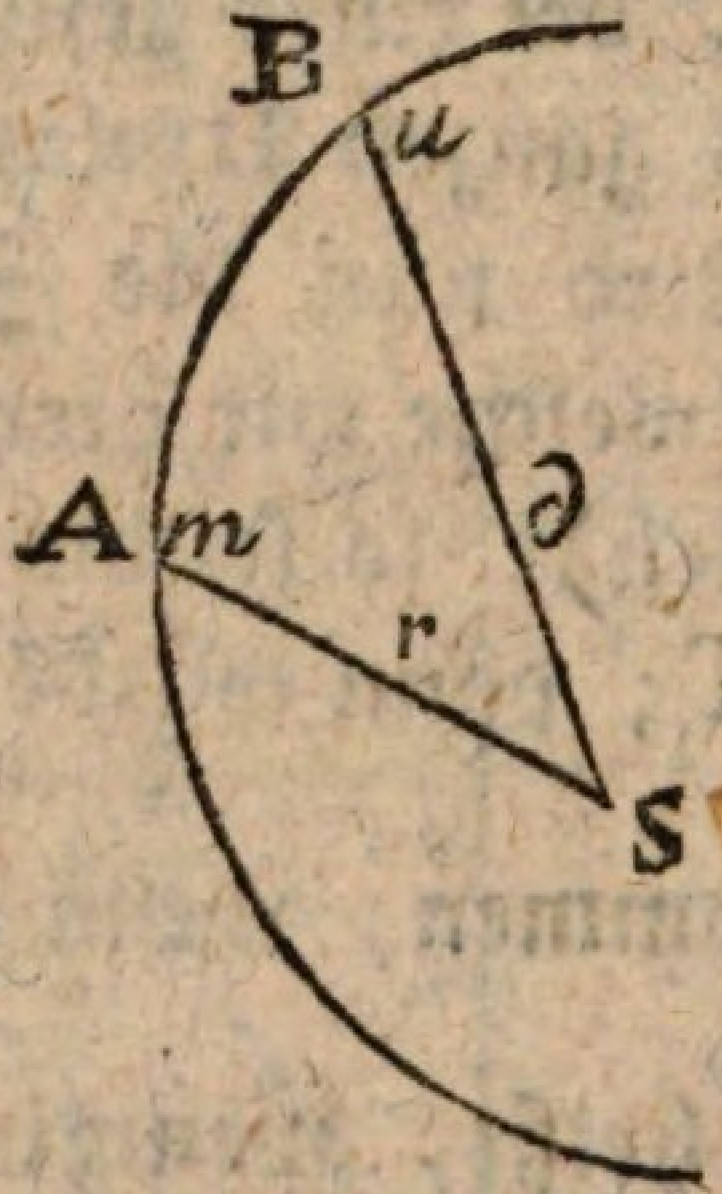
de bei A die Winkel
ren bei B sei sie u''.
Ferner,

Apsiden nehmen kann, so ist u oder die
digkeit in A größer, und u'' oder die
digkeit in B kleiner als die Winkel-
jedem anderen Punkte der Bahn.

§. 13.

Es ist klar, daß, bei einer geschl
Vektor während eines ganzen Umlauf
Grad durchläuft. Wird nun die Ze
Stunden gerechnet, (welche wir hier a
Zeitmaaßes setzen wollen), so sei die A
des ganzen Umlaufs T; dann würde a
Winkel von $\frac{360^g}{T}$ kommen, wenn di
einförmig wäre, das heißt, wenn in
gleiche Winkel beschrieben würden.
schwindigkeit, welche entstehet, wen
durch die Anzahl der Zeittheile dividiret,
Winkel-Geschwindigkeit genannt, un
nennet man den Winkel, den der Vekt
gegebenen Zeittheile beschreibet, die w
schwindigkeit.

uadrat des Vektors, in einem beliebigen Bahn, verhält sich zum Quadrate des dem Punkte, wo die wahre Winkel-igkeit der mittleren gleich ist, wie die Winkel-Geschwindigkeit zur wahren, in bigen Punkte.



es sei A die Stelle, wo beide Winkel-Ge-en, die mittlere und die wahre, gleich sind, gleich mittlere und bei A wahre Geschwindig-An einem andern Orte B sei die wahre Ge-u, so wissen wir (§. 10), daß

$$SB^2 : SA^2 :: m : u$$

oder

$T \times u$

und $$d = r \sqrt{\left(\frac{360^g}{T \times u}\right.}$$

so daß man allemal den Vektor d finden
nur die Zeit T des ganzen Umlaufes,
und die Winkel-Geschwindigkeit für di
der Vektor d hinzielet.

Zusatz II. Da aus dem Vektor
und der Geschwindigkeit u, jeder mit je
Vektor gefunden wird, so läßt sich auf
willkührlich angenommen wird, oder be
stalt der Bahn finden, noch bequemer
Zusatz II).

Zusatz III. Wenn die Winkel-G
nur langsam verändert, so kann man
ren Stunden, z. E. 4 Stunden, als ein
und diese Zeit von 4 Stunden (oder
setzet hat), zum Zeitmaaße nehmen.
die Zeit des Umlaufes nicht T in S
$\frac{T}{4}$, oder überhaupt ist sie $\frac{T}{t}$ in Zeittheile

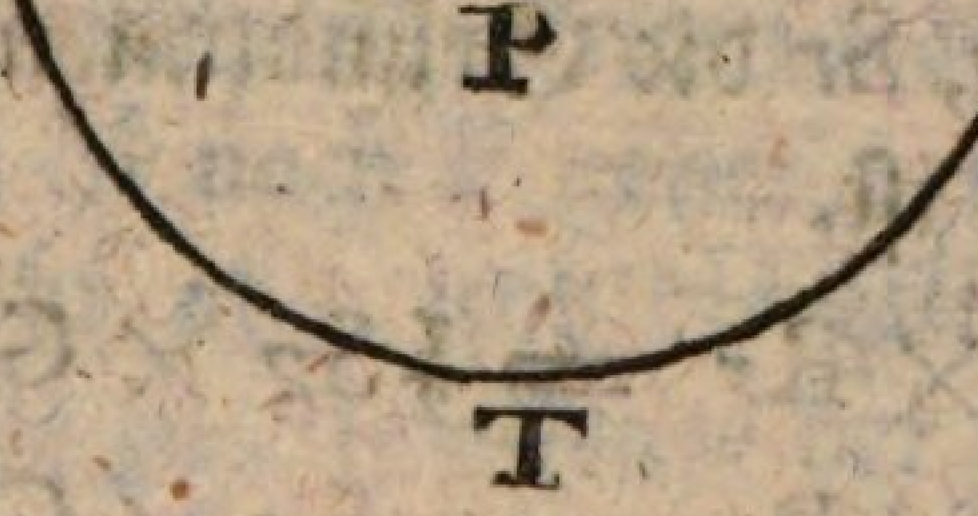
suchen, und mit dieser als Halbmesser einen
eiben. Dann sind beide Flächen = Inhalte
ere Geometr. XI. Hauptst. §. 4. Ex. IV).

§. 16.

Lehrsatz.

die Bahn eine geschlossene Linie bildet, aus dem Kraftpunkte ein Kreis beschrie= welcher am Flächen = Inhalte so groß Bahn selbst, so ist, an den Stellen, wo nie von der Kreislinie geschnitten wird, Winkel = Geschwindigkeit der mittleren je schiefer der Durchschnitt geschiehet, ller geschiehet die Abweichung der wah= = Geschwindigkeit von der mittleren.

per beschreibe um den Kraftpunkt S herum ie geschlossene Bahn PMGNP. Man stelle deren Körper vor, der in der nämlichen Zeit MRNT beschreibet, dessen Fläche der Fläche gleich ist, so daß sie beide ihren Umlauf ngen und zugleich endigen. So ist schon der Körper in dem Zirkel = Umkreise mit ein= förmiger



förmiger Geschwindigkeit gehet (§. 8.
also der ganze Umlauf z. E. T Stunden,

Geschwindigkeit für jede Stunde $\frac{360^g}{T}$

aber auch die mittlere Winkel-Geschw
pers in der gegebenen Bahn (§. 13).
kel-Geschwindigkeit im Zirkel der mittl
schwindigkeit in der andern Bahn gleich

Gesetzt nun, der Körper in der B
der jetzigen Stunde oder Einheit der
gG, und der Körper im Zirkel-Umkreise
nämlichen Zeit den Zirkelbogen rR.
Bequemlichkeit des Beweises an, daß
und SG in eine gerade Linie zusammen
eben nicht nöthig ist.

Man ziehe noch die Vektoren Sr und
verlängere man, und aus S beschreib
Zirkelbogen GQ.

on Sg, Sr die Grundlinien, und GQ, Rr die

Also ist.

$$\tfrac{1}{2} Sr \times Rr = \tfrac{1}{2} Sg \times GQ$$

$$Sr \times Rr = Sg \times GQ$$

$$Rr : GQ :: Sg : SR$$

he $Sg = SG$

$$Rr : GQ :: SG : SR$$

$$GQ : RV :: SG : SR$$

an die Säze beider Proporzionen nach der
tipliziret,

$$GQ) : (GQ \times RV) :: SG^2 : SR^2$$

$$Rr : RV :: SG^2 : SR^2$$

$$rSR : \angle VSR :: SG^2 : SR^2$$

$$rSR : \angle gSG :: SG^2 : SR^2$$

Punkte M, wo der Kreis die gegebene Bahn
d $SG = SM = SR$, also $SG^2 = SR^2$, folg-
$SR = \angle gSG$, also sind in diesem Punkte
d die wahre Winkel-Geschwindigkeit gleich.
Punkte N, denn da wird $SG = SN = SR$.

Also

lich al
und w
toren
keiten

W
Winke
die Ve
kel: Ge

Anme
mac
und
nur
Rr u

W
man di
mäßig
Seiten
selbst g
und de
sich jed

lich alle Winkel-Geschwindigkeiten grö
und wenn man von M nach P gehet,
toren um desto mehr ab, und die Wi
keiten um desto mehr zu, je offener der

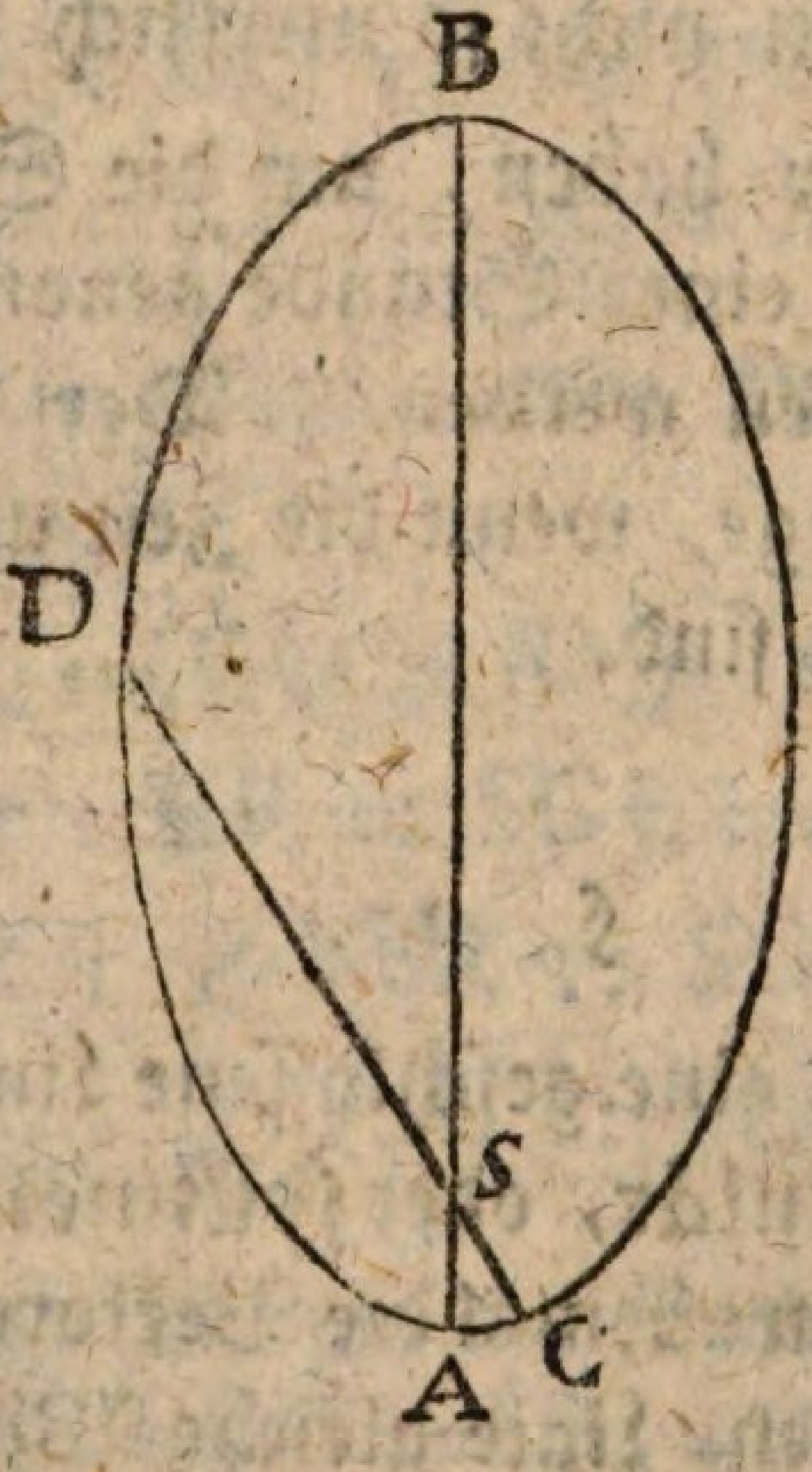
Wenn aber die Bahnen bei M u
Winkel machten, so würde in der Ge
die Veränderung der Vektoren und fol
kel-Geschwindigkeiten nicht so merklich

Anmerkung. Wir haben, um die
machen, die Zeit einer Stunde gen
und Rr durchlaufen werden. Der
nur in aller Strenge, wenn die Zeit
Rr unendlich klein sind.

§. 17.

Wenn die Bahn eine geschlossene Li
man diese Bahn regulär, oder symme
mäßig nennen, wenn allemal die Vekto
Seiten mit der Apsiden-Linie gleiche W
selbst gleich sind. Z. E. wenn die B
und der Kraftpunkt in der großen Axe
sich jedem Vektor gegenüber ein ande

er Zeit des halben Umlaufs. Ferner,
Körper von einem beliebigen Punkte zum
etzten gehet, so ist die erforderliche Zeit
kleiner, als die halbe Zeit des Umlaufs,
der Körper durch die obere oder untere
t.



Linie ebenmäßig ist, so ist SADBS die Hälfte
umes, den die Bahn einschließt. Da nun
sowohl

die Win
Ausschni
erfordert
von der
Ausschni
schnitt B
abgehet,
den Uml
Geh
nach C,
für den
es kömm
kömmt,
kleiner,

Bis
haupt an
kraft un
nen ents
sind.
der Vor
rend da
strebet,

...laufs. ...
...igen Punkte zum
erforderliche Zeit
Zeit des Umlaufs,
...bere oder untere

SADBS die Hälfte
...hließt. Da nun
sowohl

die Winkel BSD, ASC hingegen sind ...
Ausschnitt BSD größer als der Ausschn...
erfordert BSD mehr Zeit, als ASC (§...
von der Zeit des halben Umlaufs AC...
Ausschnitt ASC ab, hingegen kömmt die ...
schnitt BSD hinzu. Da also mehr h...
abgehet, so ist die Zeit für CBD länger ...
ben Umlauf ACB.

Gehet aber der Körper von C nac...
nach C, durch die untere Apside A, so ...
für den halben Umlauf BDA die Zeit f...
es kömmt hinzu die Zeit für ASC. Da ...
kömmt, als abgehet, so ist die Zeit für...
kleiner, als für den halben Umlauf AD...

§. 19.

Bis jetzt haben wir in diesem Hau...
haupt angenommen, daß, vermöge eine...
kraft und einer gewissen Fliehkraft, alle...
nen entstehen können, die gegen den ...
sind. Dieses ist auch leicht zu begreif...
der Vorstellung des Fadens (§. 6) blei...
rend daß der Körper, vermittelst der ...
strebet, gerade fortzugehen, kömmt es n...

n man anstatt des Fadens eine andere Macht
le auf den Körper wirket, so muß sie nicht
end der ganzen Bewegung des Körpers gleich
, sondern sich mit dem Vektor oder der Ent-
Körpers vom Kraftpunkte verändern. Es
mnach ob, zu untersuchen, nach welchem Ge-
st sich verändern muß, um daß der Körper
wisser Art beschreibe. Wir halten uns bloß
chnitten, weil sie allein in der Astronomie vor-
deren Behuf eigentlich diese ganze Lehre von
n erfunden ist.

§. 20.

Lehrsatz.

ntralkraft muß als eine beschleunigende
chtet werden.

wirket nicht durch einen bloßen Stoß, sondern
rtdaurenden Druck oder Zug, und in jeder Ent-
n so, wie die Fallkraft in der Nachbarschaft
Hätte der Körper, der durch eine Zentralkraft
rd, keine Fliehkraft, so würde er sich mit
Geschwindigkeit dem Kraftpunkte nähern.

§. 21.

derung
kann ar
rend ein
unendlic
Stößen
gung, n
§.10).
rend ein
gende K

Zusa
eine sehr
nigten V
möge de
erforderl
ist. Be
einer Se
Raum,
(§. III,
allemal
Zentralk

Zusa

kann angenommen werden, daß die kl
rend einer sehr kurzen Zeit alle gleich sta
unendlich viel solchen auf einander
Stößen entstehet eine einförmig-besc
gung, wie wir bei fallenden Körpern gese
§. 10). Also wirket in der That jede
rend einer kurzen Zeit wie eine einför
gende Kraft.

Zusatz I. Es gelten also für jede
eine sehr kurze Zeit alle Formeln der ei
nigten Bewegung. Also ist $e = \frac{1}{2}pt$
möge der Zentralkraft durchlaufenen
erforderliche Zeit in Sekunden, und p d
ist. Beschleunigung heißt hier so viel,
einer Sekunde erzeugte Geschwindigkeit,
Raum, den der Körper in der ersten S
(H. III, §. 2.) Und da sich die besc
allemal wie dieses p verhält, so kann m
Zentralkraft nennen.

Zusatz II. Aus $e = \frac{1}{2}pt^2$ folget

der Körper habe sich in einer kurzen Zeit t
beweget. Ziehe die Vektoren SP, Sp, ver-
ach F hin, ziehe für den Punkt P die Tangente
der Körper, ohne die Zentralkraft von P nach
die Zentralkraft hat ihn aber zugleich um den
rückgezogen. Ziehe pQ mit FP parallel, so
es sehr kleinen Winkels PSF, die SF als paral-
zusehen. Man kann sich demnach vorstellen,
habe sich in der Linie PF beweget, zugleich
h diese Linie, mit sich selbst parallel, und mit
schleunigter Geschwindigkeit, von PF in die
eben. Der durchlaufene Raum PQ oder Fp
von der in einer kurzen Zeit einförmig-be-
n Zentralkraft her, und wenn die Beschleu-
Gegend des Bogens Pp durch p ausgedrücket
vermöge des vorigen Zusatzes,

$$p = \frac{2.(pF)}{t^2}$$

Nun

oder $p : p' :: \frac{(pF)}{tt} : \frac{(p'F')}{t't'}$

Nehmen wir ferner an, daß die kl
und $P'p'$ in gleichen Zeiten beschrieben wer

also $p : p' :: pF : p'F'$

Zusatz IV. Wenn die kleinen Zeit
gleich sind, so verhalten sie sich wie die A
$SP'p'S$.

Aus S beschreibe man die Zirkelbög
sind SP, SP' die Grundlinien, hingege
Höhen der Dreiecke, folglich ist

$$t : t' :: (\tfrac{1}{2}SP \times pM) : (\tfrac{1}{2}SP'$$

$$t : t' :: (SP \times pM) : (SP'$$

$$t^2 : t'^2 :: (SP^2 \times pM^2) : (SP'^2$$

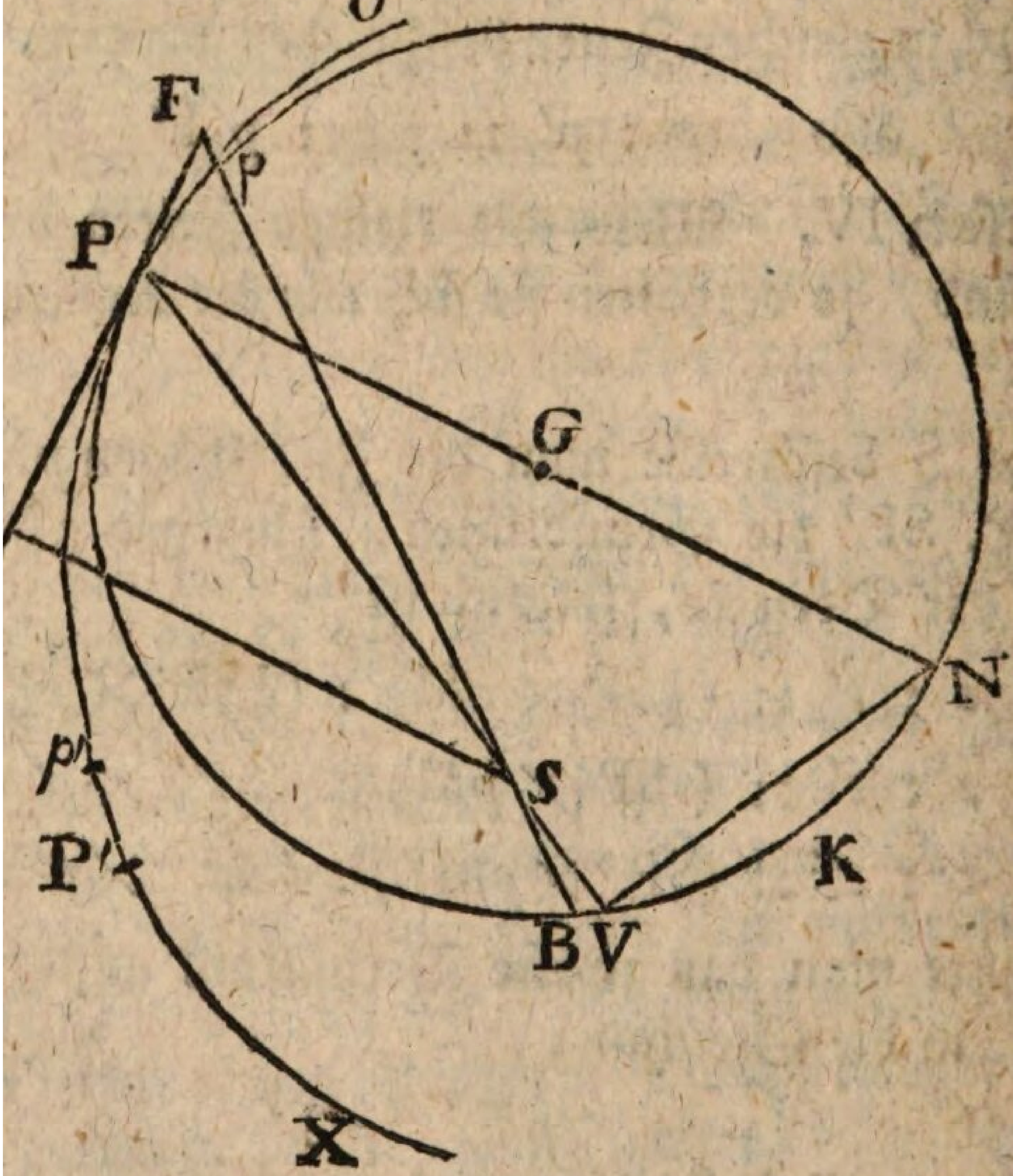
Setzet man das zweite Verhältniß
$t^2 : t'^2$ in die Gleichung

$$p : p' :: \frac{pF}{tt} : \frac{p'F'}{t't'}$$

so ist $p : p' :: \frac{pF}{SP^2 \times pM^2} :$

$p' :: \frac{p}{ST^2 \times PF^3} : \frac{p'}{ST'^2 \times P'F'^2}.$

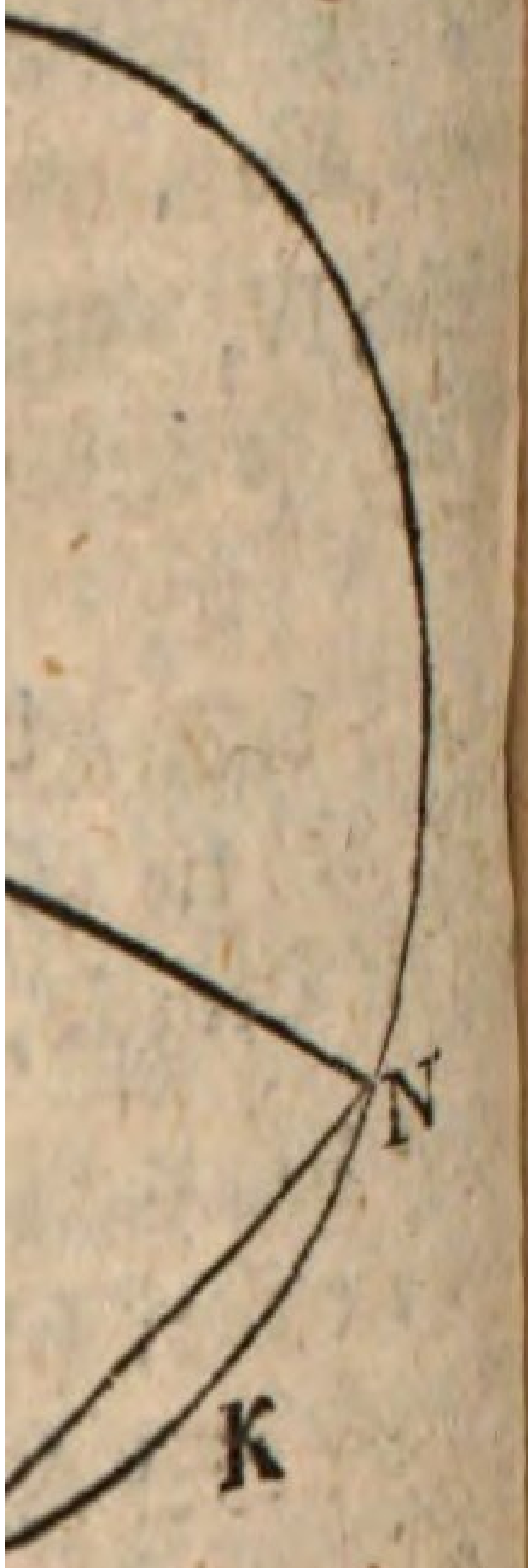
VI.



PG der Halbmesser der Krümmung für den r Bahn. Mit diesem Halbmesser werde aus G der

Zur
ich nur d
ist aber k
auch den
nung mac
Setzet n
Proporzi
Zusä
Denn ST
PVN, w
ner sind
PT senkr
ten. Als
VPN auc
Al
od
dal

$\ldots^{\prime 2} \times P'F'^{2}$



rümmung für den
lbmesser werde aus
Oder

Zur Vermeidung aller Verwirrung
ich nur die Bewegung an einer Stelle P,
ist aber klar, daß, wenn man für eine a
auch den küssenden Zirkel beschreibet, und e

nung machet, man ebenfalls haben wer

Setzet man diese Werthe von pF und
Proporzion des vorigen Zusatzes, so bek

$$p : p' :: \frac{1}{ST^2 . PV} : \frac{}{S'T'^2 \ldots}$$

Zusatz VII. Die Dreiecke STP, P
Denn STP ist ein rechter Winkel, wie
PVN, welcher im halben Zirkel eingesch
ner sind ST, NP parallel, weil sie beide
PT senkrecht stehen. Sie sind von der
ten. Also sind die Wechsel-Winkel P
VPN auch gleich.

Also $SP : ST :: PN : PV$

oder $SP : ST :: 2PG : PV$

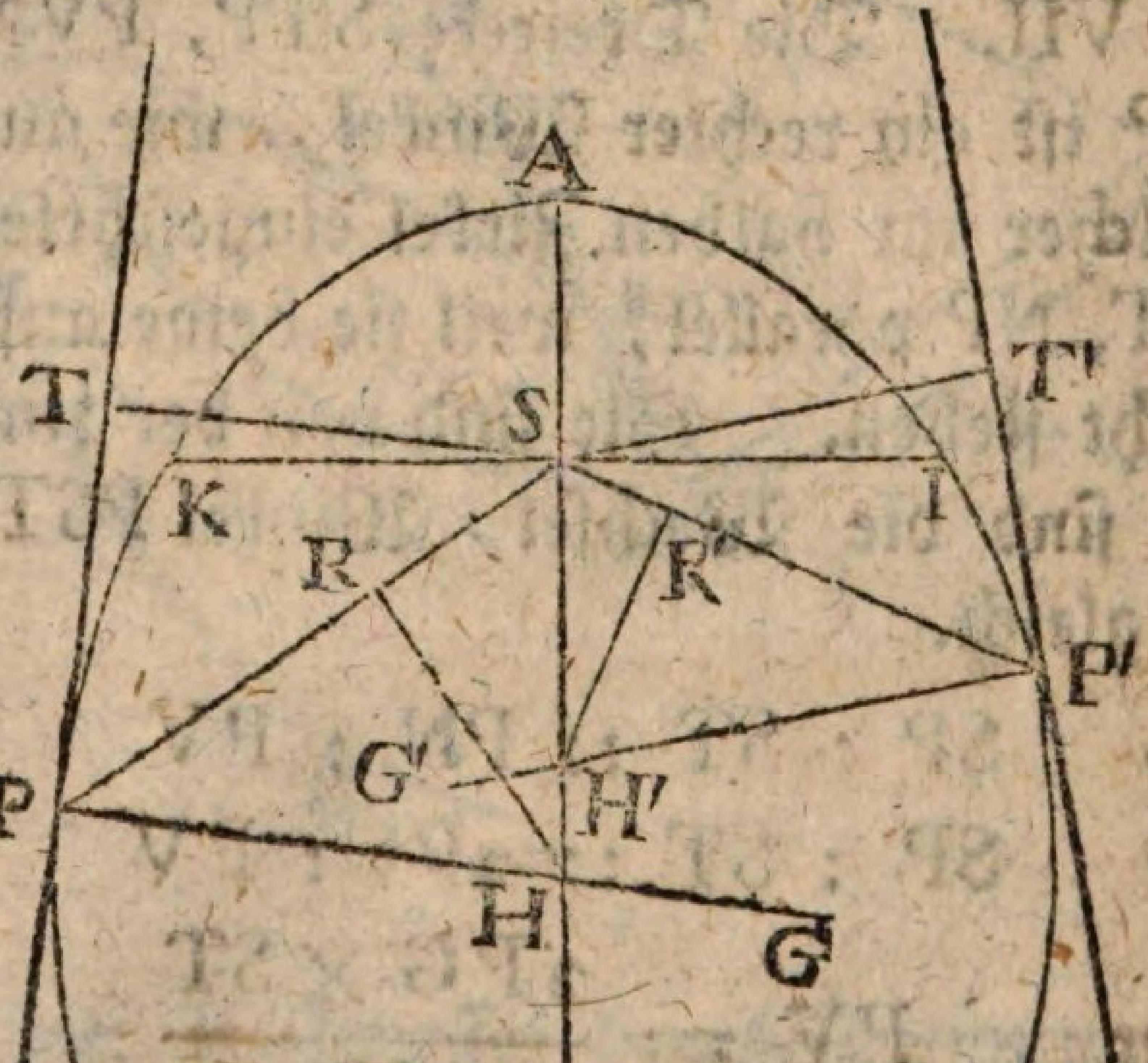
daher $PV = \frac{2PG \times ST}{SP}$

$$:: \overline{ST^3 \times PG} : \overline{ST'^3 \times P'G'}$$

§. 22.

Lehrsatz.

ein Körper vermittelst der Fliehkraft
Zentralkraft einen Kegelschnitt durch-
, in dessen einem Brennpunkte der Kraft-
so muß die Zentralkraft sich allemal
t verhalten, wie das Quadrat der Ent-
der des Vektors.



Es

$\frac{1}{2}IK =$

$= \frac{4P'I}{IK}$

graphs).

Die T
in T und
beide auf
sind die W

oder

daher

und

Auf e

$\frac{1}{2}$ IK $=$ PR $=$ P'R', und daß PG $=$

$$= \frac{4P'H'^3}{IK^2}$$ (siehe die Lehnsätze am En

graphs).

Die Dreiecke SPT, PHR sind ähnlich, in T und in R rechte Winkel; ferner si beide auf PT senkrecht, mit einander pa sind die Wechselwinkel PST und SPH glei

$$SP : ST :: PH : PR$$

oder $$SP : PH :: ST : PR$$

$$SP : PH :: ST : \tfrac{1}{2}IK$$

daher ist $$ST = \frac{SP \times IK}{2PH}$$

und $$ST^3 = \frac{SP^3 \times IK^3}{8PH^3}$$

Auf eine ähnliche Art findet man

$$ST'^3 = \frac{SP'^3 \times IK^3}{8P'H'^3}$$

$$n\ PG = \frac{4.PH^3}{IK^2} \text{ und } P'G' = \frac{4.P'H'^3}{IK^2},$$

$$:: \frac{PH^3 \times IK^2}{SP^2 \times 4PH^3} : \frac{P'H'^3.IK^2}{SP'^2 \times 4P'H'^3}$$

$$:: \frac{1}{SP^2} : \frac{1}{SP'^2}$$

$$:: SP'^2 : SP^2$$

die Beschleunigung in P verhält sich zur Be- in P', wie sich das Quadrat des Vektors SP' Quadrat des Vektors SP, oder die Beschleu- rhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der oder die Wirkung der Zentralkraft verhält sich wie das Quadrat der Entfernung, in welcher

5. Nach aller Schärfe der mathematischen sollte nun noch unser Lehrsatz umgekehrt bewie- n; nämlich daß die Bahn nothwendig ein itt sei, wenn die Wirkung der Zentralkraft kehrt wie das Quadrat der Entfernung ver- ndessen wäre doch dieses hier ziemlich über- Man siehet sogleich, daß der ganze Beweis auf

$=\frac{1}{2}IK.$
sehr bek

Es f
Axe sei a
telpunkte
große Ax

I) PQ^2

II) QH=

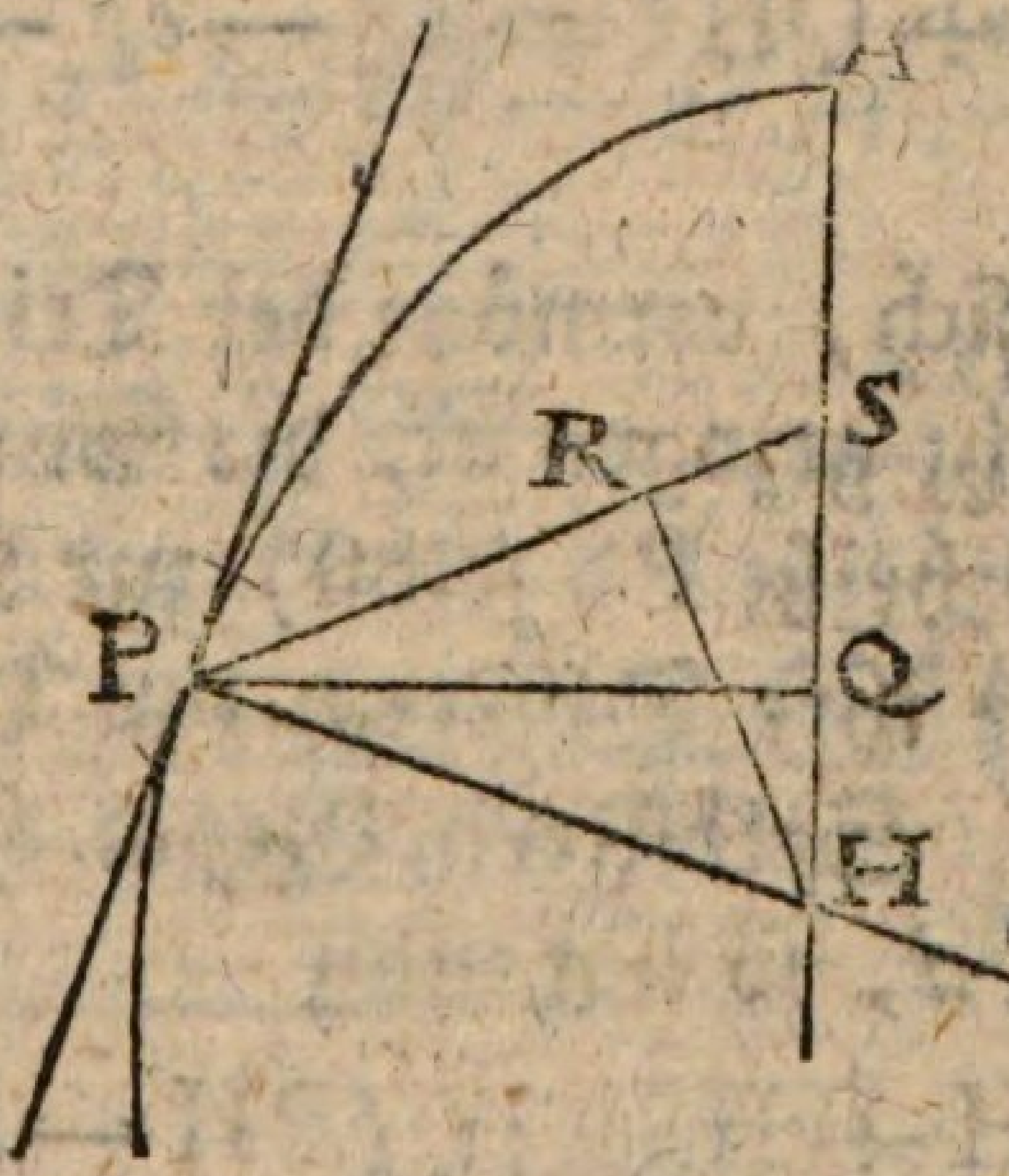
$P'G' = \frac{4.P'H'^{3}}{IK^{3}}$

$\frac{P'H'^{3}.IK^{2}}{P'^{2} \times 4P'H'^{3}}$

verhält sich zur
rat des Vektors
, oder die Besch
ie die Quadrate
tralkraft verhält sich
fernung, in welch

der mathematisch
satz umgekehrt bewie
ahn nothwendig ei
ng der Zentralkraft
der Entfernung ve
hier ziemlich über
der ganze Beweis
auf

$= \frac{1}{2}$IK. Da diese Eigenschaft der K
sehr bekannt ist, so müssen wir sie hier b



Es sei AP ein Stück einer Ellipse,
Axe sei a, die Ekzentrizität e. Die Entf
telpunkt bis zum Punkte Q, wo die P
große Axe senkrecht fällt, sei x, so ist

I) $PQ^2 = a^2 - e^2 + \frac{e^2 x^2}{a^2} - x^2$(Höh.

II) $QH = x - \frac{e^2 x}{a^2}$, (Höh. Geomet.

beiden ersten Gleichungen folget

$$Q^2 + QH^2 = a^2 - e^2 - \frac{e^2 x^2}{a^2} + \frac{e^4 x^4}{a^4}$$

hält sich, vermöge der Trigonometrie, wenn
nkrecht gezogen ist, die Summe beider Theile,
(das heißt PS selbst) zur Summe der Seiten
wie ihre Differenz zur Differenz der beiden
d RS (Selbstlern. Geom. H. XII, §. 6). Diese
z sei d, so hat man

$$(PH + HS) :: (PH - HS) : d$$

$$= \frac{(PH + HS).(PH - HS)}{PS}$$

$$= \frac{PH^2 - HS^2}{PS}$$

e Differenz nebst der halben Summe giebt
zen den größten der beiden Theile. Der
den Theile PR und RS ist demnach

$$\left[PS + \frac{PH^2 - HS^2}{PS}\right]$$

oder

Summ

Di

Ma

a -

Al
drücket

folget

$$-\frac{e^2x^2}{a^2}+\frac{e^4 \ldots}{a^4}$$

rigonometrie, wenn
umme beider Theile,
Summe der Seiten
Differenz der beiden
H. XII, §. 6). Man

-HS) : d

- HS)

lben Summe giebt
den Theile. Der
t demnach

oder

Summa $2a^2 - 2ex \quad - 2e^2$ …

Die Hälfte $a^2 - ex - e^2 + \frac{e \ldots}{\ldots}$

Man dividire durch $PS = a - \frac{e \ldots}{a}$

$$a - \frac{ex}{a}\left\{\begin{array}{l} a^2 - ex - e^2 + \frac{e^3x}{a^2} \\ a^2 - ex \end{array}\right.$$

$$-e^2 + \frac{e^3x}{a^2}$$

$$-e^2 + \frac{e^3x}{a^2}$$

$$0$$

Also ist der größte beider Theile … drücket durch

$$a - \frac{e^2}{a}$$

theil beständig $= q$ gefunden haben. Er
t RS sein, weil diese Linie sich nothwendig
t. wenn SP auf der Axe senkrecht ist, so fällt
nd es wird $RS = 0$.

hyperbel ist der Beweis der nämliche, nur
n + und — anders ausfallen. Es wäre
n noch einmal auszuführen.

Parabel betrift, so kann sie als eine Ellipse
blich großen Axe betrachtet werden. Da nun
n halben Parameter gleich ist, ohne Rück-
xe, so gilt dieser Werth auch bei unend-

I. Das zweite, was vorausgesetzet wurde,

$$\frac{PH^3}{K^2}$$ wo IK der Parameter ist.

Linie AP eine Ellipse ist, die ganze Haupt-
e Parameter p, und wenn die Abzissen vom
rechnet werden, so ist

$$= px - \frac{p}{a} x^2$$

und

Nun i
oder
N
(Höhe
also
oder
Fü
nur da

nden haben. E
ie sich nothwendig
nkrecht ist, so fällt

er nämliche, nur
fallen. Es wäre
l.

sie als eine Ellip
t werden. Dann
ist, ohne Rück
auch bei unend

ausgesetzet wurde,

ter ist.

die ganze Haupt-
n die Abszissen vom

und

Nun ist PH = PQ + QH

$$= \tfrac{1}{4}p^2 + px - pmx - m$$

$$= \tfrac{1}{4}p^2 + (1 - m)px -$$

oder $PH^2 = \tfrac{1}{4}p^2 + (1 - m)(px -$

$$4PH^2 = p^2 + 4(1 - m)(px -$$

$$2PH = [p^2 + 4(1 - m)(px$$

$$8PH^3 = [p^2 + 4(1 - m)(px$$

Nun ist für die Ellipse der Halbmes
(Höhere Geomet. Hauptst. IX, §. 7)

$$PG = \frac{[p^2 + 4(1 - m)(px -}{2p^2}$$

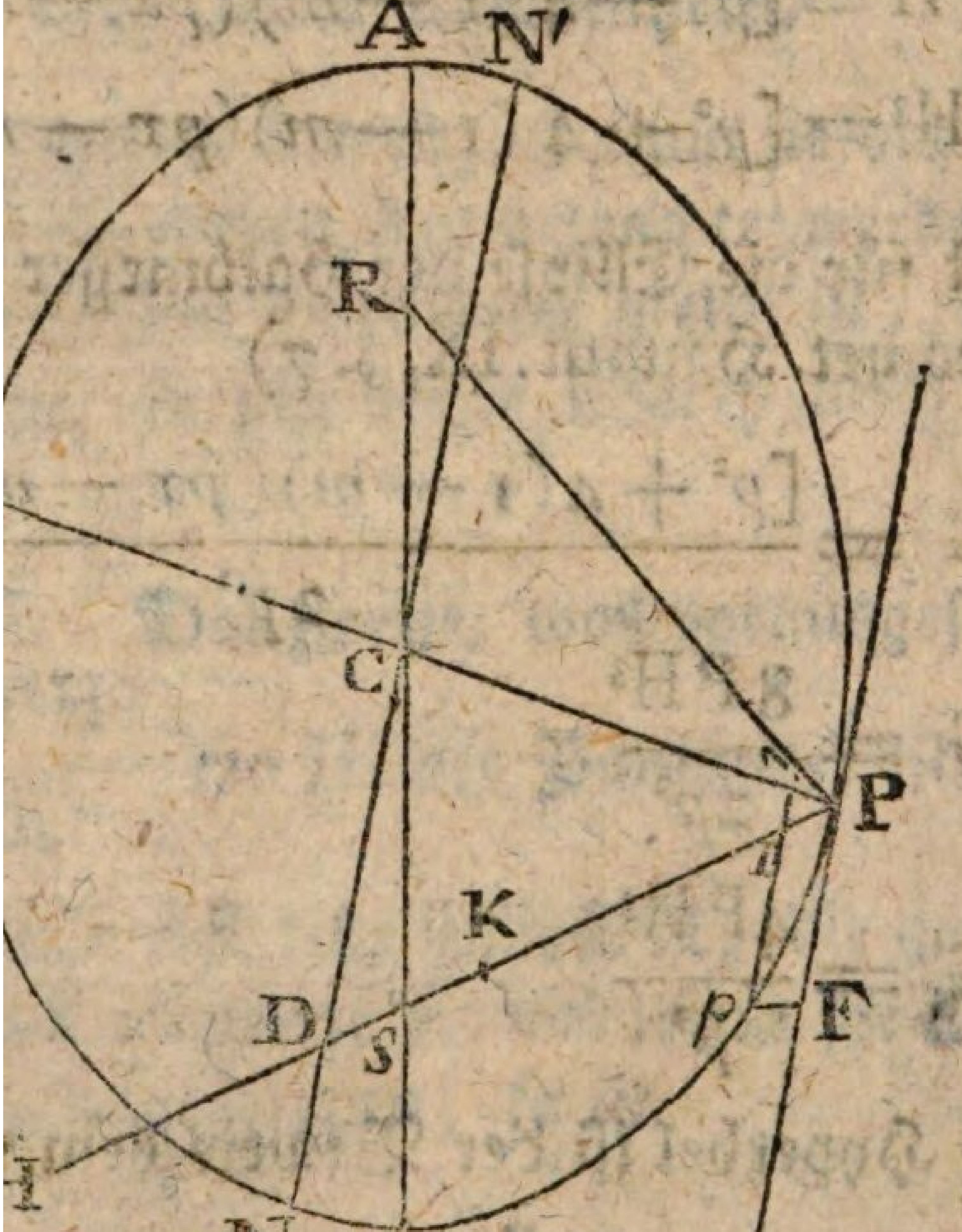
also $PG = \dfrac{8PH^3}{2p^2}$

oder $PG = \dfrac{4PH^3}{p^2}$

Für die Hyperbel ist der Beweis de

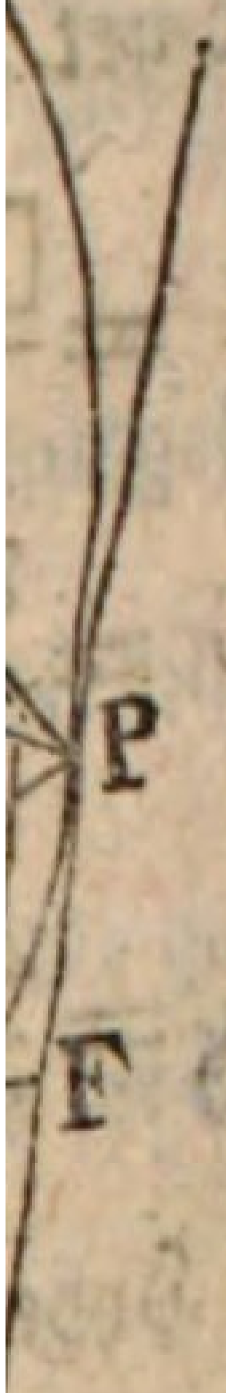
nur daß a, folglich auch $\dfrac{p}{a} = m$ allenth

n so groß, oder größer als diejenige,
örper erhalten würde, wenn er, ver-
tralkraft, die jetzt auf ihn wirket,
tpunkte gefallen wäre.



Die

r als diejenige,
wenn er, ver
uf ihn wirket,



Die

einförmig durchlaufen konnte. So n
den Gesetzen der einförmig = beschleu
daß dieselbe Geschwindigkeit zureichen
daß der Körper in der Zeit T mit ein
2PK durchliefe. Wenn man sich die
gung in PF und 2PK mit gleicher G
ket, so verhalten sich die Wege wie di

$$PF : 2PK :: t : T$$

Es sei g die Fallkraft nahe bei
Entfernung von S, in welcher die au
kende Zentralkraft der Fallkraft g glei
die Wirkungen der Zentralkraft sich
wie die Quadrate der Entfernungen
sich die Wirkung der Zentralkraft in
wie d^2 zu SP^2. Also wird die Wirku
in P ausgedrücket durch $\frac{d^2 g}{SP^2}$.

In sehr kurzen Zeiten werden
einförmig = beschleunigende Kräfte betr
ist (H, III, §. 4) $PI = \frac{1}{2}\left(\frac{d^2 g}{SP^2}\right) . t^2$ u

$$: PK :: \frac{d^2 g . PF^2}{SP^2} : 4 g PK^2$$

$$= \frac{d^2 PF^2}{SP^2 \times 4 PK}.$$

he man durch den Mittelpunkt C den Dia-
ist *pi* eine Applikate für diesen Diameter,
nd die beiden abgeschnittenen Theile dieses
N′ mit *pi* und PF parallel, ist der mit PP′
neter. Und es ist, vermöge der Natur der
re Geomet. H. III, §. 4)

$$\frac{NN'^2}{PP'^2}\left(\tfrac{1}{2}PP' - Ci\right)\left(\tfrac{1}{2}PP' + Ci\right)$$

$$\frac{CN^2}{CP^2}(PC - Ci)(PC + Ci)$$

$$\frac{CN^2}{CP^2} \times Pi \times P'i$$

$$\frac{pi^2 . CP^2}{CN^2 . P'i}$$

Weil

Es war

Al

We
wird, s
soll. 2

$$PC : PD :: Pi : PI$$

oder $$PC : CA :: \frac{PF^2 \times PC}{2CN^2} :$$

daher $$PI = \frac{CA \times PF^2}{2CN^2}$$

Es war auch $$PI = \frac{d^2 PF^2}{SP^2 \times 4PK}$$

Also $$\frac{d^2 PF^2}{SP^2 \times 4PK} = \frac{CA \times}{2C}$$

$$\frac{d^2}{2SP^2 . PK} = \frac{CA}{CN^2}$$

$$\frac{d^2}{SP^2} \times CN^2 = 2\,CA \times$$

Wenn R der andere Brennpunkt ist, wird, so ist $CN^2 = PS \times PR$, wie unter soll. Also ist

$$\frac{d^2}{SP^2} \times CN^2 = \frac{d^2}{SP^2} \times PS \times PR$$

nehme; der andere mit der beschleunigenden derjenigen gleich ist, die in der Nähe der und dieser letztere durchlaufe einen Weg PH, l eben so viel Geschwindigkeit erhalten habe, in S. Die wirkliche beschleunigende Kraft orher gefunden worden $\frac{d^2 g}{SP^2}$, die in S und leiche Geschwindigkeit sei v, so ist, in der Voraussetzung (H. III, §. 4)

$$PS = \frac{\frac{1}{2} v^2}{\left(\frac{d^2 . g}{SP^2}\right)}$$

$$PH = \frac{v^2}{2g}$$

$$PH : PS :: \frac{1}{g} : \frac{1}{\left(\frac{d^2 g}{SP^2}\right)}$$

$$PH : PS :: \frac{d^2 . g}{SP^2} : g$$

also

er beschleunigenden
e in der Nähe der
ise einen Weg PH,
keit erhalten habe,
chleunigende Kraft
$\frac{{}^2 g}{SP^2}$, die in S und
v, so ist, in der
§. 4)

also

Hier ist PR der Vektor, der nach
hingezogen ist, wo sich der Kraftpunkt ni
ist die Hauptaxe. In der Ellipse ist
als AB, weil PR + PS = AB (Höh. G
In der Hyperbel ist PR allemal größer,
dieser Linie der Vektor, der nach dem en
punkte gehet, die Summe desjenigen
näheren gehet, und der Hauptaxe (Höh. G
In der Parabel ist der entferntere Bre
weit, und PR und AB müssen für gleich

In der Proporzion

$$PK : PH :: PR : AB$$

ist PK < PH, oder PK > PH, oder PI
dem PR < AB, PR > AB, oder PR =
je nachdem die Bahn eine Ellipse, ein
eine Parabel ist.

Man erinnere sich jetzt, was PK u
Es war PK der Raum, den ein fallend
bei der Erde) durchlaufen müßte, um di
zu erhalten, welche ihm die Fliehkraft
bedeutet PH den Raum, den ein bei d
Körper durchlaufen müßte, um dieselbig

$$PK : PH :: v^2 : V^2$$

em also PK kleiner, oder größer, oder eben
ls PH, so ist auch v^2 kleiner, größer, oder
als V^2, und folglich v kleiner, größer, oder
als V, welches also geschiehet, je nachdem
e Ellipse, eine Hyperbel, oder eine Parabel
zu beweisen war.

$$\text{Da } PK : PH :: PR : AB$$

$$PK : PH :: v^2 : V^2$$

$$v^2 : V^2 :: PR : AB$$

. Wenn die Bahn ein Zirkel und der Kraft-
ttelpunkte wäre, so wäre $PR = \frac{1}{2} AB$, also

$$v^2 : V^2 :: \tfrac{1}{2} AB : AB$$

$$v^2 : V^2 :: 1 : 2$$

$$v^2 = \frac{V^2}{2}$$

s Quadrat der durch die Fliehkraft erzeugten
eit wäre nur die Hälfte des Quadrats derje-
windigkeit, welche der Körper bekommen
würde,

Punkte
man den
parallel
tors PF

Ma
mit dem

größer, oder eben
iner, größer, oder
einer, größer, oder
schiehet, je nachdem
oder eine Parabel

R : AB

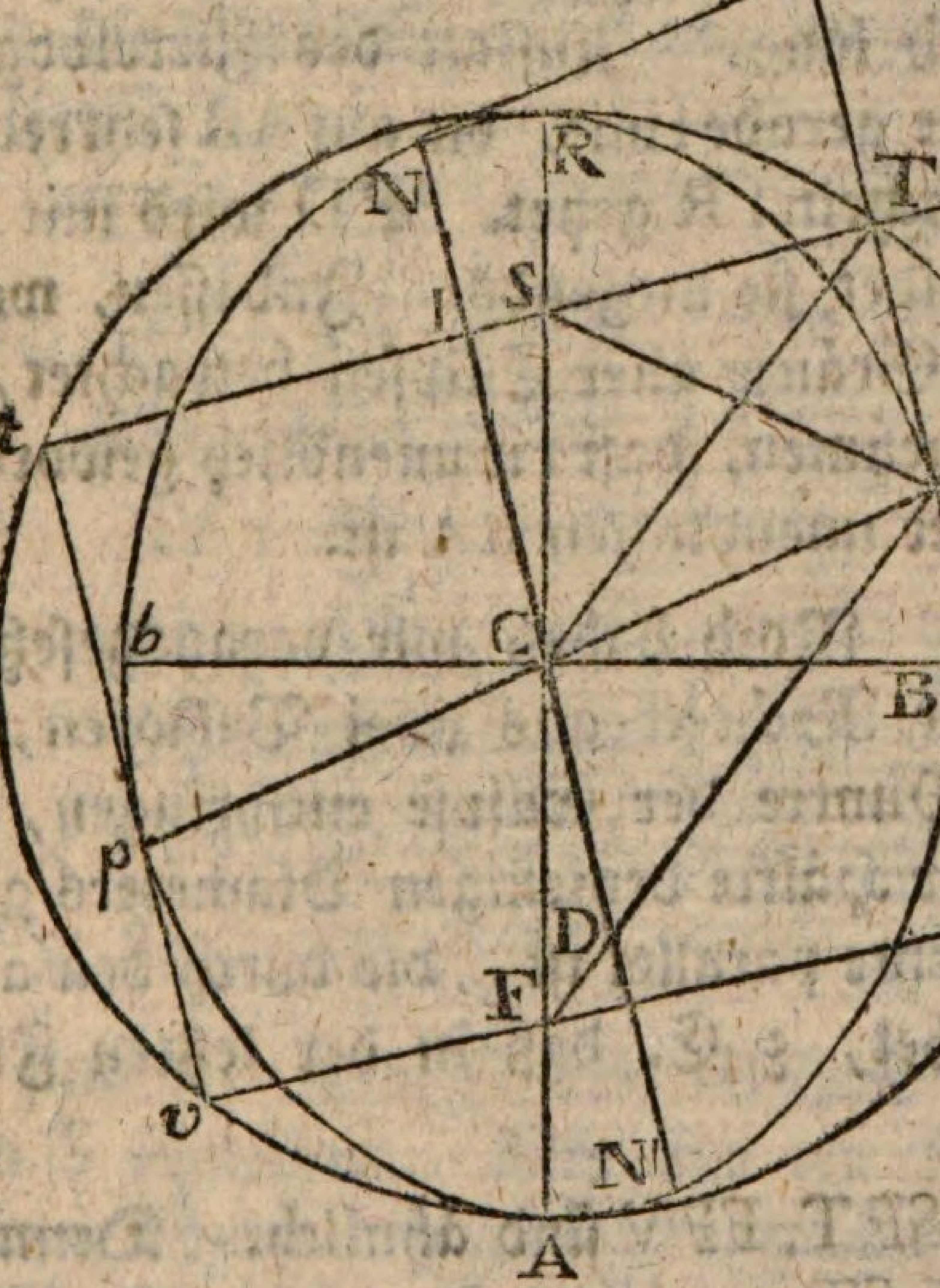
: V^2

: AB

irkel und der Kraft
$PR = \frac{1}{2} AB$, also

B

Fliehkraft erzeugten
es Quadrats derje
Körper bekommen
würde,



Punkte P einer Ellipse den Vektor PF z
man den Diameter NN′ ziehet, der mit d
parallel ist, so ist das abgeschnittene St
tors PF allemal der halben Hauptaxe CA

Man beschreibe aus dem Mittelpun
mit dem Halbmesser CA einen Zirkel.

Scheitein beschreibet. Bei der Parabel ist
ndlich lang. Anstatt des Zirkelbogens RT
n eine gerade Linie, die auf AR senkrecht stehet,
en Scheitel R gehet. PD wird mit NN′ pa-
schneidet sie nirgends. Indessen, wenn man
als Gränze aller Ellipsen betrachtet, so hin-
anzunehmen, daß die unendlich gewordene PD
fte der unendlichen RA ist.

z II. Noch haben wir vorausgesetzet, daß
t oder Rechteck aus zwei Vektoren, die aus
hen Punkte der Ellipse entspringen, allemal
ate der Hälfte desjenigen Diameters gleich sei,
Tangente parallel ist, die durch den angenom-
kt gehet, z. E. daß in der letzten Figur PS
N^2

eiecke SPT, FPV sind ähnlich. Denn es wird
, daß ST und FV beide auf der Tangente TV
. Ferner ist bekannt, daß $\angle SPT = \angle FPV$
. H. II, §. 2, Zus. I). Also ist

$$ST : SP :: FV : FP$$

ultiplizire den ersten und dritten Satz mit ST,
und vierten mit SP, so kömmt

$$SP^2 :: (ST \times FV) : (SP \times PF)$$

Die

wenn m
ziret.
od
ode
ode
ode
ode
(ST
(ST
Nun
die sich i
der geme
nämlich S
In der E
nungen I
gleich (H
=SR ×
und da S

wenn man die Grundlinie CN mit der H
ziret. Also ist

$$TI \times CN = CA \times C$$

oder $TI : CA :: CB : CN$

oder $2TI : 2CA :: CB : CN$

oder $Tt : AR :: CB : CN$

oder $ST : SP :: CB : CN$

oder $ST^2 : SP^2 :: CB^2 : CN^2$

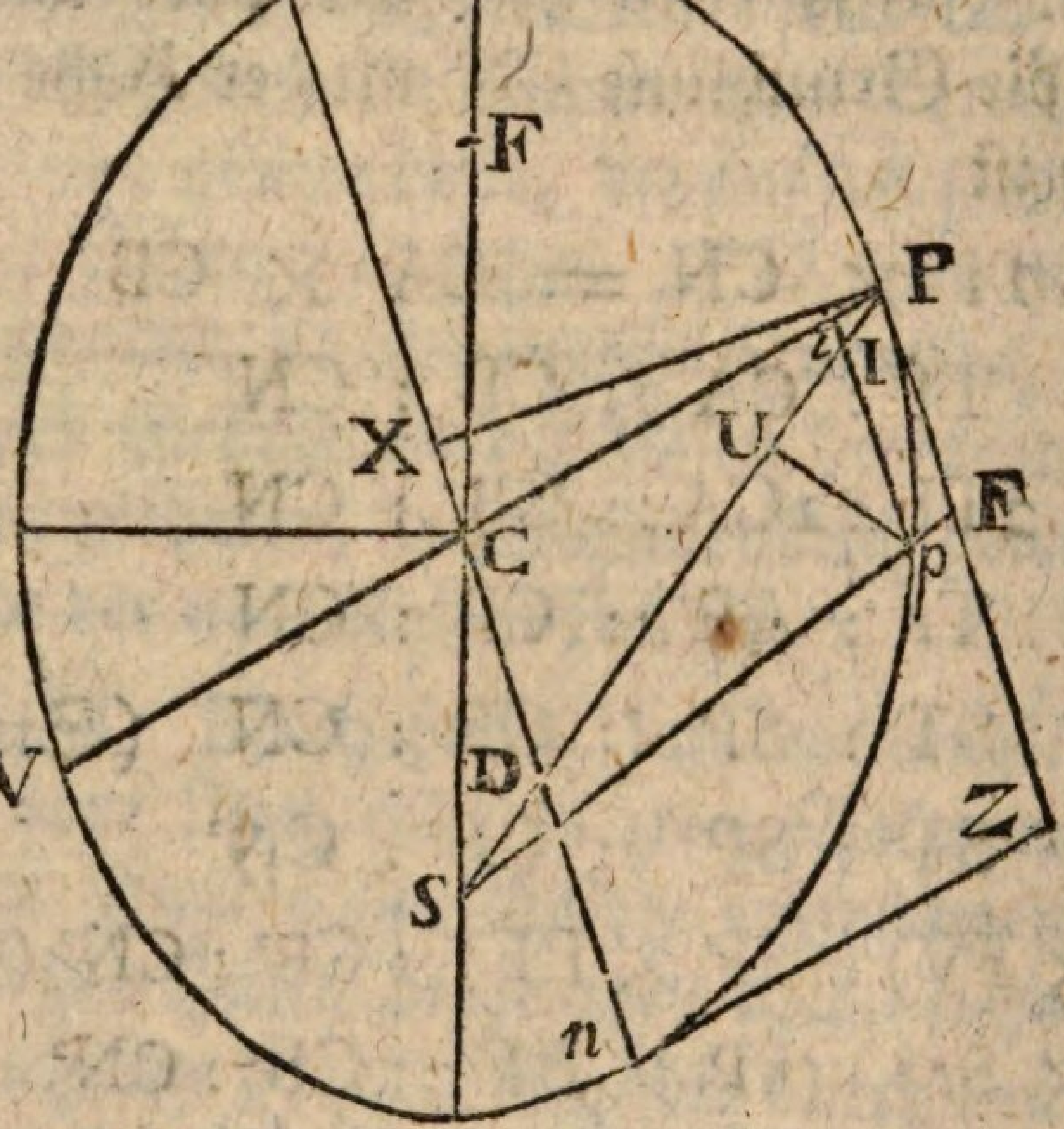
$(ST \times FV) : (SP \times PF) :: CB^2 : C$

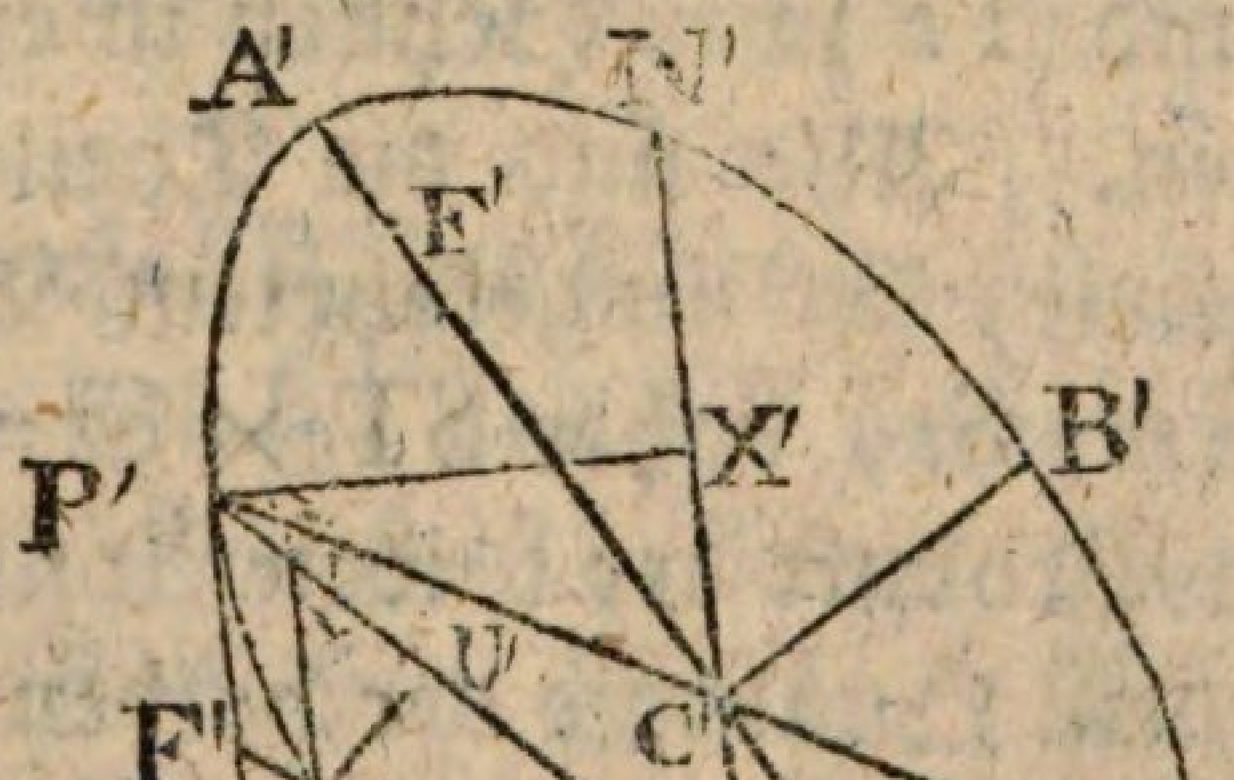
$(ST \times St) : (SP \times PF) :: CB^2 : C$

Nun sind AR und Tt zwei Sehnen
die sich in S schneiden. Also sind die
der gemeinen Geometrie, in umgekehrte
nämlich $ST : SR :: SA : St$, daher $ST \times$
In der Ellipse ist das Produkt der beiden
nungen RS und SA dem Quadrate der ha
gleich (Höh. Geom. I. H. §. 16, Zus. I).
$= SR \times SA = CB^2$. Da nun

$$(ST \times St) : (SP \times PF) :: CB^2$$

und da $ST \times St = CB^2$, so ist auch $SP \times$





Wenn

in S zu
die Ze
nisse d
staben
tung,
pU au
Es sei

(

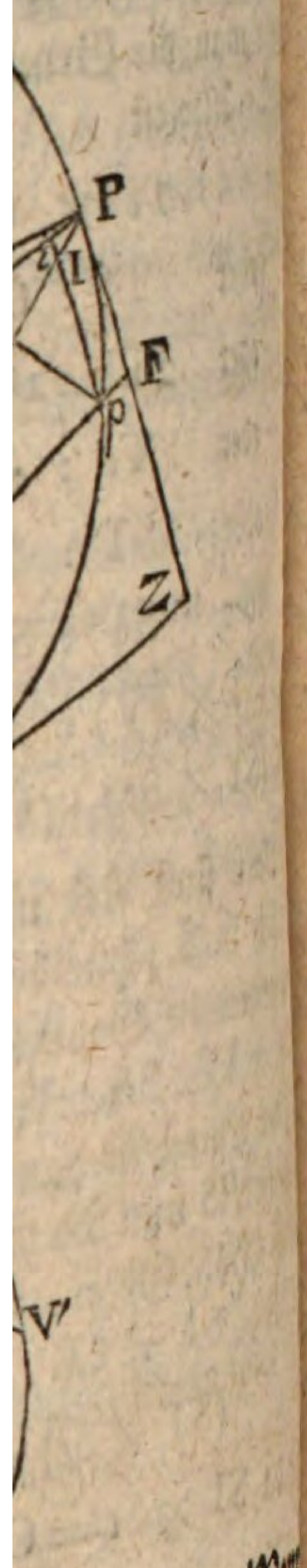
Fe

und (

inde

Di
beide r
Dlp od

W
men, (



die Zentralkraft zu S hin, nach dem umg
nisse der Quadrate der Entfernungen, w
staben in der Figur haben meistens die
tnng, als in den vorhergehenden. PX
pU auf SP senkrecht; und so auch in
Es seien q und q' die Parameter beider

$$(q.\mathrm{PI}) : (q.\mathrm{P}i) :: \mathrm{PI} : \mathrm{P}i$$

$$:: \mathrm{PD} : \mathrm{PC}$$

$$:: \mathrm{AC} : \mathrm{PC}\ ($$

Ferner ist

$$(q.\mathrm{P}i) : (\mathrm{V}i \times \mathrm{P}i) :: q$$

und $(\mathrm{V}i \times \mathrm{P}i) : (pi^2) :: \mathrm{PC}^2$

indem $pi^2 = \frac{\mathrm{CN}^2}{\mathrm{PC}^2}(\mathrm{V}i \times \mathrm{P}i)$. (Si

Die Dreiecke pIU und PDX sind
beide rechte Winkel haben, und weil
DIp oder UIp und IDX oder PDX glei

$$p\mathrm{I} : p\mathrm{U} :: \mathrm{PD} : \mathrm{PX}$$

Wenn aber die Punkte p und P u
men, so ist $p\mathrm{I} = pi$, also auch

$$pi : p\mathrm{U} :: \mathrm{PD}\ \mathrm{PX}$$

Wenn

jezt die gefundenen Proporzionen kurz zusam-

$PI) : (q.Pi) :: AC : PC$

$.Pi) : (Vi \times Pi) :: q : Vi$

$Pi) : (pi^2) :: PC^2 : CN^2$

$pi^2) : (pU^2) :: CN^2 : CB^2$

ziret man alle Säze nach der Ordnung, und gemeinsamen Faktoren weg, so kömmt

$^2) :: (AC \times q \times PC^2) : (PC \times Vi \times CB^2)$

der halbe Parameter $(\frac{1}{2}q)$ die dritte Propor- zu AC und CB, also $AC \times \frac{1}{2}q = CB^2$ oder CB^2, folglich

$:: (2CB^2 \times PC^2) : (PC \times Vi \times CB^2)$

an die beiden lezten Säze durch CB^2 und ,

$(q \times PI) : pU^2 :: 2PC : Vi$

$(q \times PI) : pU^2 :: PV : Vi$

Nun

kunge

E
nämli
Quad

A

daß

folg

daß

ode

daß

N
und p
S'P', p

orzionen kurz zusam

PC

: Vi

: CN^2

: CB^2

der Ordnung,
eg, so kömmt

$(PC \times Vi \times C$

) die dritte Propor
$C \times \frac{1}{2}q = CB^2$ oder

$\times Vi \times CB^2)$

äße durch CB^2 und

Vi

: Vi

Nun

---

rungen wie PI und P'I'. Also

$$f : f' :: PI : P'I'$$

Es wurde aber in der Aufgabe ang
nämlichen Wirkungen sich umgekehrt
Quadrate der Entfernungen. Also

$$f : f' :: S'P'^2 : SP$$

Aus beiden Proporzionen folget

$$S'P'^2 : SP^2 :: PI : P'$$

daher $S'P'^2 : SP^2 :: \frac{pU^2}{q} :$

folglich $S'P' : SP :: \frac{pU}{\sqrt{q}} :$

daher $\frac{S'P' \times p'U'}{\sqrt{q'}} = \frac{SP \times}{\sqrt{q}}$

oder $(SP \times pU) : (S'P' \times p'U$

daher $(\frac{1}{2}SP \times pU) : (\frac{1}{2}S'P' \times p'U$

Nun sind SP, $S'P'$ die Grundlin
und $p'U'$ die Höhen der unendlich klei
$S'P'p'S'$, folglich sind $\frac{1}{2}SP \times pU$ un

ehörigermaßen gezogen werden. Was die
belanget, so ist sie eine Ellipse mit einer
Hauptaxe. Man kann also ohne Beden-
on der Ellipse bewiesen ist, auf die Parabel

§. 25.

vei Körper sich in zwei verschiedenen
en um denselbigen Brennpunkt herum
d wenn sich die Wirkungen der Zen-
gekehrt verhalten, wie die Quadrate
ngen, so verhalten sich ihre absoluten
keiten, wenn und wo man will, alle-
wie die Quadrat-Wurzeln der Para-
mgekehrt, wie die senkrechten Linien,
gemeinsamen Brennpunkte auf die
angenten gefället werden.

lich kleinen Zeiten verhalten sich die abso-
ndigkeiten wie die durchlaufenen Bögen
Fig.) Die Tangenten PT, P'T' können
ungen der unendlich kleinen Seiten Pp, $P'p'$
en. Die Dreiecke SPT, pUP sind ähnlich,
enselbigen Winkel, und jeder einen rechten
pU auf SP und ST auf PT senkrecht ist.
Also

A

E

A

Nun

her,
sind

erden. Wie e
Ellipse mit einer
also ohne Bedeu-
, auf die Parabel

ei verschiedenen
nnpunkt herum
fungen der Zo
e die Quadra
ihre absoluten
man will, alle
rzeln der Para
krechten Linien,
punkte auf die
den.

ten sich die abso
laufenen Bögen
T, P'T' können
Seiten Pp, P'p'
pUP sind ähnlich,
eder einen rechten
PT senkrecht ist.
Also

Also ist $\quad ST : SP :: pU : pP$

daher $\quad pP = \frac{SP \times pU}{ST}$

Eben so wird gefunden

$$p'P' = \frac{SP' \times p'U}{ST'}$$

Also ist $\quad pP : p'P' :: \frac{SP \times pU}{ST}$

Nun ist (§. 24) $SP \times pU : (SP' \times p'U$

folglich $pP : p'P' :: \frac{\sqrt{q}}{ST'} :$

§. 26.

Wenn die nämlichen Bedin
her, Statt finden, und wenn di
sind, so sind die Flächen derselbe

in der Einheit der Zeit beschriebene Aus- die ganze Fläche der Ellipse, so ist ebenfalls glich

$a : a' :: ts : t's'$

r (§. 24)

$s : s' :: \sqrt{q} : \sqrt{q'}$

e Parameter (nämlich der Hauptaxen) sind.

$a' :: t\sqrt{q} : t'\sqrt{q'}$

§. 27.

nämlichen Umständen, als vorher, Bahnen Ellipsen sind, verhalten sich hlen der Umlaufs-Zeiten, wie die er Haupt-Axen.

er einen Ellipse die große Axe $= d$, die Parameter der großen Axe $= q$, so ist o $dq = b^2$, und wenn man beiderseits mit so ist $d^3 q = b^2 d^2$. Wenn in einer andern und der Parameter mit d', b', q' bezeich- t ebenfalls $d'^3 q' = b'^2 d'^2$. Es seien nun hen der beiden Ellipsen, so verhalten sich diese

Zu
Param
für all
und de
diesem
telpunk

L
chen d
ihren
die kle
Geom

Also
oder

V
muß n
halten
unmitt

Zusatz. Da hier weder die kle
Parameter in Anschlag kommen, so
für alle Ellipsen, also auch für diejenig
und der Parameter gleich sind, das hei
diesem Falle vermischt sich der Brennp
telpunkte, welcher also zugleich der Kr

Lehnsatz. Es muß bewiesen we
chen der Ellipsen sich verhalten, wie
ihren beiden Axen. Wenn d und d' d
die kleinen Axen, a und a' die Flächen
Geomet. Hauptst. XI, §. 4, Ex. IV)

$$a = db\,(1 - \tfrac{1}{6} - \tfrac{1}{40} \ldots$$

$$a' = d'b'\,(1 - \tfrac{1}{6} - \tfrac{1}{40} \ldots$$

Also $a : a' :: db\,(1 - \tfrac{1}{6} - \&c.) : d \ldots$

oder $a : a' :: db : d'b'$

§. 28.

Von allen in diesem Hauptstücke
muß man hauptsächlich die folgenden
halten, als welche in der physikalische
*un*mittelbare Anwendung finden.

e die Quadrate der Vektoren, oder der Ent-
Körpers vom Kraftpunkte.

Geschwindigkeit in der größten Entfernung
nd in der kleinsten Entfernung am größten.

Bahn eine geschlossene Linie bildet, und
dem Kraftpunkte einen Kreis beschreibet,
-Inhalte eben so groß ist, als der Flächen-
ahn, so schneidet der Umkreis des Zirkels
r Bahn an solchen Stellen, wo die wahre
windigkeit der mittleren gleich ist.

Bahn geschlossen und symmetrisch ist, so
Weg von einer Apside zur andern, die halbe
Umlaufes; und die Zeit, die der Körper
von einem beliebigen Punkte zum entgegen-
en, ist größer oder kleiner, als die Zeit des
fs, je nachdem der Weg durch die obere
untere Apside gehet.

Bahn ein Kegelschnitt ist, dessen Brenn-
der Kraftpunkt ist, so verhält sich die Wir-
alkraft allemal umgekehrt, wie das Quadrat
oder des Vektors.

ung der Zentralkraft und Fliehkraft, in
en Punkte der Bahn, kann bestimmet wer-
an sich vorstellet, die Zentralkraft nehme
nicht

bel ab
W
denselb
punkt
gen de
Entfer
gleiche
die Q
beider

Fe
beider
wie die
umgek
punkte
gefälle

S
der B
drat-
Zeiten
verhal

der aber sind beide gleich.

Wenn zwei Körper sich in zwei K
denselbigen Kraftpunkt bewegen, der zu
punkt beider Kegelschnitte ist, und wen
gen der Zentralkraft umgekehrt, wie
Entfernungen verhalten, so beschreiben
gleichen Zeiten solche Ausschnitte, die
die Quadrat-Wurzeln der Parameter
beider Kegelschnitte.

Ferner verhalten sich die absoluten
beider Körper, wenn und wo man will
wie die Quadrat-Wurzeln der gedachten
umgekehrt, wie die senkrechten Linien, d
punkte auf die Tangenten zu den ge
gefället werden.

Sind beide Bahnen Ellipsen, so
der Bahnen im zusammengesetzten Ver
drat-Wurzeln der Parameter und der
Zeiten. Die Quadratzahlen der Um
verhalten sich wie die Kubikzahlen der

§. 1.

ruhende Körper, sie mögen verbunden sein
hen allemal einen gemeinsamen Schwerpunkt
st. V, §. 10 bis 13). Wenn die Körper
sind, und jeder für sich eine Bewegung hat,
ennoch in jedem Augenblicke einen gemein-
rpunkt, welcher für jede Lage der Körper
den kann. Wenn nun in jedem unendlich-
ilchen ein anderer gemeinsamer Schwerpunkt
so saget man, der gemeinsame Schwerpunkt
st aber der Schwerpunkt beständig an einem
Orte, so ruhet er. Hier wird eine unend-
nach und nach entstehender Schwerpunkte
er betrachtet, der seine Stelle verändert

§. 2.

Lehrsatz.

wei Körper sich in derselbigen geraden
n parallelen Linien, aber in entgegen-
htungen bewegen, und wenn sich die
Ge-

Er
und B,

G
Richtu
mit G
die Ma
diese S

Au

worau
same S
die La
mögli
immer
Dy

Es sei G der gemeinsame Schwerpu
und B, so ist (Stat. Hauptst. V, §. 3)

$$GB : GA :: A : B$$

Gesetzt, beide Körper durchlaufen in
Richtung und in der nämlichen Zeit die
mit Geschwindigkeiten, die sich umgekeh
die Massen, so verhalten sich die Wege A
diese Geschwindigkeiten (Stat. Hauptst. I

$$BB' : AA' :: A : B.$$

Aus beiden Proporzionen folget

$$(GB - BB') : (GA - AA') ::$$

oder $GB' : GA' :: A : B$

oder $GB' : GA' :: A' : B'$

woraus folget, daß der Punkt G wied
same Schwerpunkt der Körper A und B
die Lage A', B' gekommen sind. Und
möglichen Lagen eintrifft, so bleibet
immer in G.

GB : GA :: A : B

G ziehe man willkührlich A′B′, so sage ich, vorhergehenden Bedingungen, die Körper A zugleich, der eine in A′, der andere in B′, be- en, und daß ihr gemeinsamer Schwerpunkt G ist. Denn wegen der ähnlichen Dreiecke B′, ist

B′ : AA′ :: GB : GA :: A : B

nun die Wege AA′, BB′ umgekehrt verhal- Massen A und B, welches der angenommenen entspricht, so ist B in B′, wenn A in A′ ist. ier

B′ : GA′ :: GB : GA :: A : B

enn A in A′, und B in B′ ist, so lieget der ge- Schwerpunkt wiederum in G. Und da dieses , man mag A′B′ ziehen wie man will, (nur A′ und BB′ parallel), so bleibet der gemein- erpunkt immer in G.

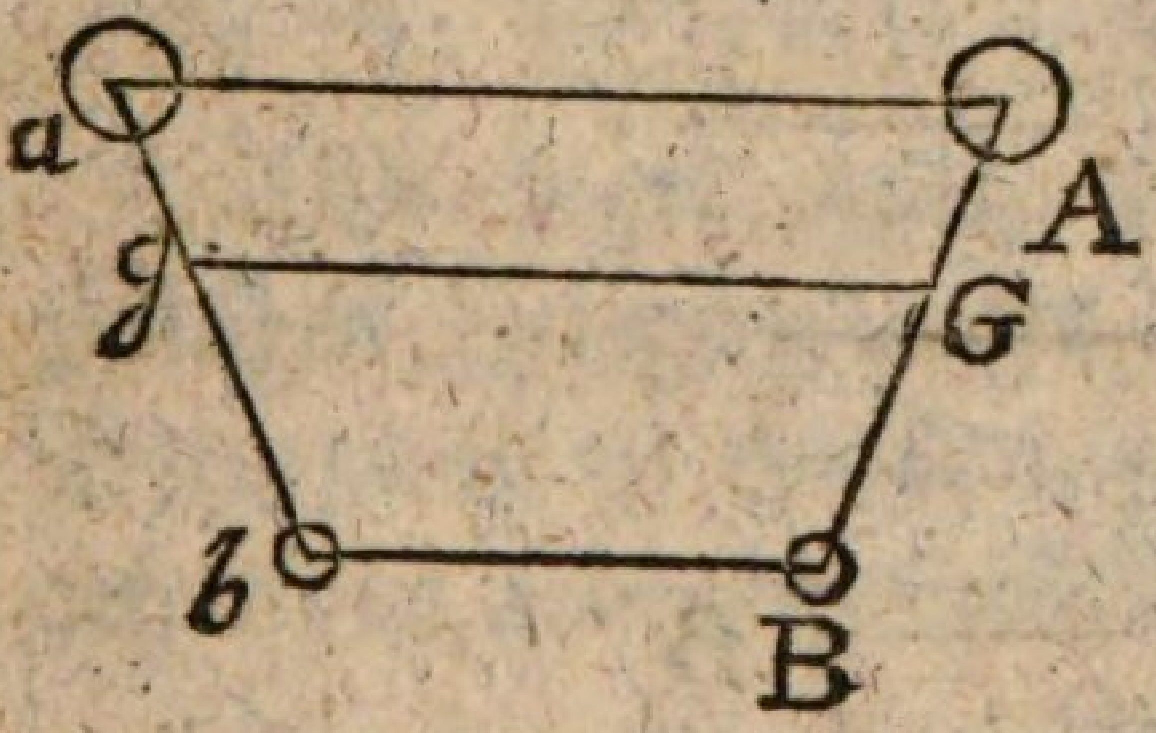
Da in beiden Fällen der Beweis lediglich het, daß sich die Geschwindigkeiten umgekehrt

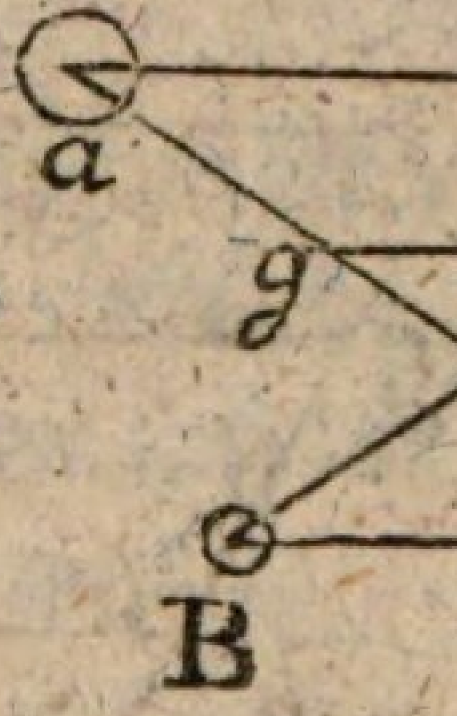
wie

er ruh
übrige

Ge
zugleich
lele Lin
G, so
der ge
ersten
und Bb
nun zu
werden
(Selbst
gb : g
gb : g

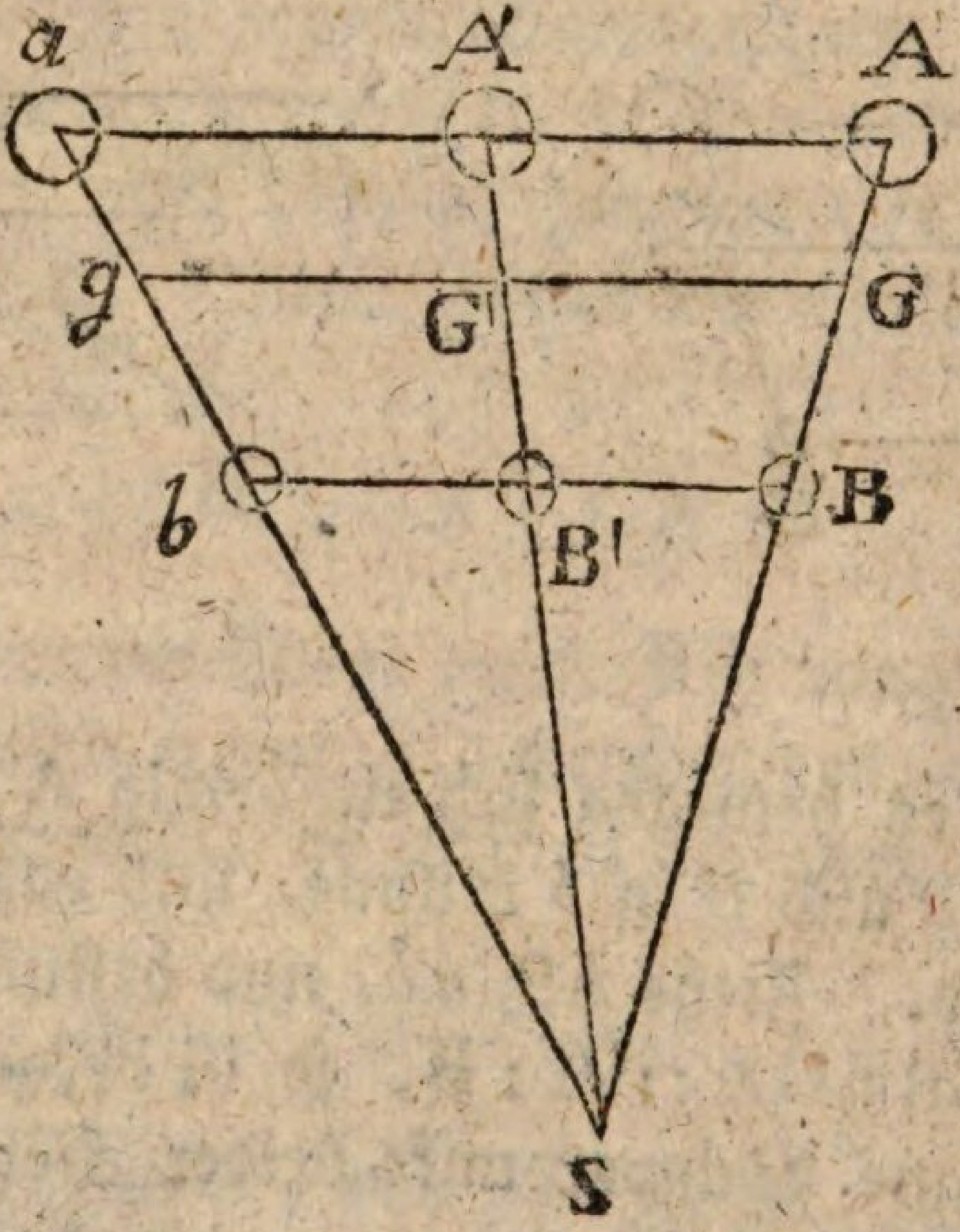
er ruhet), eine gerade Linie, die m
übrigen parallel ist.





Gesetzt, es bewegen sich einförmig A zugleich A in *a* und B in *b* komme, und da lele Linien sind. Ziehe AB, *ab*, und besti G, so daß GB : GA :: A : B, so ist bek der gemeinsame Schwerpunkt beider Kö ersten Lage. Durch G ziehe eine gerad und B*b* parallel, so schneidet sie *ab* irgend nun zwei gerade Linien von drei paral werden, so sind die abgeschnittenen The (Selbstlernende Geomet. Hauptst. III, §. *gb* : *ga* :: GB : GA :: A : B :: *a* : *b*, m *gb* : *ga* :: *a* : *b*. Folglich ist der Sch

bewegen, so ist die Bewegung des ge-
Schwerpunktes auch einförmig.



die parallelen Wege AA', BB' werden in
ten von den Körpern A und B durchlaufen,
werpunkt G durchlaufe zugleich GG', welche
BB' parallel ist (§. 3). Verlängere AB
is daß sie sich in S schneiden. Verlängere
GG', BB'. Nimm B'b = BB', so wird der
ein-

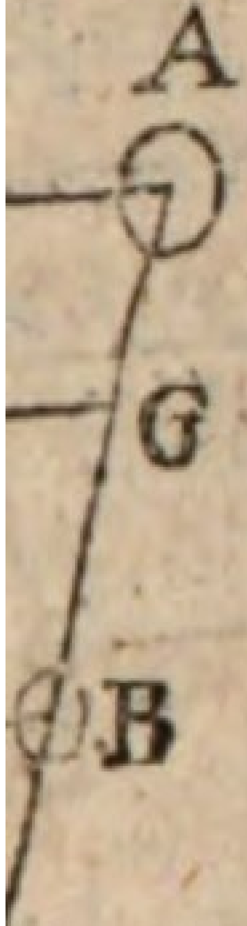
Nun
Al
od
und

gleich
Bew
gehen

Körp
bleib
Gege
Linien

S un

ewegung des g
einförmig.

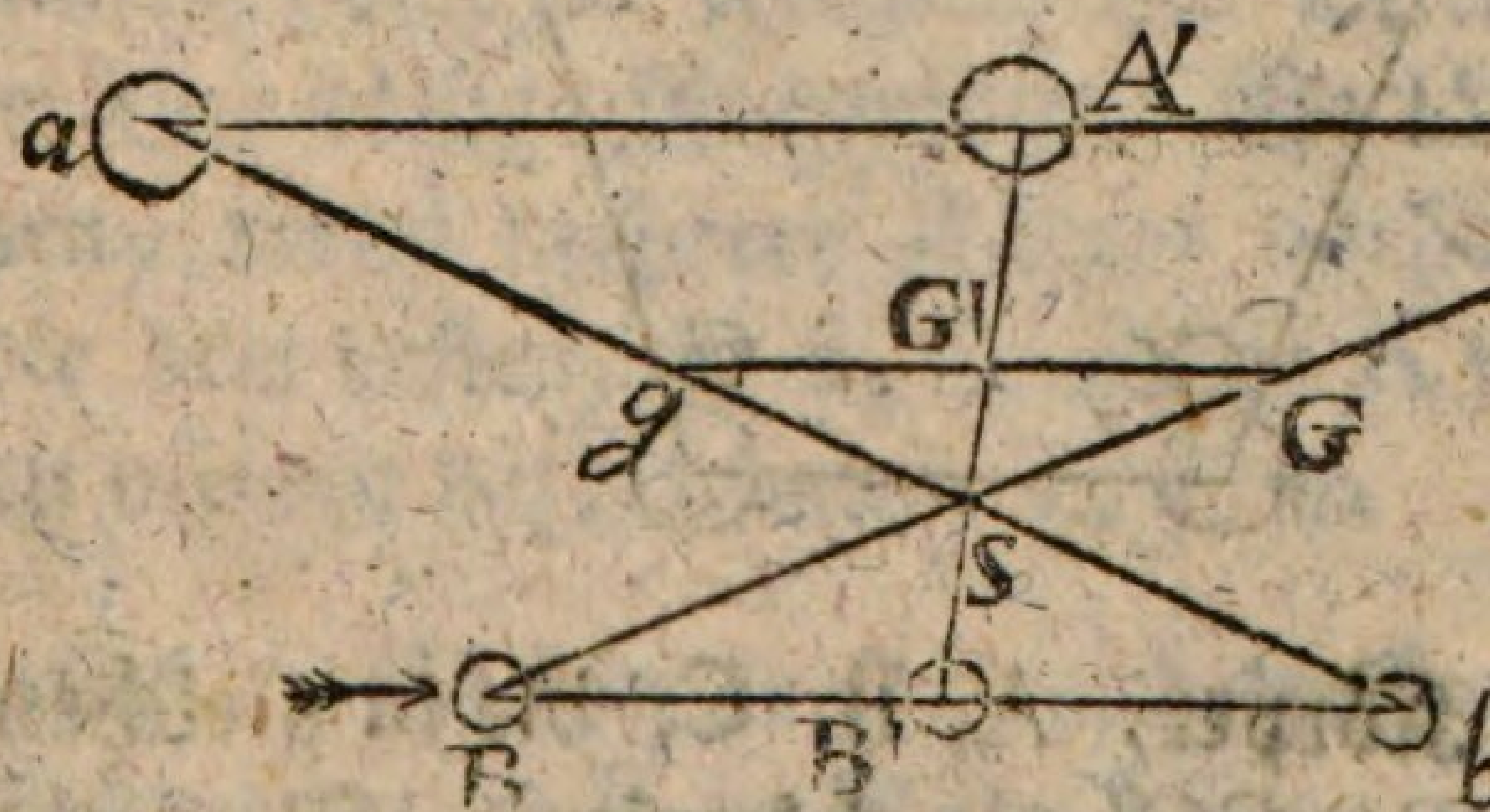


A', BB' werden i
und B durchlaufen,
gleich GG', welche
Verlängere AB
eiten. Verlängere
= BB', so wird der
ein

Nun ist BB' : GG' :: SB' : SG'
Also BB' : GG' :: B'*b* : G'*g*
oder BB' : B'*b* :: GG' : G'*g*
und da BB' = B'*b*, so ist GG' = G

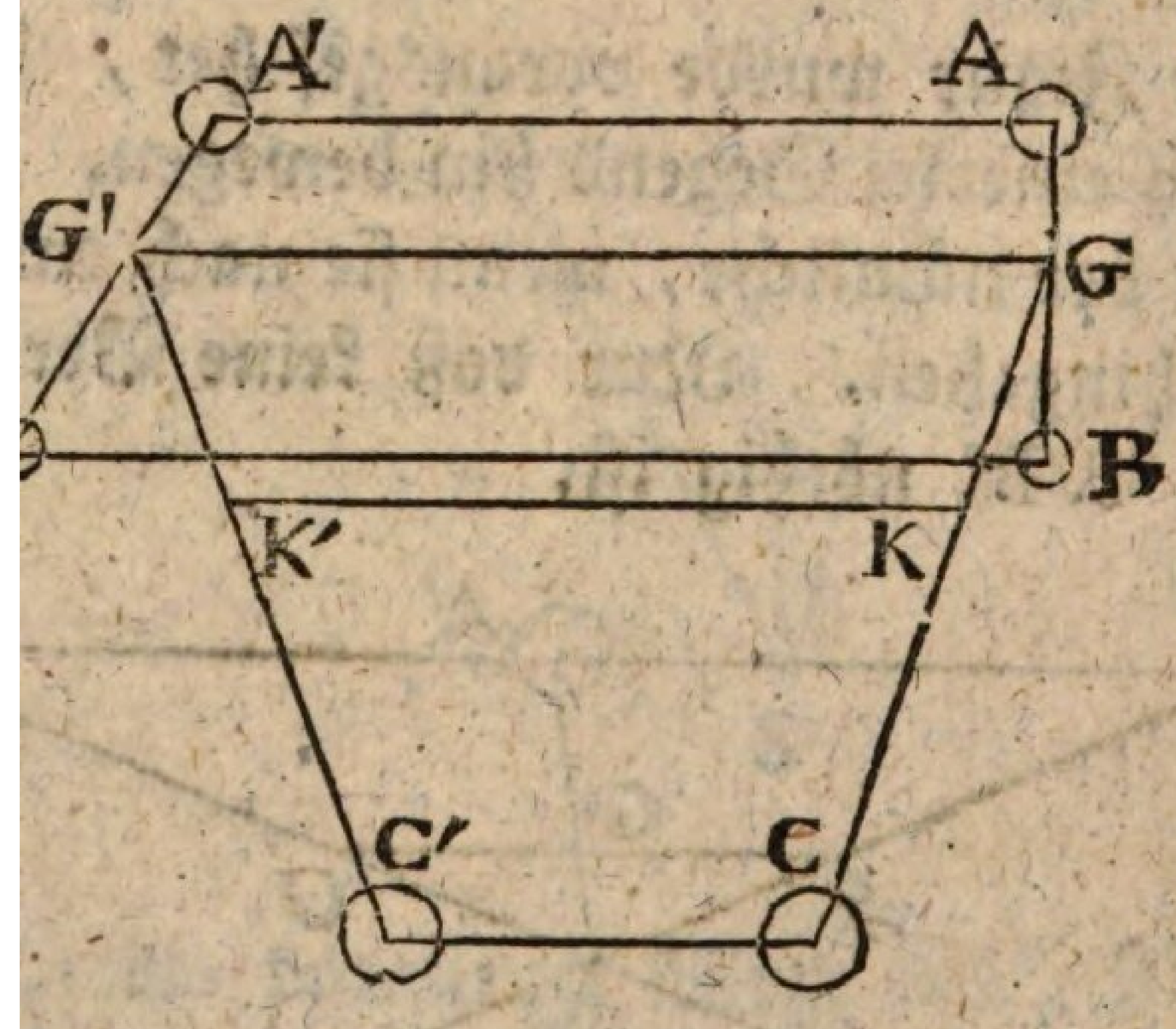
Also leget auch der gemeinsame
gleichen Zeiten gleiche Wege zurück,
Bewegung ist einförmig, wenn sich die
gehenden Körper einförmig bewegen.

In der Figur wurde vorausgesetz
Körper nach einerlei Gegend hin beweg
bleibet aber der nämliche, wenn sie na
Gegenden hingehen. Nur daß keine
Linien AB, A'B' nöthig ist.



Hier wird ebenfalls B'*b* = BB' ge
S und *b* wird *ab* gezogen.

mehrere Körper, z. E. drei, vier, u. s. w.
parallele Linien beschreiben, so beschrei-
einsamer Schwerpunkt auch eine gerade
mit den übrigen parallel ist; und wenn
sich einförmig bewegen, so ist die Be-
es gemeinsamen Schwerpunktes eben-
mig.



drei Körper, A, B, C, die in gleichen Zeiten
A', BB', CC' durchlaufen. Betrachtet man
r die beiden Körper A und B, so gehet ihr
Schwerpunkt G von G nach G', so daß GG'
mit

word
lich
wird
men
ren,
para
verm
punk
Linie
mit
Maß
förm
durch
Körp
forts
man
und

same
drei
gege

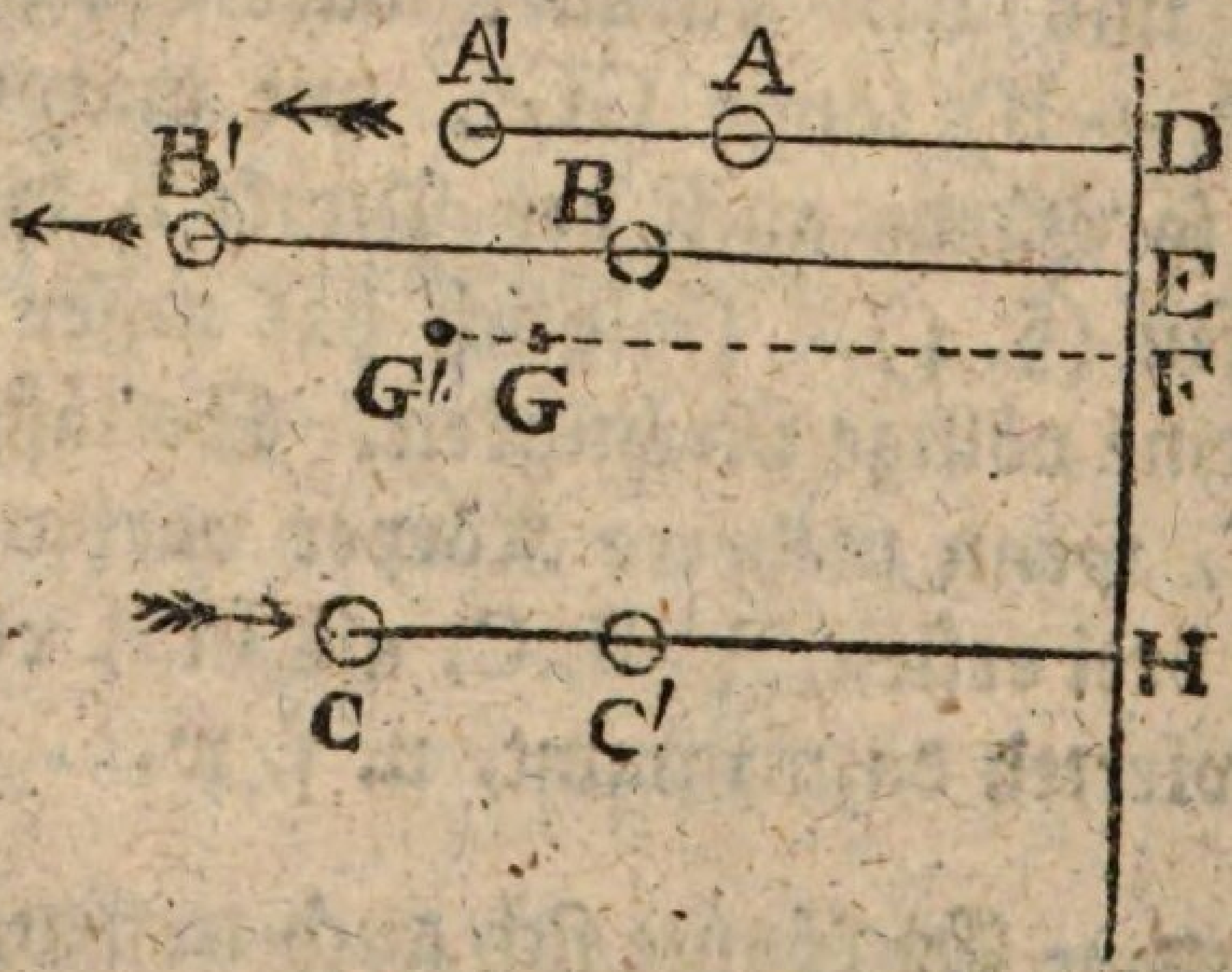
$$(A' + B') : C' :: K'C' :$$

woraus man siehet, daß die jedesmali
lich der Gang des Schwerpunktes K,
wird, als wenn die Körper A und B
men Schwerpunkte wie eine einzige M
ren, und den Weg GG', welcher
parallel ist, durchliefen. Wäre nun
vermöge des vorhergehenden, der ge
punkt K der Masse (A + B) und der M
Linie KK' durchlaufen, die mit CC' u
mit AA' und BB' parallel wäre (§.
Masse (A + B) längs GG', wie auc
förmig, so würde auch der Punkt K
durchlaufen (§. 4). Folglich hat unse
Körper seine völlige Richtigkeit. So lä
fortsetzen, wenn mehrere Körper vorh
man die drei ersten, A, B, C, als in K
und den vierten dazu nimmt, u. s. w.

Zusatz. Es könnte sich auch treffe
same Schwerpunkt K in Ruhe bliebe,
drei Körpern in der Figur die beiden A
gegen der dritte C links gingen, und

o mit einförmigen Geschwindigkeiten
o wird die Geschwindigkeit des gemein-
werpunktes gefunden, wenn man die
e Summe aller einzelnen Quantitäten
gung durch die arithmetische Summe
n dividiret.

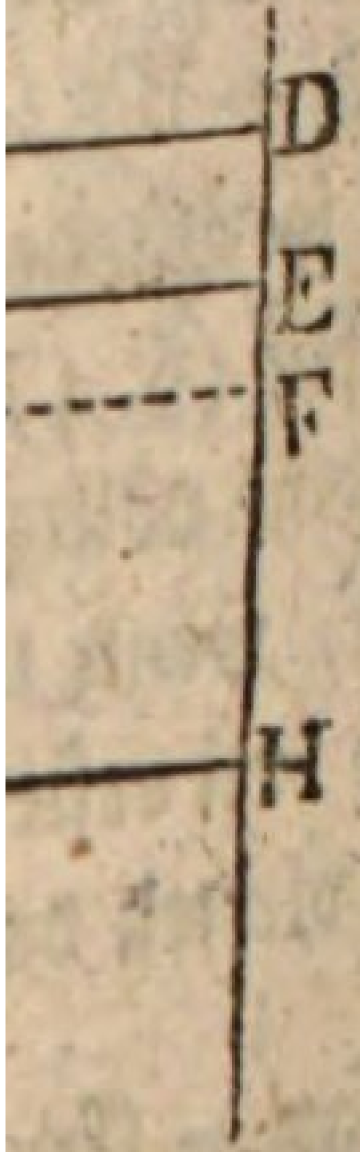
gebraische Summe enthält positive und nega-
wenn einige Richtungen den anderen entge-
nd. Die arithmetische Summe aber enthält
sitive Größen.)



es durchlaufen die Körper A, B, C und der
G in derselbigen Zeit t, mit den einförmi-
gen

Geschwindigkeit
igkeit des gemein
wenn man die
nen Quantitäten
metische Summe

t positive und nega
den anderen entge
Summe aber enthält



er A, B, C und der
, mit den einförmi
gen

ist aber nicht nöthig, daß sie in einer
Anmerk.). Man lege eine Ebne DH
gedachten parallelen Linien, oder deren
senkrecht durchschneide, so ist, vermö
Statik (Stat. Hauptst. V, §. 12 und 1

$$GF = \frac{A \times AD + B \times BE - \ldots}{A + B + C \ldots}$$

und ebenfalls, wenn die Körper in A'
Schwerpunkt aber in G', so ist

$$G'F = \frac{A \times A'D + B \times B'E - \ldots}{A + B + C \ldots}$$

Von dieser Gleichung ziehe man die

$$G'F - GF = \frac{\left[\begin{array}{l} A \times (A'D - AD) + \ldots \\ \quad + C \times (C'H \ldots \end{array} \right.}{A + B + \ldots}$$

Nun ist $G'F - GF = GG'$, A'D
$B'E - BE = BB'$, $C'H - CH = - C$

$$GG' = \frac{A \times AA' + B \times BB' - \ldots}{A + B + C}$$

(Stat. Hauptst. II, §. 31), und die letzte Glei-
tet nichts anders, als unsern Lehrsatz.

ir anstatt drei Körper, mehrere hätten anneh-
, ist leicht einzusehen.

I. Wenn es sich trift, daß in der algebraischen
r Bewegungen die positiven Größen den nega-
sind, so wird $x = 0$, das heißt, der Schwer-
unbeweglich. Betragen die negativen Bewe-
r, als die positiven, so wird x negativ, und
punkt beweget sich rückwärts, in der Richtung
n Bewegungen.

II. Wenn die Linien AA', BB', CC' u. s. f.
Ebne sind, so ist auch die Bahn GG' des
ktes in derselbigen Ebne, oder wenigstens liegt
enn er sich auch nicht bewegen sollte.

§. 7.

Lehrsatz.

verschiedene Körper, vermöge verschie-
fte, deren jede auf jeden wirket, mit ein-
Geschwindigkeiten gerade und parallele
chlaufen, so beweget sich der Schwer-
punkt

und die letzte Ge
rn Lehrsatz.
hrere hätten anneh
in der algebraisch
n Größen den neg
heißt, der Schwer
die negativen Bew
wird x negativ, und
ts, in der Richtung
, BB', CC' u. s. f.
die Bahn GG' des
oder wenigstens lieg
gen sollte.
vermöge versch
n wirket, mit ein
ade und parallel
sich der Schwer
punkt

die Kräfte, welche diese Bewegungen v
Hauptst. II, §. 30). Wäre aber ein ein
handen, dessen Masse $= A + B + C$,
durch eine Kraft $= Av + Bv' - Cv''$ b
man, um seine Geschwindigkeit zu finden
die Masse theilen müssen (Stat. Hauptst
wäre die Geschwindigkeit ebenfalls

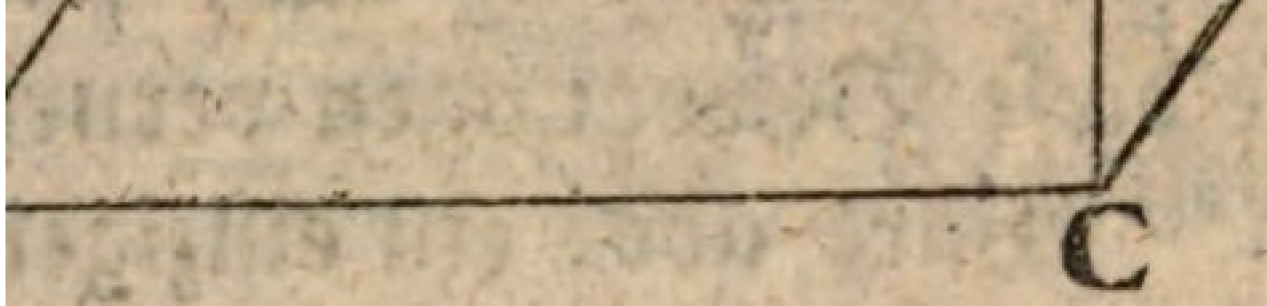
$$x = \frac{Av + Bv' - Cv''}{A + B + C}$$

folglich in beiden Fällen einerlei.

§. 8.

Lehrsatz.

Jede Bewegung, Kraft, ode
keit kann in drei andere zerleget
drei gegebenen Linien parallel sind
die beiden übrigen senkrecht ist,
einerlei ist, die auf drei Ebnen senk
jede auf die beiden übrigen senkre
der Fall ausgenommen, wo die
schon an sich selbst mit einer oder
nen Ebnen parallel ist.



n gegeben die drei Linien AB, AC, AE, deren
beiden übrigen senkrecht ist, wie z. E. die drei
in jedem körperlichen Winkel eines Würfels
laufen. Oder es seien gegeben die drei Ebnen
.G, wovon ebenfalls jede auf den beiden übri-
ht stehet. Es sei auch gegeben die Linie HI,
nd eine Kraft, Bewegung oder Geschwindig-
et, und weche in ganz willkührlicher Richtung
rden kann. Lege durch H eine Ebne ML von
er Größe, mit der einen gegebenen AD parallel.
e eine senkrechte Linie IK auf diese Ebne, und
rselben HK. Ziehe noch HN mit IK, und IN
rallel, so ist die Kraft HI in zwei andere HK
=IK) zerleget, deren eine HN auf ML, folglich
D senkrecht, und mit AE parallel ist.

e unbestimmten Ebne ML, welche wie AD auf
ht ist, ziehe HL und KM auf dieselbige AF senk-
benfalls, da auch die unbestimmte Ebne ML wie
.G senkrecht ist, so ziehe ebenfalls in der Ebne
nien HM und KL auf AG senkrecht, so hast du
das

Wäre
in die
=o

Z
zuglei
welch
andere
oder
wären
würde

V
Rich
bewe
so, a
und
Rich
zugle

Wäre z. E. HK die gegebene Kraft, so
in die beiden HL und HM zerlegen; die
=o angenommen werden.

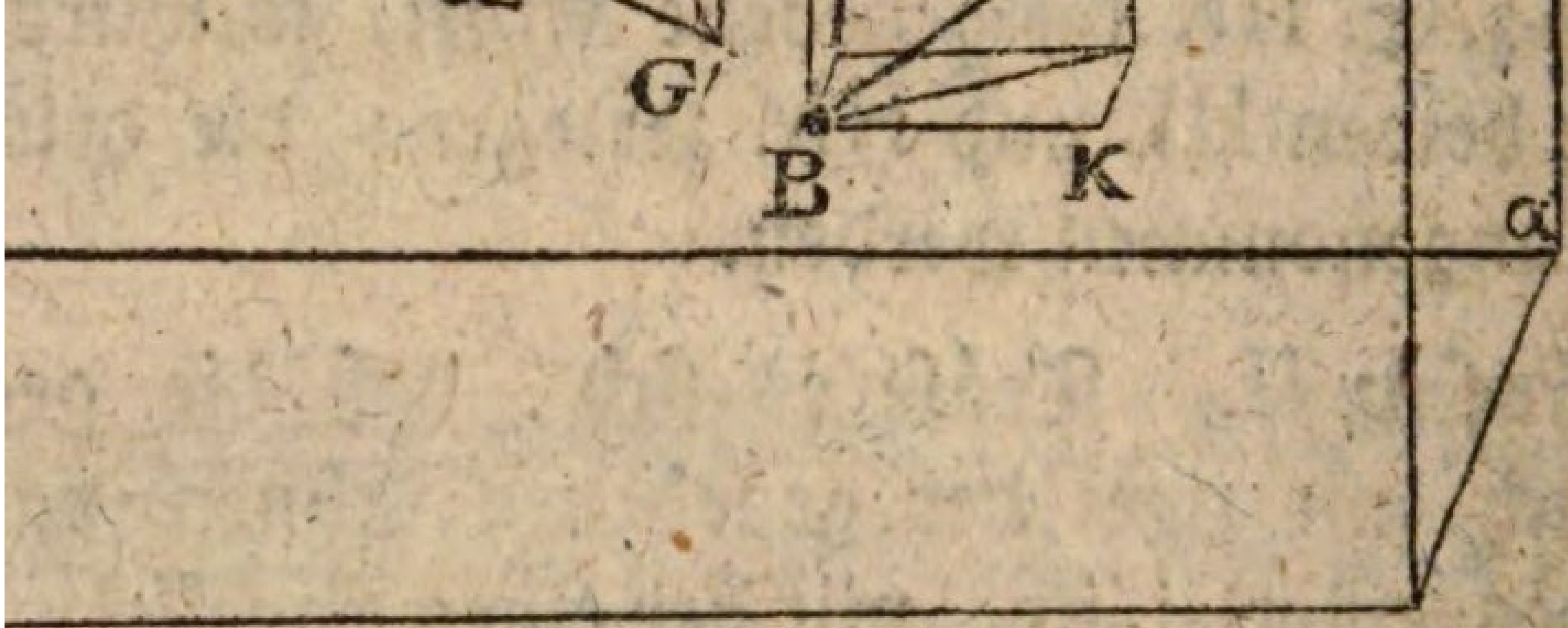
Zusatz II. Träfe es sich, daß die
zugleich mit zwei der gegebenen Ebnen
welches einerlei ist, mit der einen paral
andere senkrecht wäre, so ließe sie sich g
oder man müßte annehmen, daß die b
wären. Wenn z. E. HL die gegebene
würde HN=o und HM=o.

§. 9.

Lehrsatz.

Wenn sich verschiedene Körpe
Richtungen mit einförmigen Ge
bewegen, so beweget sich der Sch
so, als wenn alle Körper in ihm ve
und als wenn alle einzelne Kräfte i
Richtungen (oder eigentlich paralle
zugleich auf ihn wirketen.

(Folgende Figur.)

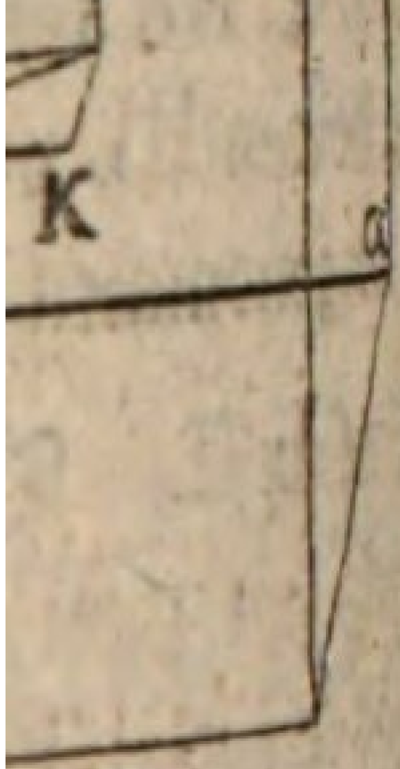


die drei Körper A, B, C bewegen sich in den nd mit den Geschwindigkeiten AA′, BB′, CC′, ese Geschwindigkeiten, nach Anleitung des graphs, jede in drei andere, die auf den drei γ, αφ senkrecht seien. Die Ebnen selbst wer- ieben gestellet, nur so, daß jede auf den bei- enkrecht sei.

rachte nur erstlich die Bewegungen, in sofern en Linien geschehen, die auf αδ senkrecht sind, vermöge derselben, der Schwerpunkt G eine eit GQ, so daß (§.6)

$$= \frac{C \times CL + A \times AF - B \times BH}{C + B + A}$$

Ver-



bewegen sich in den
en AA′, BB′, CC′,
ch Anleitung de
e, die auf den dr
e Ebnen selbst we
ß jede auf den bis

egungen, insofern
f αδ senkrecht sind,
hwerpunkt G ein

-B×BH

Wer

GR die aus GP und GO zusammengese
keit. Mit den Seiten GR und GQ ma
rallelogramm RQ, so ist die Diagonal=
GQ und GR, oder aus GQ, GP und
setzte Geschwindigkeit, und folglich die
und Richtung des Schwerpunktes.

Gesetzet nun, die Massen A, B, C, wi
punkte G vereiniget, und die Kräfte mit
dahin versetzet, so ließe sich jede Kraft
zerlegen, die auf αδ, αγ, αφ senkrecht wä
Kraft A×AA′ würde zerleget werden kö
A×AD und A×AE, und so die übrig
alle einzelne auf αδ senkrechte Kräfte z
stünde daraus eine einzige Kraft

$$C \times CL - B \times BH + A \times$$

und da diese die zusammengesetzte Masse
wegen hätte, so wäre die Geschwindigkei

$$GQ = \frac{C \times CL - B \times BH + }{C + B + A}$$

Eben so wird bewiesen, daß auch d
Geschwindigkeiten GP und GO, und f

§. 10.

Lehrsatz.

man annimmt, daß zwei Körper, einer
ndern, eine anziehende Kraft ausüben,
kung sich verhält, gerade wie die anzie-
assen, und umgekehrt wie die Quadrate
rnungen, so bleibet ihr gemeinsamer
nkt unbewegt.

. der gemeinsame Schwerpunkt der Massen B

AB : AC :: C : B

in einer unendlich kleinen Zeit durchlaufe C
möge der anziehenden Kraft des B, und B
B' vermöge der anziehenden Kraft des C, so
h diese Räumchen wie die Wirkungen der
Kraft, und diese, wie vorausgesetzet worden,
h gerade wie die Massen der anziehenden
Körper,

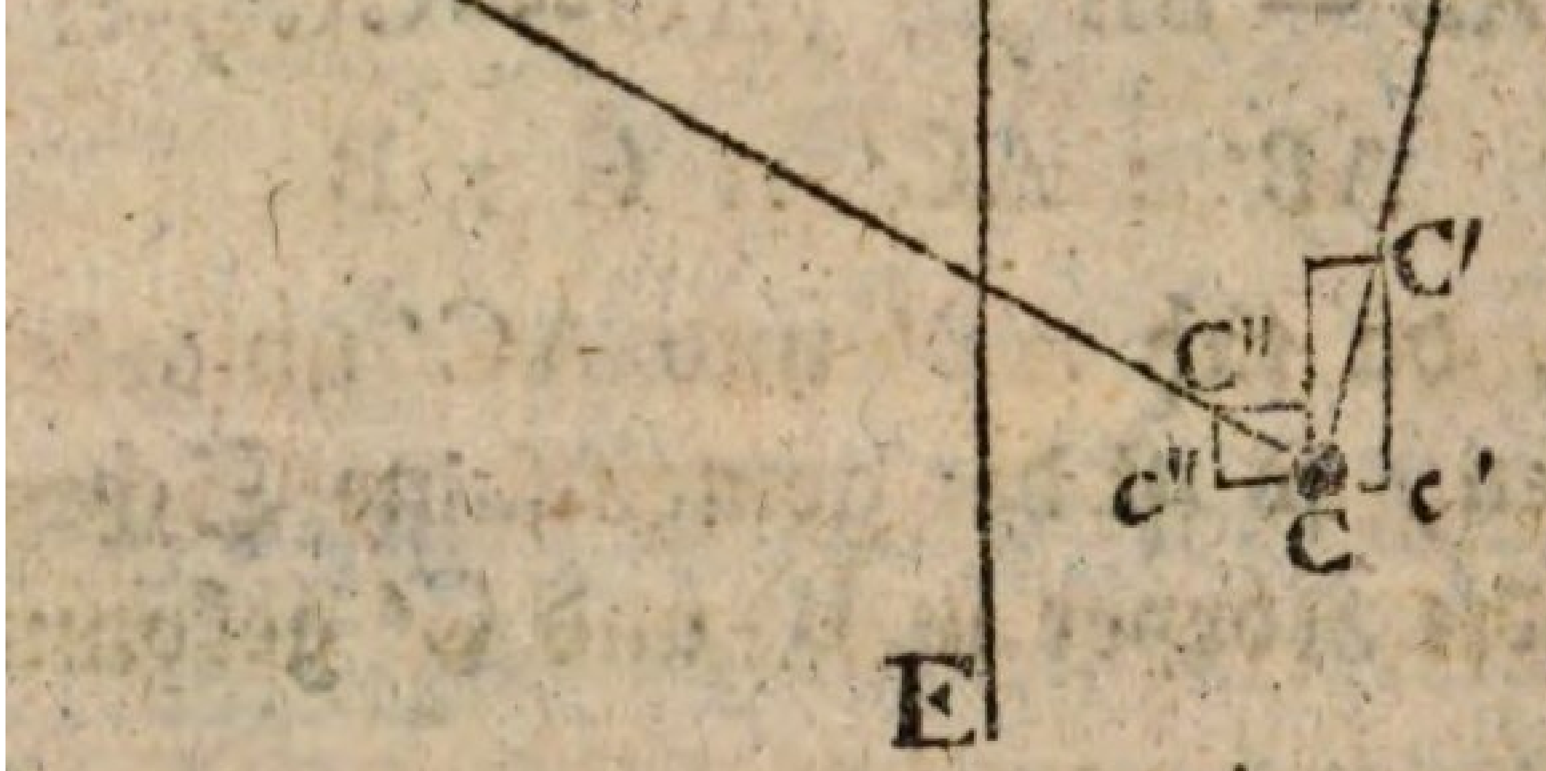
oder $AB' : AC' :: C : B$

Folglich, da sich AB′ und AC′ umg
wie die Massen, so ist der gemeinsame S
in A, wenn die Körper in B′ und C′ gek

Zusatz I. Wenn sich die Wirkungen
Kraft gerade wie die anziehenden Massen,
wie jede beliebige gleiche Potenz der Entfe
so bleibet der Beweis der nämliche, u
Schwerpunktes wird nicht verrücket; d
im vorigen Beweise BC^3, BC^4, u. s. f. a
so verschwinden jene Potenzen so gut als

Zusatz II. Wenn sich auch die W
henden Kräfte nicht umgekehrt, sondern g
eine Potenz der Entfernung verhielte, s
der Schwerpunkt unbewegt bleiben.
hätte man anstatt des gemeinschaftliche
oder BC^3 &c. einen gemeinschaftlichen M
cher ebenfalls aus der Proporzion verschw

Zusatz III. Wenn mehrere Körpe
Ebne liegen, eine anziehende Kraft au
gerade wie die anziehenden Massen, und

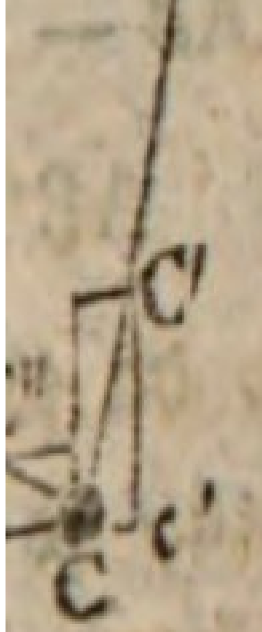


A, B, C drei Körper. B erhält durch die es A die Geschwindigkeit BB′, und A durch g des B die Geschwindigkeit AA′. Ferner, halten durch ihre wechselseitige Anziehung die keiten BB″, CC″. Endlich, A und C erhal- re Wirkung auf einander die Geschwindigkei- C′, und es ist (§. 10 im Beweise)

$$AA' : BB' :: B : A$$
$$CC'' : BB'' :: B : C$$
$$CC' : AA'' :: A : C$$

en Schwerpunkt G lege man eine Ebne DE, diejenige, worin die Körper liegen, oder man ne Linie DE in der Ebne der Körper. Jede ten Geschwindigkeiten zerlege man in zwei, it DE parallel, die andere aber auf DE senk- sind die Dreiecke $Aa'A'$ und $Bb'B'$ ähnlich,

weil



B erhält durch di
BB', und A durch
keit AA'. Ferner,
itige Anziehung d
ich, A und C erh
die Geschwindigk
Beweise)
: A
: C
: C

an eine Ebne DE,
r liegen, oder man
er Körper. Jede
lege man in zwei
aber auf DE senk
nd Bb'B' ähnlich
weil

$$C \times Cc' = B \times Bb'$$
$$C \times Cc' = A \times Aa$$

Wenn man jetzt nur bloß diejenigen
gungen betrachtet, welche auf DE senkr
Geschwindigkeit des Schwerpunktes G

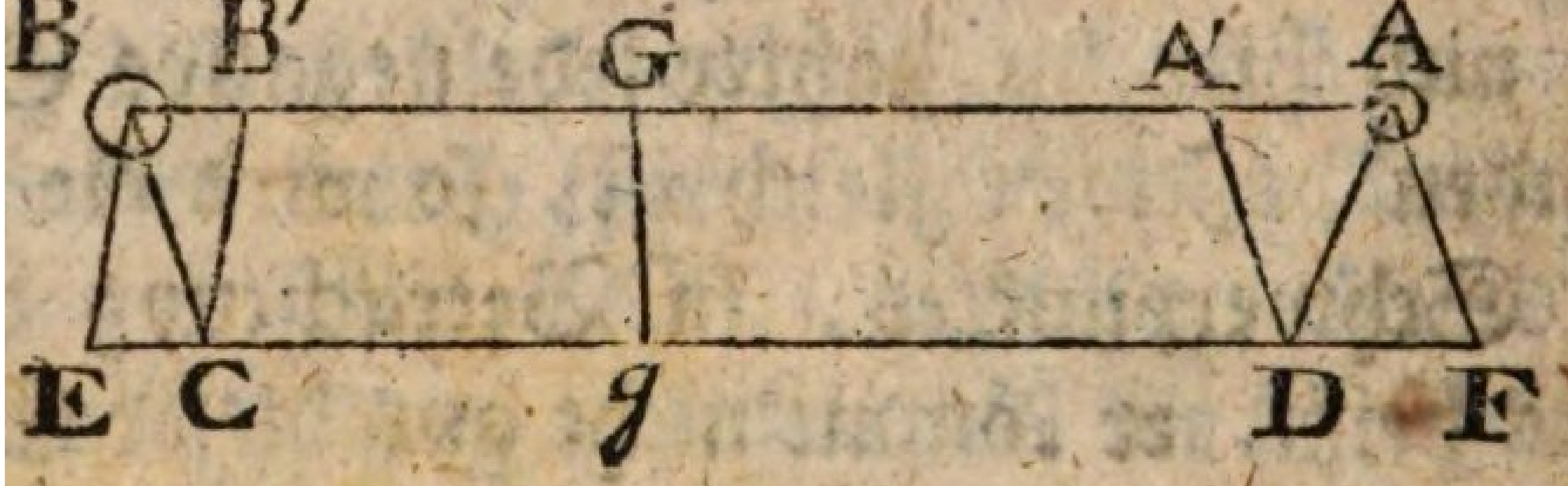
$$\frac{\left[\begin{array}{c} A \times Aa' - B \times Bb' + C \times Cc' \\ + A \times Aa'' - C \times Cc' \end{array}\right.}{A + B + C}$$

Da nun hier im Zähler jede negat
hergehenden positiven gleich ist, so wir
keit des Schwerpunktes, in Betracht
null, das heißt, er kömmt nicht aus di

Durch den Schwerpunkt G stelle m
auf der DE und auf der, worin die K
recht, oder man ziehe bloß in der Ebn
G die FH auf DE senkrecht, so wir
ähnliche Art beweisen lassen, daß die
Schwerpunktes auch in Betrachtung d
daß er folglich unbeweget bleibet.

Zusatz IV. Endlich, wenn auch
einer Ebne liegen, und das Gesetz de
wie vorher bleibet, so wird der Sch

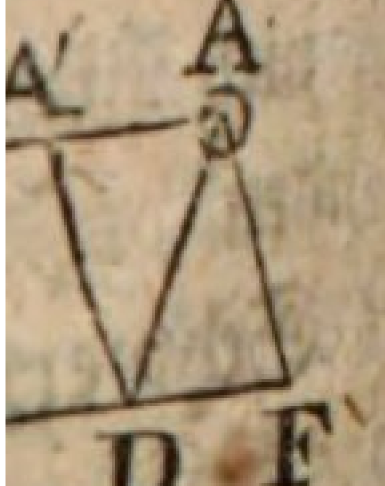
wei Körper, die in beliebigen Richtungen
nd, ſich einander anziehen, und wenn
ng der anziehenden Kraft ſich gerade
iehende Maſſe, und gerade oder umge-
eine Potenz der Entfernung verhält, ſo
h der Schwerpunkt eben ſo, als wenn
nde Kraft gar nicht vorhanden wäre.



die Körper A und B werden mit den Ge-
en und in den Richtungen AF, BE geworfen,
dieſe Bewegungen allein Statt fänden, be-
Schwerpunkt die Linie Gg. Geſetzt ferner,
de Kraft gebe ihnen zugleich die Geſchwindig-
nd BB′, ſo beſchreiben die Körper die Diago-
AD, BC. Man ſtelle ſich vor, die Körper
) in F und E gekommen, ſie werden aber durch
eitige Anziehung nach D und C zurückgebracht,
ſo

dem
Pot
gew
in p
hin,
ſie in
lativ
digke
Richt
lich
Geſe
von d
A′C′
erſten
CC′ b
die gl
bekom
als E
Diago
beſchre
A′D′

igen Richtungen
hen, und wenn
aft sich gerade
ade oder umge-
ung verhält, so
en so, als wenn
handen wäre.



den mit den Ge
AF, BE geworfen,
tatt fänden, be
Gesetzt ferner,
die Geschwindig
Körper die Diago
vor, die Körper
werden aber durch
C zurückgebracht,
so

Wenn zwei Körper einander a
dem Verhältnisse der anziehenden M
Potenz der Entfernung, wenn diese
geworfen werden, und wenn sie auß
in parallelen Richtungen, nach ei
hin, gleiche Geschwindigkeiten bekom
sie in jedem beliebigen Zeitpunkte d
lative Lage, als wenn sie diese paral
digkeiten nicht bekommen hätten.

Gesetzt, die Körper A und A′ (folg.
Richtungen AB, A′B′ geworfen, so daß si
lich kleinen Zeittheile AB und A′B′ durc
Gesetzt ferner, daß sie, vermöge ihrer an
von diesen Linien AB, A′B′ abweichen u
A′C′ beschreiben, so wäre ihre relative La
ersten Zeittheilchens durch die Richtung u
CC′ bestimmet. Laßt uns aber annehmen,
die gleichen und parallelen Geschwindigke
bekommen (wobei der gedachte unendlich
als Einheit der Zeit betrachtet wird), s
Diagonal-Linien AE, A′E′ der Parallelogra
beschreiben. Da in denselben CE mit AL
A′D′ gleich und parallel sind, und da

arallel sind, so sind auch CE, C'E' gleich und
lglich sind CC', EE', die ihre Enden verbinden,
parallel. Also sind beide Körper in E und E'
en relativen Lage, als wenn die Geschwindig-
A'D' nicht vorhanden gewesen wären, und die
in C und C' befunden hätten.

s jetzt betrachten, was im folgenden Zeittheil-
ehet. Man verlängere AC, DE, CE, so daß
gerungen CF, EG, EH den Linien selbst gleich
nd ebenfalls auf der anderen Seite mache man
C', E'G' = D'E', E'H' = C'E'. Wären die
Geschwindigkeiten nicht vorhanden, so würden
in C, C' durch die erhaltene Bewegung sich
die Linien CF, C'F' durchzulaufen, sich aber
vermittelst der anziehenden Kraft, einander
da aber die parallelen Geschwindigkeiten anfangs
ben, so sind die Körper in E und E' im selbigen
als wenn sie mit den Geschwindigkeiten AE,
get würden, oder der eine mit AC und AD, und
mit A'C' und A'D', oder der eine mit DE und
r andere mit D'E' und C'E', oder der eine mit
EH und der andere mit E'G' und E'H', wozu
noch

Die
fern
und
in d
keite
hen.
chen
mög
hand

chen

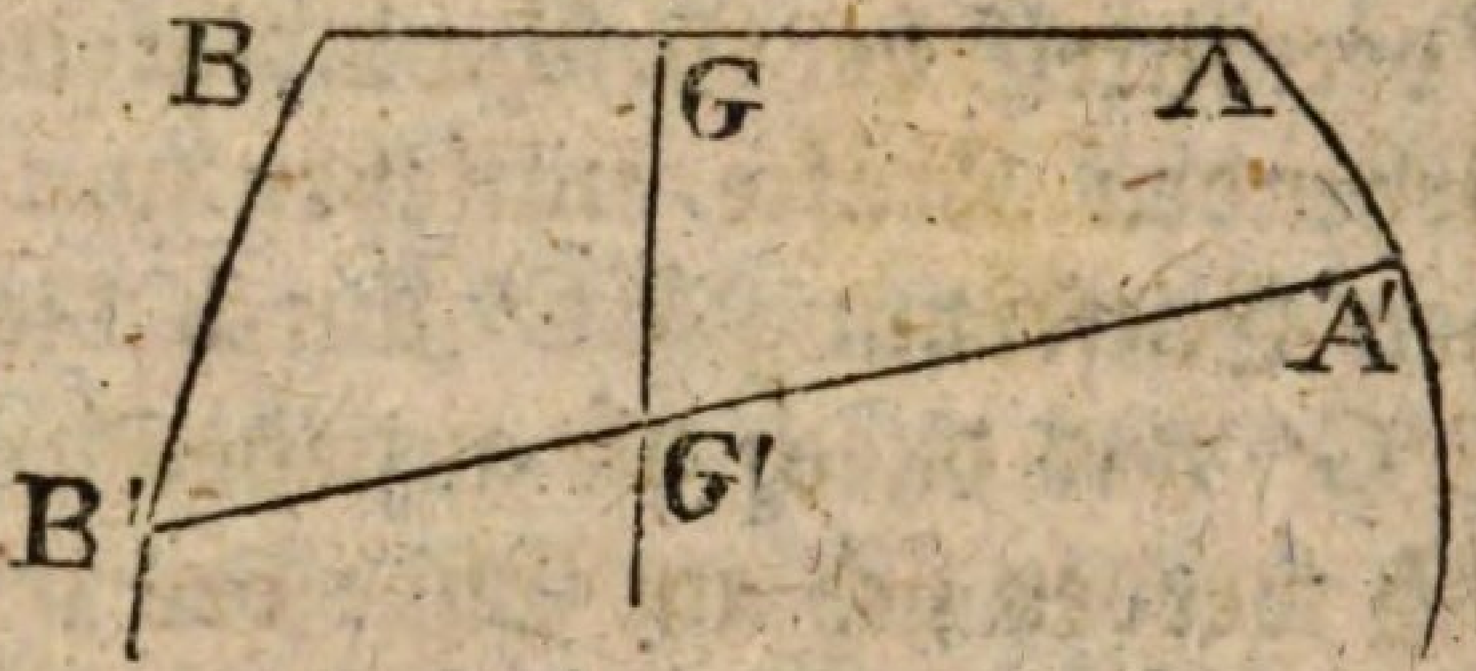
mach
man
wenn
keiten
tive
wenn
hätte
Gesch
ander
rücke
Bew

Die nämliche Veränderung der Lage als
fernung CC′ vermittelst der Geschwindig
und der anziehenden Kräfte entstehen n
in der gleichen Entfernung EE′ durch
keiten EG, E′G′ und durch die anziehen
hen. Folglich werden sich am Ende des
chens die Körper in derselbigen relativen
mögen die parallelen Geschwindigkeiten
handen sein oder nicht.

Und so kann der Beweis für die fo
chen fortgesetzet werden.

Zusatz. Man kann den Lehrsatz
machen, nämlich: Wenn überhaupt so
man will, sich auf welche Art man will
wenn sie alle zugleich parallele und gle
keiten in einerlei Richtung bekommen,
tive Lage dadurch in keinem Augenblicke
wenn die Körper nur diese parallelen G
hätten, so würden sie ihre relative Lage
Geschwindigkeiten haben also keinen Ein
änderung der gegenseitigen Lage. Nur d
rücket fort, indem alle Theile desselb
Bewegung behalten.

gen Schwerpunkte.

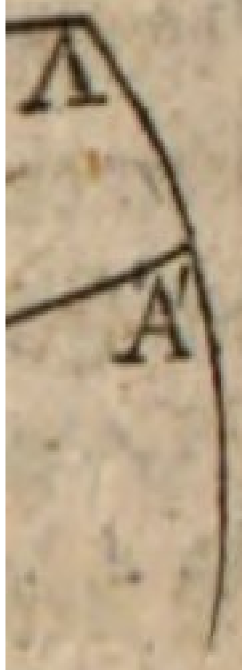


die Körper A und B sind geworfen worden,
inander an, so daß sie, vermöge der Kraft des
d der anziehenden Kraft, die krummen Linien
eschreiben, so wissen wir schon, daß die Bahn
neinsamen Schwerpunktes durch die anziehende
geändert wird (§. 11). Er beweget sich dem-
enn beide Körper bloß vermöge der Wurfkräfte
rden, folglich eben so, als wenn diese Wurf-
ttelbar auf ihn gewirket hätten (§ 9); also in
ie und einförmig (Stat. Hauptst. III, §. 3).
enn die Richtungen der Würfe entgegengesetzet
in seine Geschwindigkeit auch null werden, so
nd bleibe (§. 9, Zusatz). Der folgende Beweis
de Fälle, indem die Punkte G′ und G auf ein-
n können.
hwerpunkt sei demnach, wie angenommen wor-
enn die Körper in A und B sind; er sei aber in G′,
rper in A′ und B′ gekommen sind. So

Kr
dra
gen

and

Qu
ang
wer
anz
Ve
kete
dies



o geworfen worden,
rmöge der Kraft de
die krummen Lini
on, daß die Bah
durch die anziehende
r beweget sich dem
öge der Wurfkräft
s wenn diese Wur
ten (§ 9); also
Hauptst. III, §. 3
irfe entgegengesetz
ch null werden,
er folgende Bewe
G' und G auf ein

angenommen wor
o; er sei aber in G,
S
sind.

$$F : F' :: \frac{B}{AB^2} : \frac{B'}{A'B'^2}$$

oder $$F : F' :: \frac{1}{AB^2} : \frac{1}{A'B'^2}$$

oder $$F : F' :: A'B'^2 : AB^2$$

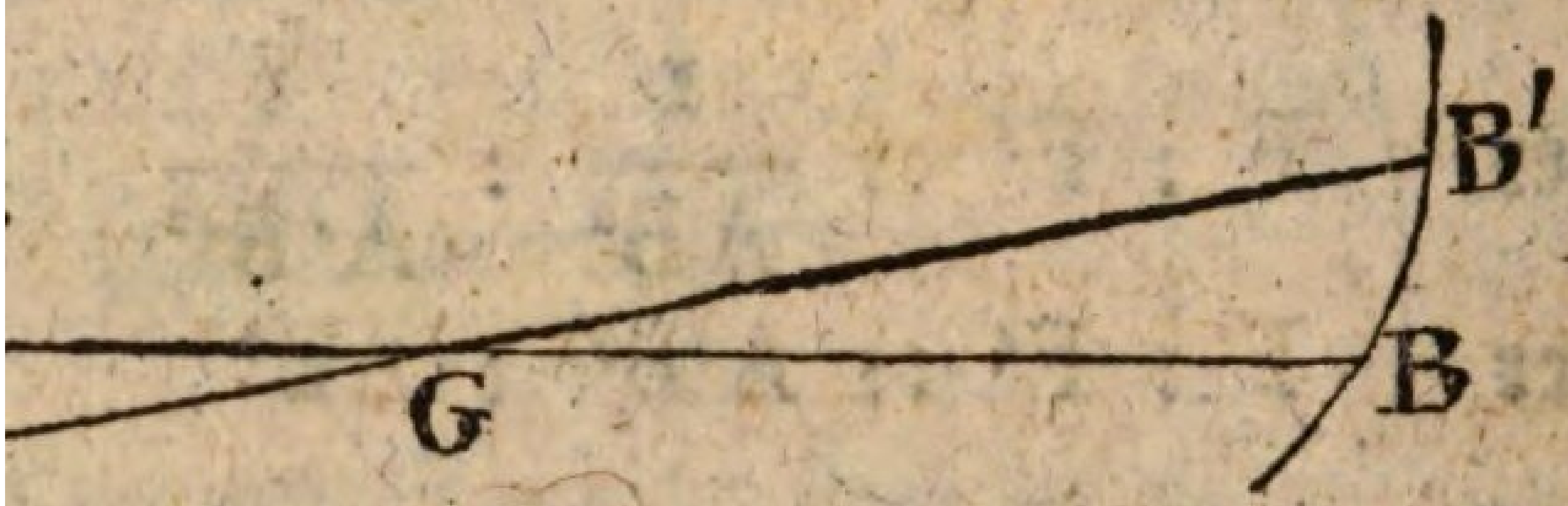
Da nun $A'B'^2 : AB^2 :: A'G'^2 :$
$$F : F' :: A'G'^2 : AG^2$$

Folglich verhalten sich die Wirkun
Kraft in A und A' in der That umg
drate der jedesmaligen Entfernungen
gemeinsamen Schwerpunkte.

Auf eine ähnliche Art läßt sich
anderen Körper B beweisen.

Zusatz. Wir haben das umgeke
Quadrate der Entfernungen für das G
angenommen. Nicht minder würde d
wenn die anziehende Kraft in gerad
anziehenden Massen, und im gerade
Verhältnisse einer beliebigen Potenz
kete; dann müßte allenthalben im Lehr
diese Potenz anstatt des Quadrats gese

rennpunkt im gemeinsamen Schwer-
n.



die Körper A und B in dem angenommenen Möglichkeit im Anfange des vorigen Para- an worden. So ist eben (§. 13) bewiesen die anziehenden Kräfte in A und A′ sich um- ten, wie die Quadrate der Entfernungen und folglich muß der Körper A einen Kegel- chreiben, dessen Brennpunkt oder Nabel in . VII, §. 22, Anm.). Aus der nämlichen eibet der Körper B einen Kegelschnitt BB′, benfalls in G ist.

lget aus der Eigenschaft des gemeinsamen , daß

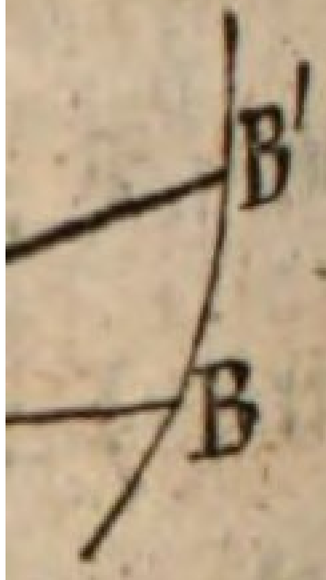
A : B :: BG : AG

A : B :: B′G : A′G

BG : AG :: B′G : A′G

Da

ſamen Schwer-



n angenommenen
es vorigen Para-
(§. 13) bewieſen
und A' ſich um
er Entfernungen
er A einen Kegel-
kt oder Nabel in
s der nämlichen
Kegelſchnitt BB',

es gemeinſamen

Da

vorhergehenden Beweiſes, in dieſe
Kegelſchnitte beſchrieben, die aber
keit des Schwerpunktes fortrücken.

§. 15.

Wenn verſchiedene Körper in
geſetzet werden, und wenn ſie auf ein
durch Verbindungen, oder anziehend
haupt wie man will, ſo kann man ſich
wechſelſeitige Wirkungen mit einmal
vollkommen frei werden, und nun j
der letzten Geſchwindigkeit, und in
zuletzt hatte, fortſetzet. Dieſes w
Bewegung nennen. Hingegen ſoll
die jeder Körper, vermöge des Einfl
ihn, in der That erhält, indem die w
nicht aufhöret, die wirkliche Bewegu

Nun läßt ſich ferner jede Beweg
deren eine einer gegebenen gleich iſt
Punkte ihren Anfang nimmt. Z.
die Bewegungen A × AB und A ×
und vollende das Parallelogramm C
gung A×AB in zwei andere A×A
get, deren erſte mit der gegebenen A×

ndere wir aber die verlorne nennen wollen.

§. 16.

Lehrsatz.

rschiedene Körper, die auf irgend eine
der wirken, in Bewegung sind, oder
g gesetzet werden, und wenn man die
ng jedes Körpers in die wirkliche und
ne zerleget, so sind die verlornen Be-
beschaffen, daß alle Körper in Gleich-
en müßten, wenn bloß diese verlornen
den Körpern eingedrücket würden.

aß die Körper A, E und I (folg. Fig.) ent-
n sind, oder sonst auf einander wirken, es
en, Zurückstoßen, oder irgend eine andere
Sie durchlaufen in einem beliebigen Zeit-
inen Linien AC, EG, IM. Wären sie aber
es Zeittheilchens frei geworden, so hätten
AB, EF, IK beschrieben. Auf den Diago-
IK, und mit den Seiten AC, EG, IM,
Parallelogramme CD, GH, ML, so kann
en, im Anfange des Zeittheilchens wurden
er von zwei Kräften gereizet, so daß näm-
lich

lic
wi
au
den
die
blei
folg
sach

ken,
diese
bew
so,
gese
nich
Pun
S
den de
wenn

lich die Kräfte $A\times AC$ und $A\times AD$ wirketen, $E\times EG$ und $E\times EH$ auf E, auf I. Da es sich aber findet, daß die den Kräften $A\times AC$, $E\times EG$, $I\times IM$ die übrigen $A\times AD$, $E\times EH$ und $I\times$ bleiben, so müssen diese letzten einand folglich so beschaffen sein, daß sie ein Gl sachen würden, wenn sie allein wirketen

§. 17.

Lehrsatz.

Wenn verschiedene Körper au ken, oder mit einander verbunden s diese Körper, wie man will, bew beweget sich der gemeinsame Sch so, als wenn die Körper alle frei w gesetzet, daß das ganze System sel nicht gezwungen werde, um einen Punkt oder eine Axe zu drehen.

Gesetzt, es sei in der vorigen Fig den der gemeinsame Schwerpunkt der K wenn sie frei wären, vermöge der Kräfte

t alle Kräfte, jede in ihrer eigenen Richtung,
einsamen Schwerpunkt wirketen; oder, als
inzige, aus allen zusammengesetzte, auf ihn
olglich findet das nämliche Statt, wenn auch
verbunden sind, oder sonst eine wechselseitige
ben.

I. Dieser allgemeine Lehrsatz bestätigt das-
schon oben (§. 11) auf eine andere Art bewie-
daß sich nämlich der gemeinsame Schwerpunkt
rfener Körper, die sich wechselsweise anziehen,
veget, als wenn keine anziehende Kraft
.

II. Eben dieser Lehrsatz bestätiget auch, was
(Hauptst. VI, §. 24) auch auf eine andere
n worden, nämlich, daß, wenn ein freier
en Stoß empfängt, der nicht durch den
t gehet, dieser sich dennoch eben so beweget,
er den Stoß unmittelbar empfangen hätte.
eder Körper kann als ein System von unend-
rperchen betrachtet werden, die mit einander
ind.

§. 18.

n dasjenige, was die Bewegungen der
te betrift, kurz zusammen zu fassen, so wollen
diesen wenigen Sätzen halten.

Wenn

be
an,
M
der
daß

tun
pun

pun
um
von

Sch
Keg
gem
der
selb

Ben
durc

eigenen ...
irketen; oder, als
engesetzte, auf ih
Statt, wenn auch
eine wechselseitig

rsatz bestätigt das
andere Art bewe
same Schwerpunk
hselsweise anziehen
anziehende Kraf

stätiget auch, was
h auf eine ander
, wenn ein freie
nicht durch den
h eben so bewege
empfangen hätte
System von unend
, die mit einande

Bewegungen der
zu fassen, so wollen
ten. Wenn

Wenn zwei oder mehrere Körper
beweget werden, als dadurch, daß si
anziehen, nach dem geraden Verhältni
Masse und dem umgekehrten Verhältn
der Entfernung, so ruhet ihr Schwer
daß sie sich einander nähern.

Wenn aber solche Körper zugleich
tungen geworfen werden, so beweget
punkt eben so, als wenn sie einander ga

Hingegen bestreben sie sich, dem gem
punkte näher zu kommen, mit solchen
umgekehrt verhalten, wie die Quadrate
von demselben.

Sind die Würfe so geschehen, da
Schwerpunkt ruhen müsse, so beschre
Kegelschnitte, die einen gemeinsame
gemeinsamen Schwerpunkte haben. 1
der Schwerpunkt beweget, so beschreib
selbigen Kegelschnitte, aber auf einer b

Wenn verschiedene Körper oder P
Bewegungen hindern, es sei durch ihre
durch ihre anziehende Kraft, oder au

Ende.

Berich-

Seite 150, Zeile 4. Man streiche das h we
sphäre.
Seite 151, Zeile 8 von unten. Eben so.
Seite 173, Zeile 7 von unten. Anstatt athm
man atmospärischer.
Seite 204, Zeile 8 von unten, ist wiederu
Atmosphäre. Dieser orthographischen
bei den letzten Bögen gewahr geworden
Atmosphäre und atmosphärisch ohne
Seite 225, Zeile 3; das ganze Volumen,
Seite 279, Zeile 9; – g, lies l – g.

Nun folgen noch einige Anmerkungen
die mir erst nach dem Drucke der Hydrostati

Hauptst. VI. §. 11. Hier wird gesaget,
Fäden sich durch die Feuchtigkeit der Luft ver
Büchern findet man, daß sie sich verkürze
aber mit Unterschied. Wenn der Strick f
ohne durch ein Gewicht gezogen zu werden,
das eindringende Wasser zu verkürzen, ind
ausdehnet. Hänget aber ein hinlängliche
kömmt es auf die Beschaffenheit des Stric
weise geflochten, so verkürzet er sich ebenfal
Ursache; ist er aber nur gedrehet, so pfleget
indem er sich losdrehet. Jedoch scheinet es,
rien nicht bloß durch das Losdrehen, sonder
ihrer Kohärenz ausdehnen, als z. E. Häute,

Im IX. Hauptstücke, §. 3, habe ich gesag
Lana vorschlug, große hohle metallene Kug
nicht ausführbar ist. Er wollte nämlich, da
Wasser füllete, und das Wasser unten dur

Aug. 1790 ging gut von Statten. Hingegen bei
am 14. April desselbigen Jahres, hinderte der Wind
des Schirmes, und der Künstler beschädigte sich durch
Fall, jedoch ohne Lebensgefahr.

. IX, §. 19. Hier wird von Schwingungen geredet,
oben in der Luft verrichtet, bevor er in einer gewiss-
vebend bleibet. Nach einer genaueren Prüfung glaube
he Schwingungen in diesem Falle nicht Statt finden
die Geschwindigkeit allmählig abnimmt, und zuletzt
Freilich haben die ersten Luftschiffer solche Schwin-
rket; sie konnten aber von anderen Ursachen herrüh-
ichlich von der Veränderlichkeit des Feuers, welches
alle bald stärker, bald schwächer brannte. Bei Hrn.
Luftfahrt in Berlin habe ich dergleichen Schwingun-
nerket, da ich seinen Ball in der größten Höhe mit
Fernrohre beobachtete.

---

binder. Die auf gegenwärtigem Bogen abgedruckten Stücke
lso auf einander folgen: 1) Titel, 2) Nachricht, 3) Vorrede,
t. Die Berichtigungen werden ganz am Ende des Buches an-

es, hinderte der Wind
r beschädigte sich durch

Schwingungen geredet,
vor er in einer gewis-
aueren Prüfung glaube
alle nicht Statt finden
abnimmt, und zuletzt
chiffer solche Schwin-
eren Ursachen herrüh-
t des Feuers, welches
r brannte. Bei Hrn.
ergleichen Schwingun-
der größten Höhe mit

Bogen abgedruckten Stück
2) Nachricht, 3) Vorre
nz am Ende des Buches

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Burja, Abel,

Grundlehren der Dynamik oder desjenigen Theiles der Mechanik welcher von den festen Körpern im Zustande der Bewegung handelt

Berlin 1791

Math.a. 52
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10080602-0
VD18 12858404